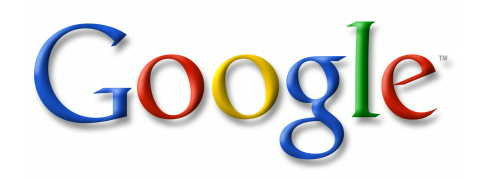



B 473267



1837
ARTES
VERITAS
SCIENTIA
LIBRARY OF THE
UNIVERSITY OF MICHIGAN
TUEBOR
CIRCUMSPICE
COLLEGE
OF
ENGINEERING



COURS
DE
STABILITÉ DES CONSTRUCTIONS

COURS

DE

STABILITÉ DES CONSTRUCTIONS

PAR

A. VIERENDEEL

Professeur à l'Université de Louvain
Ingénieur en chef, Directeur du Service Technique de la Flandre Occidentale
Ancien Chef de Service des Ateliers de Construction de La Louvière
Lauréat du Prix du Roi pour l'Architecture Métallique

TOME V (texte)

Maçonneries. — Calcul des Fondations. — Béton armé.

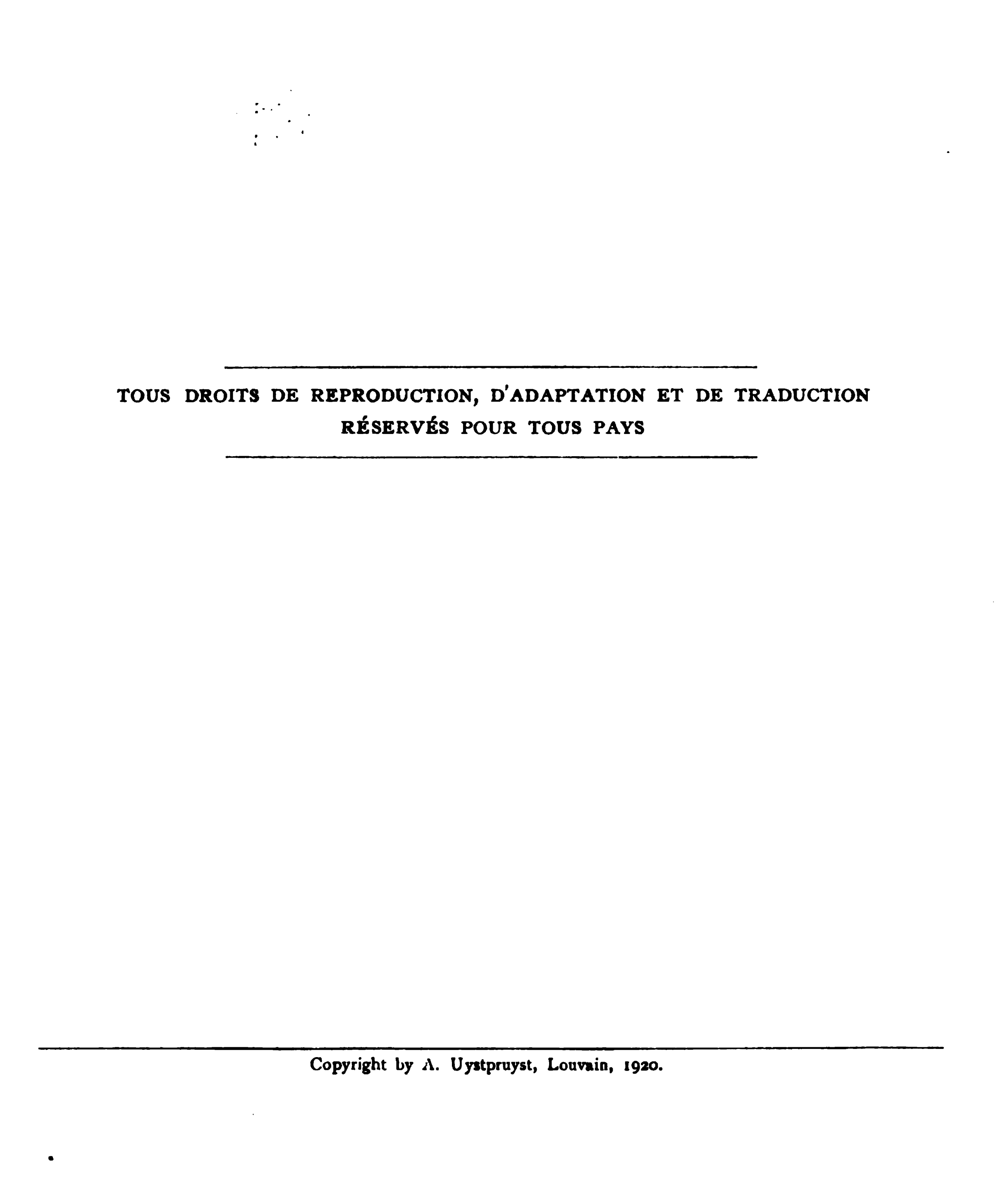
---

160 gravures

LOUVAIN
LIBRAIRIE UNIVERSITAIRE
A. UYSTPRUYST, Éditeur

PARIS
DUNOD
Éditeur.

1920



CHAPITRE I.

DONNÉES EXPÉRIMENTALES SUR LA RÉSISTANCE DES MAÇONNERIES

§ 1. Généralités.

1. Une maçonnerie consiste en un assemblage de matériaux pierreux (naturels ou artificiels) réunis par du mortier.

Le mortier d'abord mou fournit une parfaite assise aux matériaux qu'il assemble, il évite tout porte-à-faux, tout basculement; durcissant ensuite il établit entre ces matériaux une solidarité qui permet au massif de résister aux pressions, aux chocs, aux vibrations et même aux efforts d'extension et de flexion (disons toutefois que l'extension et la flexion doivent autant que possible être évitées dans les maçonneries).

Le mortier a une importance majeure en ce qui concerne la stabilité et la durée des maçonneries, un bon mortier a autant d'importance qu'une bonne pierre, qu'une bonne brique; le mortier est le nerf de la maçonnerie.

Il est vrai que dans certains cas tout à fait spéciaux, là surtout où la question de stabilité n'est pas en jeu, on exécute des maçonneries à sec, c'est-à-dire sans intervention de mortier, cela n'infirme pas ce que ci-dessus nous disons de la grande importance du rôle du mortier dans les maçonneries.

L'ingénieur qui veut être bon constructeur doit approfondir la question des mortiers, question complexe d'ailleurs.

***

2. Nous allons tout d'abord résumer les résultats d'expérience se rapportant à la résistance des matériaux pierres, briques, mortier, puis nous donnerons ce que nous connaissons concernant la résistance des maçonneries proprement dites. — Ces résistances sont toujours celles correspondant à la rupture instantanée, car pour les matériaux pierreux les déformations sont tellement faibles, les allongements et raccourcissements tellement imperceptibles que jusqu'ici on n'a pu y découvrir aucune loi ni par conséquent quoi que ce soit qui ressemble à une limite d'élasticité, force a donc été de se limiter à la seule détermination de la rupture instantanée.

Les constructeurs de l'Antiquité et du Moyen-Age n'ont rien laissé qui puisse faire soupçonner des recherches sur la résistance des matériaux de construction, les premières expériences paraissent dater du milieu du XVII[e] siècle, depuis lors elles se sont multipliées, nous résumons ci-après les principaux résultats obtenus.

§ 2. Résistance à la compression des matériaux pierreux, naturels et artificiels.

3. Nous donnerons la résistance instantanée à la compression pour les matériaux naturels et artificiels qui se rencontrent le plus fréquemment dans les constructions, cette résistance instantanée est la charge de rupture obtenue sous une compression rapidement croissante, telle celle exercée par le piston d'une machine hydraulique.

TABLEAU I.

DÉSIGNATION DES MATÉRIAUX	Poids du mètre cube	Charge instantanée par cent. carré		OBSERVATIONS
		1[res] fissures	Rupture	
Matériaux belges	k	k	k	
Porphyre de Lessines et de Quenast.	2845		de 1550 à 1650	
Quartzite d'Opprebais			1200	
Pierre blanche de Gobertange . . .	2430		de 300 à 600	
Grès des Écaussines	2360		460	
Grès bleu d'Andenne.			900	
Grès blanc d'Andenne.			700	
Calcaire carbonifère — Calcaire de Tournai. . .				
Calcaire carbonifère — Pierre de Meuse	2720	530	780	Leur résistance ne diminue pas avec le temps.
Calcaire carbonifère — Petit granit du Hainaut. .	2800	500	750	Semble perdre de sa résistance avec le temps (Berger).
Calcaire carbonifère — Petit granit de Liége. . .	2700	550	800	
Calcaire Dévonien de Meuse. . . .		630	820	Sa résistance ne diminue pas avec le temps.
» » des Ardennes. .		600	820	Sa résistance ne diminue pas avec le temps.
Briques de Boom Klampsteen 1[re] q.	....	....	..... 220	Le m. cube de maçon. contient 1080 briques et pèse 1700 k.
Briques de Boom Klampsteen 2[de] q.	... .	....	 120	
Briques de Boom Papensteen . . .			180	Le m. cube de maçon. contient 1080 briques et pèse 1600 k.
Briques de Furnes			55	Le m. cube de maçon. contient 637 briques et pèse 1860 k.
Briques de laitier	....	....	90 à 120[k]	

Pour les matériaux belges, on pourra consulter les essais faits en 1905 à l'occasion de l'Exposition de Liége, voir A. T. P. de Belgique, 1906, p. 475 (Avril).

TABLEAU II.

DÉSIGNATION DES MATÉRIAUX	Charge par cent. carré à l'apparition des premières fissures	Charge par cent. carré à l'écrasement.	Sens dans lequel l'essai a été fait par rapport au lit de carrière.	OBSERVATIONS
	k	k		
Briques du Haut-Escaut	66	104	Placées à plat	Moyenne prise sur 4 essais
id. id.	33	83	» sur champ	» » 2 »
id. id.	14	18	» debout	» » 2 »
id. id.	29	44		Essayées en plaçant 3 briques l'une sur l'autre et en interposant entre elles un morceau de drap.
Briques de Saint-Léonard	100	136	Placées à plat	Moyenne prise sur 6 essais
id. id.	89	166	» sur champ	» » 2 »
id. id.	143	206	» debout	» » 2 »
id. id.	90	116		Essayées en plaçant 3 briques l'une sur l'autre et en interposant un morceau de drap entre 2 briques successives.
Briques à lumières pour cloisons	3	44	Placées à plat	Essai unique.
id. id.	38	73	» sur champ	» »
id. id.	84	148	» debout	» »
Briques à la machine de la Société des deux Nèthes à Duffel.				
Qualité inférieure	37	183	Placées à plat	Moyenne prise sur 2 essais
id. id.	92	147	» sur champ	» » 2 »
id. id.	43	65	» debout	» » 2 »
Qualité supérieure	62	196	» à plat	» » 2 »
id. id.	207	212	» sur champ	» » 2 »
id. id.	196	209	» debout	» » 2 »

TABLEAU III.

DÉSIGNATION DES MATÉRIAUX		Poids du mètre cube	Charge instantanée par cent. carré Rupture	OBSERVATIONS
Matériaux français		k	k	
Tertiaire infér.	Vergelé	1600	25 à 70	Les *Vergelé* et *Banc Royal* sont des termes génériques désignant des calcaires tendres français provenant de diverses localités ; ces calcaires et aussi la *Savonnières* (qui est également un calcaire tendre) ne peuvent être employés à l'extérieur dans nos climats.
id.	Banc Royal	1600	50 à 80	
Jurassique sup.	Savonnières	1700	80 à 100	
id.	Morley (Liais de Lorraine) Tendre	2100	100	Les *Liais* sont ordinairement des calcaires demi-durs.
id.	Morley (Liais de Lorraine) Dur	2200	300	
Jurassique inf.	Liais de Ravières	2350	300 à 400	
Tertiaire infér.	Souppes et Chateau-Landon	2550	750	Calcaires durs.
Jurassiq. moyen	Euville	2300	300 à 350	id.
id.	Lérouville	2300	250 à 300	id.
Jurassique infér.	Comblanchien	2700	800	id.

TABLEAU IV.

Procès-verbal de l'essai à la compression de divers échantillons de briques et pierres effectué le 23 août et 7 septembre 1888 à la demande de M. Vierendeel, Ingénieur en Chef, Directeur du Service Technique Provincial à Bruges. *(Essai fait à l'arsenal de Malines à la machine Kirkaldy).*

N° de l'essai	DÉSIGNATION DES ÉCHANTILLONS ESSAYÉS	Section de l'éprouvette en cent. carrés	Charge par cent. carré: à l'apparition des 1res fissures	Charge par cent. carré: à l'écrasement	Sens dans lequel l'essai a été fait.	OBSERVATIONS.
			K.	K.		
17678	Brique de St-Ghislain (près de Mons).	21 × 10 = 210	209	299	à plat	Brique à la machine épaisseur 56 millim.
17679	Brique Jaumenne (Charleroi).	21 × 11 = 231	312	353	id.	Brique à la machine
17680	Brique anglaise rouge Monké.		446	608	sur champ	Brique de 225 × 112 × 80 à 70 fr. le mille.
17681	Brique anglaise noire 1re qualité. (Terra-métallic).	23 × 7.4 = 170	259	298	à plat	Brique de 230 × 112 × 74 à 70 fr. le mille.
17682	Brique anglaise noire 2e qualité (Terra-métallic).	23 × 11 = 253	246	361	à plat	Brique de 230 × 110 × 74 à 50 fr. le mille.
17683	Pierre blanche de France	21 × 10 = 210		119		genre savonnière
17684	id.	21 × 10 = 210	103	120		
17685	id.	21 × 5.7 = 120	89	106		
17686	id.	10 × 5.7 = 57	81	138		
17687	Brique de la localité	20.5 × 9.5	95	120	à plat	Environs de Roulers.
17688	id.	20.5 × 9.5	60	83	id.	
17689	id.	20 × 9.5 = 190	109			Essai conduit très lentement ; aucune déformation à 30, 45, 60, 75, 90 et 105 k. par centim. carré. Se fendille à 109 k. et se rompt après avoir maintenu cette charge pendant 3 minutes.
17690	id.	20.5 × 10.5 = 217.2	90			Sans déformation à 30, 45, 60, 75 k. Se fendille à 90 k. Se maintient à 105 k. Rupture à 120 k. par cent. carré.
17691	id.	21.0 × 10.5 = 220.5	120			Sans déformation à 30, 40, 45, 75, 90, 105 k. par cent. carré. Se fendille à 120 k. par cent. carré. Se maintient à 135 k. et à 150 k. Se rompt après avoir été sous la charge de 150 k. pendant 4 minutes.

Les matériaux pierreux sont toujours d'une texture assez variable et comme conséquence ont des résistances assez variables, les chiffres de nos tableaux ci-avant sont des moyennes dont les minima et maxima s'écartent quelquefois beaucoup, aussi si la construction est importante et porte des charges considéra-

bles il sera toujours prudent de faire des essais directs sur les matériaux que l'on a sous la main.

Il est à noter qu'il n'y a pas de relation bien certaine entre le poids spécifique ou la dureté des diverses pierres et leur résistance ; toutefois pour une même pierre il paraît que l'échantillon le plus dur est aussi le plus résistant, mais encore une fois la règle n'est pas absolue (Voir A. P. C. 1880).

⁂

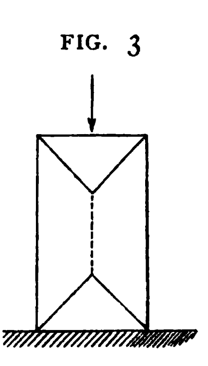
4. Les essais à la compression font ressortir des qualités et propriétés assez différentes d'une pierre à l'autre, ils ont immédiatement dévoilé l'existence de deux catégories de pierres quant à la façon de se rompre : les unes se rompent brusquement sans *indices avant-coureurs de faiblesse*, sans aucun affaissement et se rompent en lames ou esquilles parallèles à ladirection de la force comprimante (FIG. 1), cette première catégorie comprend les pierres les *plus dures*, les plus *compactes* et les *plus résistantes ;* les autres, et dans cette catégorie sont les pierres tendres, les briques, les mortiers, accusent l'approche de leur limite de résistance par un affaissement graduel qui peut atteindre 7 pour 1000, puis le cube d'essai se subdivise en six pyramides dont les deux suivant l'axe de la force agissent comme coin pour expulser les quatre autres, et souvent dans cette rupture la matière s'émiette et tombe en poussière (FIG. 2). — Si l'échantillon de pierre tendre est sensiblement plus haut que le cube, il ne se forme que les deux pyramides-coins d'extrémité, lesquelles ont pour hauteur la moitié du carré de leur base, c'est-à-dire qu'elles ont les mêmes dimensions que les pyramides se produisant dans l'éprouvette cubique (FIG. 3).

FIG. 1

FIG. 2

Gonflement latéral et expulsion.

FIG. 3



⁂

5. Lit et Délit. — Les expériences montrent que la résistance des pierres dures et homogènes (dont le petit-granit est le type dans notre pays) est la même pour un même banc quelle que soit la partie du banc d'où provient l'échantillon, tandis que pour les pierres tendres, et notamment les pierres blanches, la résistance de l'échantillon pris au milieu de l'épaisseur du banc est toujours supérieure à celle des échantillons provenant des rives, la différence peut atteindre la proportion du simple au triple, il importe donc lorsqu'il s'agit d'une construction

devant offrir de la résistance d'être très attentif dans la réception des pierres tendres.

Lorsque pour une pierre blanche on indique une résistance, il importe toujours de se fixer sur le point de savoir si cette résistance est celle d'un échantillon du cœur du banc ou des rives.

Les pierres dures et homogènes tel le petit-granit peuvent être posées en DÉLIT ; les pierres hétérogènes et les pierres tendres en général ne le peuvent pas, car leur résistance ***en délit*** est notablement plus faible que perpendiculairement au lit ; les pierres schisteuses, feuilletées (tel le calcaire de Tournai) ne peuvent non plus être posées en délit.

L'***humidité*** n'a pas d'influence sur la résistance des pierres compactes, il n'en est pas de même pour certaines pierres blanches, tendres, poreuses qui imbibées d'eau peuvent perdre jusque 25% de leur résistance à sec, tel est notamment le cas pour les pierres tendres de France.



6. Forme de la section. — La résistance à la compression d'éprouvettes de sections semblables paraît sensiblement proportionnelle à la superficie de ces sections, c'est-à-dire qu'une section de 400 centimètres carrés est quatre fois plus résistante qu'une section semblable de 100 centimètres carrés.

Si les sections ne sont pas semblables la résistance est la plus grande pour celle qui à égalité de superficie présente le périmètre minimum, car le périmètre est le point faible d'une pierre, c'est au périmètre que se produisent les premières désorganisations de la matière ; la section la plus résistante à égalité de superficie est donc la section circulaire ; *Gauthey* a fait des expériences sur des prismes de même surface sciés dans le même bloc mais de périmètres différents, voici les résultats comparatifs en prenant la résistance de la section carrée pour l'unité :

Section carrée	1
» circulaire	1.06
» rectangulaire de 4 sur 1	0.95
» triangle équilatéral	0.91
» à nervures comme les piliers gothiques	0.80

Les résultats donnés dans les tableaux I à IV ci-dessus ont été obtenus pour des sections carrées, il y aurait donc lieu pour des sections à nervures de tenir compte de la diminution de résistance qui en résulte, elle atteint 20 %.



7. Haut et Bas-appareil. — La hauteur relative des éprouvettes a une influence sur leur résistance à la compression, toutefois la loi de la variation de

cette résistance n'est pas bien établie, voir An. Ponts et Chaussées, 1833 ; il est bien entendu qu'il s'agit ici de hauteurs inférieures à celle à partir de laquelle le flambage serait à crainde.

Il paraît résulter des expériences que pour les matériaux tendres la résistance maximum est fournie par des prismes aplatis, donc des prismes de bas-appareil, telles sont les briques ; tandis que pour les matériaux durs le maximun de résistance est fourni par des éprouvettes cubiques d'où il résulte que pour ces matériaux il faut donner la préférence au haut-appareil.

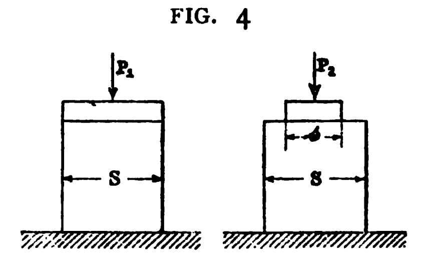


8. Empâtement. — Si l'on prend (FIG. 4) deux blocs identiques, l'un recevant la pression P_1 par l'intermédiaire d'une plaque de superficie S égale à la section du bloc, l'autre recevant la pression P_2 par l'intermédiaire d'une plaque de section *s* inférieure à S et si on pousse jusque rupture on trouve :

$$\frac{P_1}{S} < \frac{P_2}{s}$$

c'est-à-dire que la résistance par unité *directement* comprimée augmente quand la surface de transmission est moindre que la surface totale du bloc, la matière qui déborde au pourtour de *s* fait office de *cerclage* de consolidation empêchant soit le *décollement* des lames de la FIG. 1, soit le *gonflement* ou *dilatation latérale* dû à l'action des coins de la FIG. 2.

FIG. 4



Les résultats des tableaux I à IV ci-dessus sont obtenus pour des compressions s'étendant à toute la superficie de la section des éprouvettes.

Il a été constaté que, pour des blocs en petit granit de Soignies pressés sur 15 à 20 °/ₒ de leur surface, l'augmentation de résistance instantanée pouvait atteindre 100 °/ₒ (voir A. des T. P. de Belgique, tome VII, 1848, p. 420) ; si donc pour un motif quelconque une pierre déborde la base de la colonne portée, si en d'autres termes elle forme empâtement, on pourra augmenter la charge par unité sous la base de la colonne.



9. Charge instantanée. — Charge permanente. — Charge de sécurité. — Le Temps est un facteur de grande importance et de grande influence sur la résistance que peut présenter une pierre (et même n'importe quels matériaux) ; *l'expérience montre que plus la durée d'action des charges est longue et plus*

la charge pouvant provoquer la rupture est faible, c'est pourquoi les résultats d'expérience à la rupture ne sont comparables que s'ils correspondent à une même durée d'action ; des échantillons identiques peuvent donner des résultats très différents selon que l'expérience est conduite rapidement ou lentement, dans le premier cas la charge de rupture est beaucoup plus élevée que dans le second ; pour une même pierre telle charge produira la rupture en quelques instants (c'est ce que nous nommons la *charge instantanée* de rupture), telle autre beaucoup plus faible arrivera au même résultat mais exigera des jours, des mois, des années ; la promptitude de la rupture dépend de l'intensité du trouble que produit la charge dans l'équilibre moléculaire, donc dépend de la valeur de cette charge ; pour la tour de la cathédrale de *Bayeux* il s'est écoulé plusieurs siècles entre l'instant où ses matériaux ont donné les premiers signes de faiblesse et celui où la chute était imminente et la consolidation urgente ; les piliers du *Panthéon* à Paris présentaient 96 fentes en 1780, et en 1797, au moment où l'on jugea la consolidation nécessaire, il y en avait 650.

Il est certain qu'il y a pour les pierres quelque chose d'analogue à *la limite d'élasticité* des matériaux ferreux, c'est-à-dire une charge limite en deçà de laquelle la stabilité est imperturbable et indéfinie, au delà de laquelle la ruine est fatale à échéance plus ou moins lointaine selon que la charge agissante dépasse peu ou beaucoup la limite dont nous parlons ; cette charge-limite se nomme la *charge permanente*.

La détermination de la charge permanente ne peut se faire directement, car pour les pierres les déformations sont tellement imperceptibles qu'on ne peut constater quoi que ce soit qui ressemble à la limite d'élasticité du fer et de l'acier, toutefois des tableaux d'essais donnés ci-avant il résulte que les premières fissures et les premiers *émiettements* des faces latérales, c'est-à-dire les premiers signes de désorganisation et de faiblesse, se produisent lorsque la charge atteint la *demi-charge* instantanée de rupture et même quelquefois le *tiers* de cette charge, d'où la conclusion que *la charge permanente est certainement inférieure à la demi-charge instantanée, et peut descendre au tiers de cette charge.*

Certains piliers du *Panthéon* qui n'ont pas donné des signes de faiblesse portaient 30 °/₀ de la charge instantanée ; des résultats analogues ont, paraît-il, été constatés sur d'autres constructions.

De ces diverses indications, d'ordre assez vague d'ailleurs, il est résulté que les ingénieurs et constructeurs sont assez généralement d'accord pour admettre que la charge permanente R_p est le quart de la charge instantanée R_i :

$$R_p = \frac{R_i}{4}$$

Si donc une construction était parfaite comme conception et comme exécution

on pourrait la calculer et la charger à raison du quart de la charge instantanée, malheureusement cette perfection théorique ne se rencontre pas en pratique, tant s'en faut : d'abord on ne sait pas toujours déterminer à priori quelles seront les forces qui réellement fatigueront la construction (notamment pour les voûtes), en outre les formules pour le calcul des fatigues dans les maçonneries sont hypothétiques, enfin si dans la suite des temps il survient un changement de destination les charges agissantes peuvent être accrues ; de plus il y a les chocs, les vibrations dont les calculs ne peuvent tenir compte ; il y a aussi les malfaçons si fréquentes dans les maçonneries, le mortier ne remplissant qu'incomplètement les joints, d'où répartition inégale des pressions, il y a les défauts cachés dans les pierres, la provenance suspecte, le banc de carrière de qualité moindre ; enfin il y a l'influence débilitante et désagrégeante des intempéries (cassures et gélivité) ; toutes aventures possibles qui ne permettent pas de charger la pierre d'une façon permanente jusqu'au maximum 0,25 R_i trouvé ci-dessus, il faut rester en dessous et le maximum pratiquement permis se nomme *charge de sécurité*, R_s ; beaucoup d'ingénieurs et constructeurs prennent :

$$R_s = \frac{R_i}{10} \quad \text{d'où sécurité de } 2\,{}^1/_2$$

d'autres en plus grand nombre prennent :

$$R_s = \frac{R_i}{20} \quad \text{sécurité de } 5$$

tel est notamment le cas en Belgique où les pressions permanentes dont on charge le petit granit dépassent rarement 30 kgs par centimètre carré, et pour les bonnes briques du Rupel on ne va pas au delà de 8 à 10 kgs.

§ 3. Résistance à la compression des mortiers.

10. La résistance à la compression d'un mortier doit être proportionnée à celle des matériaux qu'il assemble donc aux charges que la construction doit porter ; cette résistance dépend du dosage du mortier, de son âge et de la charge sous laquelle le durcissement s'est produit ; les constituants d'un mortier sont la chaux, le ciment, le trass et le sable. — Les chaux belges se subdivisent comme suit :

A. Chaux grasse.
B. Chaux moyennement hydraulique.
C. Chaux hydraulique ordinaire, indice d'hydraulicité 0,22 au moins.
D. Chaux éminemment hydraulique, indice 0,42 au moins.
E. Chaux en poudre.

L'*indice d'hydraulicité* est le rapport entre la quantité de gangue hydraulique (silice soluble, alumine et oxyde fer) à la chaux proprement dite.

La chaux A s'emploie généralement pour les travaux de plafonnage et enduits décoratifs ; la chaux B doit être interdite dans les maçonneries (voir ci-après le § 9), on n'y emploiera que les chaux C, D ou E.

La chaux E est très difficile à éteindre, aussi l'opération se fait à l'usine et la chaux s'expédie en poudre dans des sacs ; c'est une espèce de ciment de qualité inférieure ; cette chaux présente le danger que son extinction se continue dans le mortier et par le foisonnement qui en est la conséquence provoque la dislocation de la maçonnerie ; elle n'est pas à conseiller pour des travaux importants ni pour les fondations sous eau, car dans ce cas la prise est lente.

Les meilleures chaux hydrauliques viennent du Tournaisis, il faut se méfier des autres provenances.

Parmi les ciments on distingue les *ciments de laitier*, les *Portland naturels du Tournaisis* et le *Portland artificiel à prise lente*. Le Portland naturel est sujet à des variations de qualité, seul le Portland artificiel est d'une bonne qualité constante et donne des mortiers d'une parfaite stabilité, sa prise commence généralement au bout de 30 minutes.

Le *Trass* est un énergique bonifiant des mortiers de chaux, il augmente considérablement leur faculté de résistance ; le trass employé en Belgique vient des bords du Rhin ; il ne faut pas perdre de vue qu'il y a des trass de toutes les qualités (1).

Les qualités d'un bon mortier sont : 1° Présenter la résistance voulue aux charges qu'il doit porter ; 2° être suffisamment gras et onctueux pour bien s'étendre sous la truelle et bien remplir les joints ; 3° être d'une stabilité parfaite, les ingrédients chaux et ciments qui y entrent doivent être parfaitement éteints de façon à n'avoir plus à craindre des extinctions dans le mortier employé, car il en résulte des foisonnements, des expansions et par conséquent des dislocations de la maçonnerie ; 4° le mortier doit être compact, sans vide aucun pouvant donner prise à la mousse ou donner entrée à l'eau, surtout à l'eau de mer, car la chaux serait dissoute, le mortier délavé, il perdrait de sa consistance, cet effet est surtout énergique à la mer dont l'eau est plus corrosive et par son mouvement de flux et reflux produit un délavage plus énergique ; 5° enfin toutes les qualités ci-dessus doivent être obtenues avec un prix de revient suffisamment bas.

Les dosages de mortier se déterminent soit en volume soit en poids ; pour permettre la comparaison nous donnons ci-dessous les poids spécifiques moyens des matières les plus usuelles y intervenant et nous y ajoutons les prix cotés avant la guerre :

Chaux hydraulique éteinte en poudre, 650 k. le m. cube ; prix, 6 fr. le m. cube.
Sable sec non terreux, 1400 k. le m. cube ; prix, 2 fr. le m. cube.

(1) Voir sur ce sujet un mémoire de M. CAMERMAN aux *Annales des Travaux publics de Belgique*, 1901.

Ciment Portland artificiel, 1350 k. le m. cube ; prix, 32 fr. la tonne (aujourd'hui 1919, 140 fr. la tonne).

Ciment Portland naturel du Tournaisis, 1350 k. le m. cube ; prix, 24 fr. la tonne.

Trass de 1e qualité en poudre, 970 k. le m. cube ; prix, 17 fr. la tonne.

Les poids que nous indiquons supposent que les poudres sont versées lentement et sans tassement.

Résist. à la compression. — Les valeurs de la résistance à la compression des divers mortiers ne sont pas encore bien connues, car il y a de notables différences entre les chiffres donnés par divers expérimentateurs ; le tableau ci-après donne des chiffres moyens pour des mortiers ayant fait prise librement, c'est-à-dire sans compression initiale ; il donne aussi les résistances à l'extension, car c'est un des principaux facteurs d'appréciation lors de l'essai des mortiers.

Les mortiers n° 8 et 11 du tableau sont secs, rudes, peu onctueux, se travaillent et s'étalent difficilement sous la truelle, il faudrait leur ajouter de la chaux.

Tous les mortiers du tableau sont compacts sauf les nos 7, 8, 11 et même 12, ces quatre mortiers ne peuvent s'employer ni dans l'eau ni à l'extérieur, ce sont des mortiers pour l'intérieur ; à l'extérieur ils verdiraient rapidement ; le mortier n° 7 pourrait s'employer à l'extérieur si on augmentait soit la dose de ciment, soit celle de chaux.

Il n'y a pas de distinction essentielle à établir entre un mortier pour maçonnerie sous l'eau ou dans l'air, l'un et l'autre doivent être compacts et présenter la résistance requise aux charges ; pour l'eau de mer ces deux qualités doivent être réalisées avce le minimum de chaux dans le mortier, il faut autant que possible y remplacer la chaux et le ciment par le trass, voir les mortiers nos 5, 6 et 10.

Les mortiers doivent toujours être exécutés aux broyeurs, ils acquièrent par là plus de compacité et plus de résistance.

Les tas de mortier de ciment qui ont commencé à faire prise doivent être rebutés impitoyablement, le regâchage ne constitue pas un remède ; un mortier dont le durcissement a commencé et que l'on regâche n'acquerra plus jamais ses qualités premières, il peut avoir perdu jusque 50 °/o de sa valeur. En règle générale tous les mortiers, même ceux ne contenant pas de ciment doivent être employés le jour de leur fabrication, pour aucun le regâchage n'est à conseiller.

Le sable destiné à la fabrication des mortiers doit être rude et à peu près pur, la qualité du sable a une ***grande influence*** sur la résistance du mortier, il faut être très intransigeant quant au sable, car les bons sont rares ; le but du sable dans le mortier n'est pas uniquement d'en diminuer le prix mais surtout d'en diminuer le retrait ; un mortier contenant trop peu de sable peut par son retrait provoquer des crevasses dans la maçonnerie.

Il ne faut jamais descendre pour la qualité du mortier au dessous du n° 1 du

N° d'ordre	Résistance à la traction par centim. carré après — 1 sem.	1 mois	2 mois	6 mois	DÉSIGNATION	Résistance instantanée à la compression par centimètre carré après — 1 mois	6 mois	18 mois	3 ans	∞	Prix au mètre cube de mortier en 1914, non compris main d'œuvre, frais généraux et bénéfice, donc matériaux seulement
1	1.5	4	10	20	Mortier ordinaire (1 vol. chaux de Tournai B éteinte + 1 vol. sable). mortier pour les habitations ordinaires; au bout de huit jours ce mortier ne doit plus se laisser rayer avec l'ongle		20	40			7 fr. 50
2		7			Un vol. chaux en poudre et un vol. sable ; fréquemment employé pour les villas à la mer						8 fr. 00
3		12		25	Mortier hydraulique ordinaire ou *Trass bâtard* (3 vol. chaux C éteinte + 1 vol. Trass en poudre + 2 vol. sable), il est bon sous l'eau et à l'air ; mortier habituel des constructions importantes		50			80	9 fr. 50
4		18	20	20	Mortier éminemment hydraulique ou *Trass fort* (3 vol. chaux C + 2 vol. trass) ; excellent mortier pour maçonneries immergées qui doivent être imperméables ; ne convient pas à l'air, donne trop de retrait . . .		100			150	15 fr. 80
5		18	20	25	2 vol. chaux C + 3 vol trass + 1 vol. sable ; mortier utilisé aux câles sèches de Kiel en 1874						15 fr. 00
6		16	18	19	2 vol. chaux C + 5 vol. trass + 1 vol. sable						17 fr. 30
7	7	9	11	16	1 vol. chaux A + 2,5 vol. Portl. artif. + 10 vol. sable { durci à l'air (1) / durci à l'eau	180 120	300 200	220	250		13 fr. 90
8	8	8,5	10,5	15	350 k. de cim. Portl. artif. + 1 m. cube de sable; mortier pour béton à damer ; il convient peu pour maçonneries réglées, il s'étend trop difficilement, mieux vaut le précédent						14 fr. 40
9 {		18 15	24 19	32 24	durci à l'air / durci à l'eau } 350 k. cm. Portl. artif. + 200 k. trass + 1 m. cube sable } mortier du béton de fondation du pont sur le Rhin à Bonn exécuté en 1898						14 fr. 90
10	11				350 k. cim. Portl. artif. + 350 k. trass + 1 m. cube sable ; mortier des nouveaux docks d'Ostende						
11	15	13	16	22	450 k. ciment + 1 m. cube sable ; mortier pour béton à damer ; pour les maçonneries réglées il est trop sec, il faut y ajouter de la chaux pour lui donner du gras.	230					17 fr. 46
12		16	20	24	600 k. cim. Portl. artif. + 1 m. cube sable ; mortier du béton de fondation des murs de quai d'Anvers, on a pris 4 vol. de ce mortier pour 6 vol. gravier du Rhin						20 fr. 20
13					650 k. cim. Portl. artif. + 1 m. cube sable, dosage pour maçonneries immergées que l'on veut imperméables	340					22 fr. 00
14					1000 k. cim. Portl. artif. + 1 m. cube sable, dosage pour maçonneries immergées imperméables (2)	420					

1. Voir MAHIELS, *Le Béton*, p. 81 et autres. — MOREAU et PETIT, Congrès international des procédés de construction en 1889 à Paris.
2 Voir CANDLOT, *Le Ciment de Portland*, 1886, p. 74.

tableau ci-dessus ; il ne faut pas perdre de vue que le bon mortier a une influence prédominante sur la stabilité et la siccité des habitations et la durée des constructions ; c'est grâce au bon mortier que tant d'édifices des Romains sont encore debout ; toutefois il ne faut rien exagérer, rarement aller au delà du n° 11 du tableau et jamais au de là du n° 14.

Pour la question mortier, voir aussi les n°s 112 et 112bis ci-après.



11. Il est à noter qu'avec des résistances à la traction à peu près égales, les mortiers de ciment ont des qualités fort différentes des mortiers de chaux et trass : leurs propriétés sont comparables à celles qui distinguent l'acier dur de l'acier doux ainsi que le dit M. Camerman, voici ce que nous lisons dans son mémoire (1):

« Le premier des ces métaux est caractérisé par de hautes résistances et de » faibles allongements, le second par des résistances moindres et des allonge» ments beaucoup plus considérables.

» Le mortier de ciment est un mortier *dur ;* à résistance égale, il supporte » beaucoup mieux que le mortier de chaux-trass les efforts de pénétration ou les » charges qui tendent à y creuser une empreinte. Ainsi, un massif de béton de » ciment supportera beaucoup mieux qu'un béton de chaux-trass des colonnes » fortement chargées posées sur des assises à faible surface.

» Le mortier de chaux-trass est moins dur, plus élastique et se prête mieux » aux déformations.

» Le professeur Intze, d'Aix-la-Chapelle, auquel le gouvernement allemand » confie généralement l'exécution des grands barrages de l'empire, a effectué des » essais de flexion sur des barreaux en mortier de ciment et en mortier de chaux» trass de mêmes dimensions. Les mortiers de ciment étaient franchement plus » résistants que les mortiers de trass, mais sous des charges égales les barreaux » en mortier de chaux-trass présentaient des flèches beaucoup plus fortes que les » barreaux de ciment. En vue de ses grands massifs de maçonnerie, le professeur » Intze conclut que le mortier de trass se prête à des déformations élastiques » beaucoup plus considérables et que pour des mouvements très appréciables » provoqués par les dilatations et les retraits il n'aura pas de fissures à craindre.

» En résumé, lorsqu'on a le choix entre les deux genres de mortiers, qui tous » les deux présentent une résistance à la traction suffisante, le mortier de ciment » s'imposera lorsque la dureté est requise pour résister à des efforts de pénétra» tion ; le mortier de chaux-trass sera préférable lorsque les fissures sont à redou» ter dans les massifs.

» Dans le mortier de ciment-trass, l'influence du ciment est absolument pré-

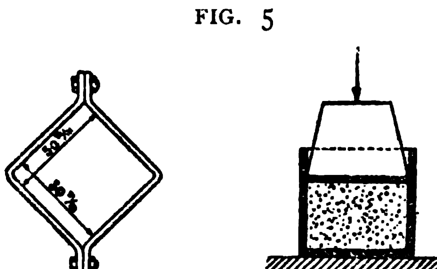
(1) *Étude des Mortiers*, par M. Camerman, *Ann. des Travaux Publics*, avril 1905.

» dominante sous tous les rapports ; aussi sa dureté est-elle comparable à celle » des mortiers de ciment pur. »

***

12. On voit par le tableau du n° 10 que la résistance des mortiers, même de trass fort, n'atteint pas celle des bonnes briques et qu'il faut des mortiers de ciment à haut dosage pour quelque peu se rapprocher de la résistance des petits granits, on pourrait de là conclure qu'il est inutile d'employer des pierres de grande résistance là où on veut de la solidité puisque celle-ci est commandée par la résistance du mortier, mais précisément cette résistance du mortier est un facteur d'intensité très variable selon les circonstances de la prise ; les resistances du tableau ci-dessus sont celles des mortiers ayant durci librement, ***elles sont à même d'augmenter dans des proportions considérables*** si le durcissement s'est fait sous pression, voici deux expériences exécutées à ce sujet par MM. Belpaire, Boudin et Dedier (A. T. P. tome VII, 1848), ils employèrent l'appareil FIG. 5.

FIG. 5



1re *Expérience.* — Cet appareil fut rempli sur une hauteur de 39 millim. par un mortier trass fort (3 ch. C + 2 trass), on le recouvrit immédiatement d'un piston en bois et exerça une pression de 250 kgs par centimètre carré et le laissa sous cette pression pendant 22 jours, après ce laps l'enveloppe fut enlevée, le prisme n'avait plus que 26 millim. de hauteur, donc avait tassé de 13 millim. soit 30 °/₀, il fut soumis à l'essai et sa charge de rupture instantanée s'éleva à 291 kgs par cent. carré, il se rompit en pyramides ; nous avons vu ci-dessus au tableau qu'un mortier de même composition ne présentait au bout de 6 mois, durci à l'état libre, qu'une résistance de 100 kgs et au bout d'un temps indéfini cette résistance pouvait atteindre 150 kgs.

2e *Expérience.* — On répéta l'expérience avec un mortier dont le dosage était :

1 v. Chaux C de Tournai + 1 v. trass + 1 v. sable.

c'était encore un mortier très énergique, on en remplit deux appareils comme celui FIG. 5 sur une hauteur de 42 millimètres, l'un des prismes durcit librement, l'autre fut immédiatement soumis à une pression initiale de 153 kgs par cent. carré, on les laissa durcir pendant 5 mois, on défourna et procéda aux essais d'écrasement ; le prisme durcit en liberté, se rompit sous une charge de 151 kgs par cent. carré et celui durci sous la pression de 153 kgs atteignit 380 kgs.

Ces deux expériences démontrent la grande influence de la pression initiale sur la résistance finale dont un mortier est susceptible, elles montrent ***qu'un mor-***

tier est à même de se mettre à l'unisson des charges qu'il aura à porter pourvu que son durcissement se soit opéré dans les conditions voulues ; cela nous montre que la résistance du mortier peut atteindre la valeur de celle des briques et pierres qu'il unit pourvu que la construction ait été mise en charge assez tôt de façon que le durcissement du mortier se soit fait sous pression ; c'est pourquoi dans les voûtes il convient de décintrer aussitôt que le mortier a acquis la consistance voulue pour ne pas fluer des joints et ce afin que son durcissement se fasse sous la pression des charges qu'il aura à porter ; décintrer trop tard peut provoquer la rupture des joints de mortier. Pour la même raison il convient de hâter la mise en charge de piliers qui auront à porter de forts poids provenant de voûtes supérieures ou autres surcharges. Voir aussi sur cette question dans les A. P. C. 1885, 2e sem. un mémoire de M. Tourtay.

Il est à noter que dans les joints d'un massif le mortier est emprisonné et supporte donc la pression dans des conditions se rapprochant de celles réalisées dans l'appareil FIG. 5.

Des considérations ci-dessus il résulte que pour des massifs en maçonnerie où la charge n'augmente que lentement et mettra un long temps à se produire dans son intégralité il sera préférable d'employer des mortiers à prise plutôt lente afin que leur durcissement doive encore s'achever quand le massif est terminé et reçoit ses surcharges définitives. — On a proposé de remplacer, dans les maçonneries devant offrir une grande résistance, les voûtes par exemple, les joints en mortier par des joints en métal coulé (Voir A. P. C. 1899, 3e trimestre, p. 77, un mémoire de M. Tavernier).

Voici ce que donne le « *Deutsche Bauzeitung* » concernant la question des mortiers : « on sait que le mortier de chaux subit des modifications importantes » lorsqu'on y ajoute une quantité relativement minime de ciment ; il se comprime » beaucoup moins et résiste davantage au bout d'un temps plus court. M. l'ingé- » nieur en chef Von Krone a fait des expériences à ce sujet qui établissent no- » tamment que l'amélioration du mortier ainsi obtenue n'élève que d'une manière » comparativement insignifiante le prix de revient. Un mortier composé de une » partie de chaux éteinte, 1/10e partie de ciment et trois parties de sable présente » au bout de quatre semaines de durcissement une résistance à la compression » (23 kg. par centim. carré) trois fois supérieure à celle d'un mortier formé de » un chaux et deux sable (6 kg. 2 par centim. carré) et une force d'adhérence à » la pierre plus que double. Ces deux sortes de mortier reviennent respective- » ment à 1.13 fr. et 1.04 fr. l'hectolitre. Un autre mortier, composé de un chaux » (de Rudersdorf), 0.15 ciment (Stern) et trois sable, atteint au bout de 28 jours » une résistance à la compression de 27 kg. par centim. carré ; si on porte la » quantité de ciment à 0.20, la résistance devient 37 kg. 6. Pour des maçon- » neries en élévation ces mortiers économiques suffisent généralement, car, en

» employant des briques de qualité moyenne (offrant une résistance de 150 à » 200 kg. par centim. carré), l'ouvrage présentera une résistance de 70 à 100 kg. » par centim. carré à la compression et de 7 à 10 kg. à la traction après un dur- » cissement de quatre semaines.

» D'autre part, la plupart des mortiers de ciment acquièrent une résistance » plus grande, tant à la traction qu'à la compression, par l'addition d'un peu de » chaux éteinte, et leur adhérence à la pierre augmente. C'est ainsi qu'en ajou- » tant à un mortier composé de un ciment et deux sable, 1/4 de chaux éteinte » (en volume), la résistance à la traction augmente de 10 p. c., celle à la com- » pression de 20 p. c. et l'adhérence à la pierre de 25 p. c. »

§ 4. Résistance à la compression des Bétons.

13. Le mortier constitue dans les bétons le facteur principal de leur résistance à la compression.

Pour les bétons à la chaux on n'a pas d'expériences directes, mais comme ils se brisent toujours dans la masse du mortier agglomérant on admet que leur résistance est celle de ce mortier, voir Mahiels, déjà cité, p. 148.

Les bétons de ciment sont susceptibles de résistances notablement plus élevées que ceux à la chaux, c'est d'ailleurs là la cause de leur emploi dans les fortifications, voici qnelques chiffres pour des bétons de cailloux roulés agglutinés par du mortier de sable et ciment, les résistances sont celles constatées au bout d'un mois, le dosage est en kilogrammes de ciment par mètre cube de béton pilonné :

Pour 100 kgs de ciment, la résistance instantanée est de 60 k. par cent. carré au bout d'un mois.

Pour 200 kgs de ciment, 120 k.

Pour 300 kgs de ciment, 200 k.

Pour 400 kgs de ciment, 240 k.

Les dosages des bétons ne sortent pas des limites 100 et 400 kgs (Mahiels, p. 145).

Le béton à 200 kgmes se décompose comme suit par mètre cube pilonné :

$$0^{mc}.700 \text{ de galets} + 0^{mc}.500 \text{ de mortier}$$

ce mortier se compose de :

$$0^{mc}.500 \text{ de sable} + 200 \text{ kgs de ciment, soit } 0^{mc}.150$$

Les résistances ci-dessus constatées au bout d'un mois augmentent avec le temps dans les proportions indiquées pour les mortiers de ciment.

La charge de sécurité à admettre pour ces bétons peut atteindre le dixième de la rupture instantanée ci-dessus indiquée.

Pour obtenir un béton de bonne solidité il importe de l'employer ayant la

consistance du sable humide et le pilonner soigneusement et énergiquement par couches d'environ 20 centimètres.

Le dosage a une grande influence sur la résistance du béton, voici à ce sujet une expérience caractéristique faite par Mr l'ing. en chef Camerman : il a exécuté des cubes de béton $1 : 2\frac{1}{2} : 5$ (250 kg de ciment + un demi M. C. sable + 1 M. C. gravier) et les a pilonnés mécaniquement ; la résistance après 28 j. fut : pour

30 coups de pilon		50 à 54 kg
90	»	82 à 92 kg
150	»	120 kgs.

§ 5. Résistance à la Compression des Maçonneries.

14. La résistance à la compression des maçonneries dépend de la qualité des pierres ou briques, de leur taille ou régularité, de la qualité du mortier, de l'épaisseur des joints, enfin des soins de détail dans l'exécution de la maçonnerie : matériaux convenablement humectés, joints bien pleins, etc.

Des expériences de M. Tourtay (Ann. des Ponts et Chaussées, 1885, 2e semestre) et autres il découle les résultats suivants :

1° L'écrasement du mortier dans les joints des maçonneries a toujours lieu sous des pressions très supérieures à la résistance intrinsèque du mortier, M. Tourtay a constaté des résistances de rupture allant jusque 20 fois celle du mortier isolé (cela cadre avec les expériences du n° 12 ci-avant).

2° Toutes choses égales la charge qui produit la désagrégation du mortier est en raison inverse de l'épaisseur des joints, il faut donc réduire cette épaisseur au minimum compatible avec une bonne exécution.

3° Lorsqu'on essaie à la compression une maçonnerie de briques ou de moellons on constate que le mortier des joints horizontaux se tasse, forme bourrelet vers l'extérieur, et à l'intérieur s'insinuant dans les joints verticaux fait gonfler latéralement la maçonnerie et la disloque.

***

L'*Institut Royal des Architectes Anglais* a exécuté de nombreuses expériences sur des piliers en briques de 46 centimètres de côté et 1m83 de hauteur, les joints avaient une épaisseur de 5 à 7 millimètres, les briques étaient de 5 qualités, la maçonnerie était vieille de cinq mois, voici les résultats :

Qualité des Briques.	I	II	III	IV	V	
Charge de rupture instantanée par centimètre carré, briques seules	90k	205	237	391	841	Les mortiers n° 1 et n° 11 sont ceux du tableau du n° 10 ci-avant.
Id. maçonnerie de ces briques avec mortier n° 1	20k	34	33	39	123	
Id. briques avec mortier n° 11	41k	56	61	90	146	

La commission des essais était d'avis que la charge permanente sur ces maçonneries pouvait atteindre un maximum égal au $\frac{1}{5}$ de la rupture instantanée donc pouvait varier de 4 kg. à $\frac{146}{5} = 29$ kg. par centimètre carré (1).

On remarquera combien la résistance propre du mortier n° 1 augmente à l'intérieur des joints en maçonnerie, résultat qui est conforme à l'observation 1° ci-dessus.



Des expériences exécutées par l'« *Association des Ingénieurs et Architectes Autrichiens* » on peut tirer les conclusions suivantes en ce qui concerne nos matériaux belges :

Une maçonnerie avec mortier n° 13 (du tableau n° 10) et pierres de taille en petit granit présente au bout de 6 mois et par centimètre carré une charge instantanée de rupture par compression de 570k

Une maçonnerie avec mortier n° 13 et moellons de petit granit présente au bout de 6 mois une charge instantanée de rupture de . . 250k

Une maçonnerie avec mortier n° 11 et moellons à joints réguliers de petit granit a au bout de 6 mois une charge instantanée de rupture de . 180k

On voit que toutes choses égales la résistance de la maçonnerie en moellons est beaucoup moindre que celle de la maçonnerie en pierres de taille, cela à cause de l'importance beaucoup plus grande des joints en mortier.



14bis. Charges de sécurité. — Les charges de sécurité généralement admises sont par centimètre carré :

A) *En Belgique.* — Maçonneries en pierres de taille petit granit et trass bâtard 30k

Maçonnerie en Klampsteen et trass bâtard 7k

id. et mortier de ciment 10k

(1) *Le Génie Civil*, N° du 3 février 1900.

B) *A Berlin* les règlements de police autorisent au maximum pour la maçonnerie de briques avec mortier de chaux ordinaire . . . . 7[k]

Maçonnerie en briques de choix et mortier en ciment (1) . . . 14[k]

C) L'*Association des Ingénieurs et Architectes Autrichiens* admet qu'une maçonnerie en moellons à joints réguliers et mortier de ciment peut porter . . . . 10[k]

et en moellons bruts mais bien gisants et mortier de ciment . . . 5[k]

§ 6. Résistance à l'extension des matériaux pierreux, des mortiers et des maçonneries.

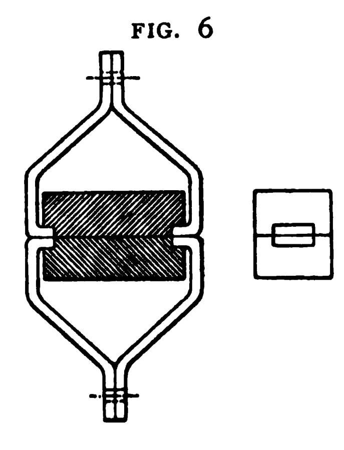
15. Les expériences sur ce sujet sont très peu nombreuses, voici les quelques résultats que nous avons pu trouver donnant les résistances instantanées par centimètre carré :

Désignation	R_t	Observations.
Basalte d'Auvergne	70 k.	
Calcaire de Portland	60 k.	
Calcaire compacte	32 k.	
Calcaire oolithique	14 k.	
Brique 1[e] qualité (cuisson parfaite)	20 k.	
Brique ord. (cuisson ordinaire)	10 k.	
Mortier peu soigné vieux	1 k.	
Mortier ordinaire vieux	3 k.	
Mortier hydraulique ordinaire	6 k.	
Mortier éminemment hydraulique	10 k.	
1 v. Ch. A + 2 v. ciment + 10 v. sable } durci à l'air (un mois)	20 k.	Mahiels p. 82.
» à l'eau (un mois)	15 k.	Congr. intern. déjà cité p. 159
1 v. ciment + 3 v. sable, à l'air (un mois)	15 k.	au bout de 4 ans 30 k.
id. à l'eau (un mois)	15 k.	» 20 k.
		Il s'agit toujours de ciment Portland artificiel 1[e] qualité.

***

16. La résistance à l'extension d'une maçonnerie dépend surtout de l'adhérence existant entre le mortier et les matériaux qu'il unit, cette adhérence contre les efforts d'extension dépend du dosage et de l'âge du mortier et aussi de la texture de la surface des matériaux auxquels il adhère, voici deux séries d'expériences rapportées dans les *Annales des Travaux Publics de Belgique*, tome VII, 1848, p. 437, ces expériences

FIG. 6





(1) *Wanderley*, Traité de Construction. Tome I, p. 201.

ont été faites sur des briques réunies par du mortier et soumises à une traction au moyen de griffes les saisissant par le milieu, ainsi que l'indique la FIG. 6.

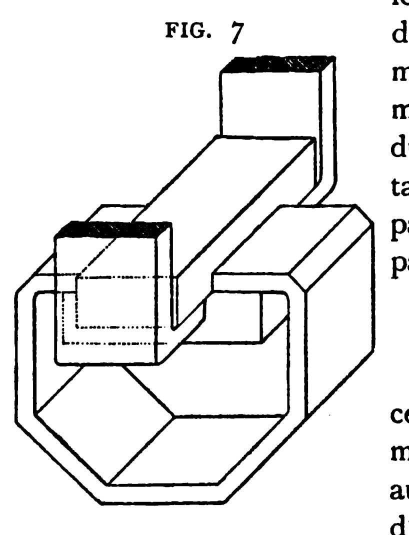
MOYENNES DE PLUSIEURS CENTAINES D'EXPÉRIENCES FAITES AVEC DES BRIQUES RÉUNIES PAR DIVERS MORTIERS.

DÉSIGNATION.	Charge de rupture instantanée par ct c. dans l'eau	dans l'air
1° Expériences avec Briques de Furnes, surface de contact 200 cent. carrés		
a) Mortier hydraulique : 10 Ch. hydraul. + 4 trass + 3 sable ; briques maçonnées depuis 12 jours.	o k. 45	o k. 70
b) Mortier émi. hydr. (3 Ch. hydr. + 2 trass) ; briques maçonnées depuis 12 jours	o k. 70	o k. 90
2° Expériences avec Briques de Rupelmonde, surface de contact 170 cent. carrés.		
a) Mortier 3 Ch. hydr. de Tournai + 2 sable ; briques maçonnées depuis 18 jours		o k. 14
b) Mortier 4 Ch. hydr. + 1 trass + 2 sable ; briques maçonnées depuis 18 jours		o k. 30



17. M. l'Ingénieur Félix De Walque a exécuté des centaines d'expériences très intéressantes sur l'adhérence des briques au mortier de ciment (1), ce sont les seules que nous connaissions ; nous extrayons de ses résultats quelques chiffres constituant des moyennes pour des Briques de Boom maçonnées au mortier de Portland arificiel à prise lente, mortier durci à l'air pendant 44 jours ; la résistance instantanée de rupture par traction, les briques étant saisies par des griffes ainsi que l'indique la FIG. 7, fut trouvée par centimètre carré : pour un mortier de

FIG. 7



1 v. cim. + 0,5 v. sable . . . . . . 2 k. 50
1 v. cim. + 1 v. sable . . . . . . 1 k. 50
1 v. cim. + 2 v. sable . . . . . . 1 k. 20

ces résistances ont été trouvées au bout de 44 jours, mais les chiffres ci-dessus étaient presque atteints au bout de 15 jours, c'est-à-dire que l'augmentation d'adhérence a été faible à partir de ce moment ; il est encore à noter que pour atteindre ces adhérences il faut :

1° Que pendant la période de prise les briques soient laissées en repos

(1) Mémoires de l'Union des Ingénieurs de Louvain, 1894.

absolu, le moindre mouvement de l'une par rapport à l'autre peut réduire l'adhérence à rien.

2° Que les briques soient avant emploi bien imbibées d'eau ; l'adhérence diminue beaucoup si la brique est insuffisamment mouillée ainsi que cela arrive fatalement pendant les chaleurs à cause de l'énergique évaporation à la surface.

3° Il faut même que les briques soient lavées, il a été constaté que l'adhérence devenait quasi nulle si la brique était souillée de sable fin ou de poussier de charbon ou d'escarbilles, cas qui sont assez fréquents.

Les résultats ci-dessus montrent combien sont téméraires les ingénieurs qui pour calculer la stabilité de massifs en maçonnerie au mortier de ciment tablent sur des résistances permanentes *à l'extension atteignant jusque 1 kg. et 1 k. 50 par cent. carré* ; *de semblables massifs sont voués à une ruine certaine.*

Dans les diverses expériences rapportées ci-dessus les mortiers ont durci en liberté, c'est-à-dire en l'absence de toute pression initiale, il serait intéressant de vérifier si le durcissement sous pression augmente l'adhérence (ce qui paraît probable) et dans quelle proportion ?

Quoi qu'il en soit cependant il nous paraît résulter de ces expériences qu'il est imprudent de calculer la stabilité d'un massif de maçonnerie en comptant sur une résistance *permanente* à l'extension quelque minime soit-elle, c'est là une résistance trop incertaine ; l'ingénieur doit avoir pour règle de la considérer comme nulle et faire abstraction de toute la section de maçonnerie où des extensions se produisent ; à la rigueur, on peut compter sur la résistance à l'extension d'une maçonnerie là où les extensions ne se produisent que *momentanément*, par exemple dans le cas d'une cheminée sous le coup de forts ouragans, mais cela n'est plus permis si les extensions agissent d'une façon permanente.

⁂

18. Les expériences relatées au n° 16 montrent que l'eau diminue l'adhérence du mortier aux briques, celles du n° 15 que le mortier de ciment durci dans l'eau a une moindre résistance à la traction que celui durci dans l'air, d'autre part l'expérience montre encore que dans l'eau (même dans l'eau ordinaire) les mortiers de ciment perdent de leur résistance à la longue, car ils se dénaturent du chef de la solubilité de certains de leurs éléments ; cette perte de résistance est surtout grande du côté de l'extension et du cisaillement, car la solubilité des éléments actifs du ciment est plus grande là où il y a extension que là où il y a compression, et cette solubilité est encore augmentée s'il y a des trépidations et des alternatives dans les fatigues par extension (Mémoires S^té Ing. Civils de France, avril 1899, p. 630 et 636), de tout quoi il résulte que pour les maçonneries plongées dans l'eau (culées et piles de pont, murs de quai, de barrages, de réservoirs, etc.) il y a un nouveau motif d'éviter toute fatigue par extension même avec un

mortier d'excellent ciment. — Nous ne pouvons donc approuver le dispositif des murs de quai d'Anvers (sud) qui dans leur béton de fondation subissent des extensions de 3 kg. par cent. carré ; il eût été préférable d'équilibrer ces extensions en introduisant dans le béton des armatures métalliques.

§ 7. Résistance au cisaillement.

19. Il y a : 1° le cisaillement s'exerçant à travers les matériaux constituant le massif de maçonnerie ; 2° le cisaillement s'exerçant au contact entre les matériaux et le mortier ; enfin 3° le cisaillement s'exerçant à travers les joints du mortier.

De quelques expériences faites il paraît résulter que la résistance au cisaillement à travers les matériaux est comparable à leur résistance à la compression, donc beaucoup plus grande que leur résistance à la traction, voici deux chiffres de Vicat : pour des calcaires dont les résistances à la compression étaient 106 et 285 kg. il a trouvé des résistances au cisaillement de 121 et 238 kg.

Quant aux résistances au cisaillement des 2° et 3° ci-dessus nous ne pouvons citer aucun chiffre, car il n'existe rien ou quasi rien, tout au moins rien qui offre quelque garantie de sérieux comme exactitude, ce que l'on sait avec certitude c'est que les résistances 2° et 3° sont considérablement plus faibles que celles du 1°, sont en fait très faibles et même nulles lorsque le mortier n'a pas encore effectué sa prise, c'est pourquoi dans les calculs de stabilité on ne peut compter sur ces résistances, on doit tabler pour équilibrer les efforts transverses sur la seule résistance due au frottement, voici quelques valeurs de coefficient de frottement f :

Pierres sur pierres ou briques sur briques avec interposition de mortier qui n'a pas fait prise complète 0,70

Maçonnerie sur bon terrain ordinaire 0,50

Maçonnerie sur argile humide 0,30

Voir aussi sur cette question du cisaillement le n° 117 ci-après.

§ 8. Dilatation.

20. Il est reconnu que les maçonneries subissent sous l'action de la température des effets de contraction et de dilatation tout comme les métaux ; M. Bouniceau (A. P. C. 1863, 1e sem.) a trouvé que le mortier de ciment avait sensiblement le même coefficient de dilatation que le fer, et que les maçonneries ordinaires en briques ou en pierres avaient un coefficient de dilatation égal aux deux tiers de celui du fer (0,000,008).

Ces effets de dilatation et contraction sont très sensibles dans les ouvrages importants, M. Mary signale un réservoir qui construit en été se fissurait et perdait de l'eau chaque hiver pour redevenir étanche l'été suivant.

M. l'Ingénieur Reynard mentionne (A. P. C. 1849, 2e sem.) le pont-aqueduc de la *Tronchasse* qui était étanche en été et perdait aussi de l'eau en hiver.

Enfin Vicat cite le pont de *Souillac* dont les lézardes s'ouvraient en hiver et se refermaient en été.

Ce sont là des faits dont il importe de tenir compte, tout au moins qu'il ne faut pas perdre de vue quand on doit exécuter des murs où l'étanchéité est de rigueur : murs de barrages, murs de réservoirs, longs murs de quai, etc.

Voir sur ce sujet un mémoire de M. Bouffet, inspecteur général, *Annales des Ponts et Chaussées* (1905, 1er trim.).

§ 9. Les Maisons qui s'écroulent.

Ci-dessus au no 1 nous insistons sur la grande importance d'un bon mortier en ce qui concerne la stabilité des maçonneries.

Or dans le courant de l'hiver 1913 certains écroulements très désastreux de bâtiments en construction ont inquiété le public et ont donné lieu à diverses communications parues dans la « *Chronique des Travaux Publics* » dans le courant de 1914. Ces communications émanant de personnes particulièrement compétentes en matière de maçonneries méritent une sérieuse considération, et nous croyons utile de les donner ici pour préciser nos indications ci-avant qui sont celles de notre édition précédente.

Voici une lettre de Mr Camerman, ingénieur directeur des essais à l'arsenal de Malines, parue dans la *Chronique* du 18-1-14.

J'ai été vivement intéressé par l'article intitulé « Les Maisons qui s'écroulent », paru le 11 courant dans votre estimable journal. Au cours de nombreuses expertises ayant trait à la composition des mortiers, j'ai pu me rendre compte de la quantité d'accidents qui eussent pu être évités si les règlements communaux interdisaient l'emploi de certains matériaux véritablement homicides. C'est de la chaux employée dans la confection des mortiers de maçonneries que je veux parler.

Nul n'ignore que le constructeur distingue deux espèces principales de chaux : la chaux grasse et la chaux hydraulique. Les propriétés de ces deux sortes de chaux sont absolument différentes.

La *chaux grasse* employée dans les travaux de plafonnage est d'autant meilleure qu'elle est plus pure, c'est-à-dire plus riche en chaux proprement dite. Cette chaux fait prise en se desséchant d'abord, puis en se carbonatant à l'intervention de l'acide carbonique de l'air. La sécheresse et une bonne ventilation favorisent donc la prise de la chaux grasse que, pour ce motif, on appelle parfois *chaux aérienne*.

Les mortiers de chaux grasse n'atteignent jamais une grande résistance ; cette résistance est toutefois suffisante pour les enduits de plafonnage.

La chaux hydraulique provient de la cuisson de calcaires argileux. Elle est composée de chaux proprement dite et d'un ensemble de produits (silice, alumine et oxyde de fer) résultant de la cuisson de l'argile, que l'on nomme *gangue hydraulique*. La prise de la chaux hydraulique est une combinaison chimique entre la gangue, la chaux proprement dite et l'eau de gâchage.

Contrairement à ce qui a lieu pour la chaux grasse, l'humidité est nécessaire à la prise de la chaux hydraulique. C'est ce qui motive le nom donné à celle-ci. Les mortiers de chaux hydraulique sont susceptibles d'atteindre une grande résistance et ce, d'autant plus que la chaux contient plus de gangue hydraulique.

Malheureusement, entre la chaux grasse et la chaux franchement hydraulique existent tous les stades intermédiaires de chaux qui ne sont « ni chair ni poisson ». Ces chaux contiennent une quantité de gangue hydraulique suffisante pour en faire rejeter l'emploi dans les mortiers de plafonnage et insuffisante pour communiquer au mortier une résistance convenable. C'est de ces chaux dont l'emploi devrait être confiné à l'amendement des terres, à la métallurgie, à la sucrerie, etc., qu'il est malheureusement fait un fréquent usage pour la confection du mortier de maçonnerie.

Cette chaux « intermédiaire », comment fait-elle prise ?

En période sèche, cette chaux participe plutôt des propriétés de la chaux grasse. Rapidement privée de son eau de gâchage, la petite quantité de gangue hydraulique ne trouve pas le temps de réagir, la chaux se carbonate et le mortier acquiert la minime résistance d'un mortier de plafonnage. Cette résistance, qui n'augmentera plus jamais, suffit à éviter l'effondrement de la maison ; mais dans les murs de celle-ci, jamais il ne sera possible de faire tenir un clou et les moindres affaissements de terrains produiront partout des lézardes.

En période humide, le danger est autrement grave. La dessiccation suivie de carbonatation ne pouvant se produire, la prise tend à se faire par la réaction de chaux sur la gangue hydraulique. Celle-ci étant malheureusement très peu abondante, la prise se fait avec une lenteur désespérante.

Au cours de certaines expertises, j'ai examiné des murs maçonnés depuis trois semaines et des tas de mortier confectionnés depuis le même temps et, de part et d'autre, le mortier était resté plastique comme de l'argile.

Or, en trois semaines, le maçon édifie des murs de 10 mètres et plus.

Quoi d'étonnant si un coup de vent un peu violent ou une disposition un peu hardie imaginée par l'architecte provoque l'effondrement de cette masse encore inconsistante ?

Et la preuve de ce que j'avance, c'est que les effondrements de maisons, neuf fois sur dix, se produisent en hiver, à la suite de longues périodes pluvieuses, et le plus souvent, sans qu'il y ait eu de gelée.

C'est donc contre l'emploi de ces variétés de chaux véritablement homicides qu'il importe de réagir énergiquement.

Pourquoi, dans un pays comme la Belgique, qui produit abondamment et à bas prix les meilleures chaux hydrauliques du monde, est-il fait usage de ces chaux défectueuses ?

Cela provient de l'habitude déplorable que l'on a de prescrire la composition des mortiers en volume et non en poids.

Les cahiers des charges des architectes prescrivent toujours de mélanger tant de parties de chaux à tant de parties de sable, et le mot « parties » est toujours interprété dans le sens des « volumes ». C'est un usage établi.

Or, une chaux a un *rendement* d'autant plus grand, c'est-à-dire foisonne d'autant plus, qu'elle est moins hydraulique.

L'entrepreneur, qui achète la chaux au poids et la revend au volume, a donc intérêt à prendre la chaux qui a le plus grand rendement, c'est-à-dire la plus mauvaise. C'est une prime offerte à l'entrepreneur le moins consciencieux.

Le moyen d'abolir un tel abus est bien simple. Il faut, comme à Paris et dans beaucoup d'Administrations, prescrire la composition des mortiers en poids.

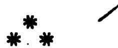
L'entrepreneur aura alors avantage à employer une chaux franchement hydraulique et son intérêt, au lieu d'être opposé à celui du client, y sera conforme.

Il faut de plus définir, par un texte formel, la limite à partir de laquelle une chaux mérite le nom d' « hydraulique ».

L'hydraulicité d'une chaux s'exprime par le rapport entre la quantite de gangue hydraulique (silice soluble, alumine et oxyde de fer) et de chaux proprement dite. Ce rapport, qui peut être déterminé très facilement, s'appelle *indices d'hydraulicité* de la chaux.

La Fédération nationale belge du bâtiment et des travaux publics et la Ligue du bâtiment de Bruxelles, en fixant cette limite, rendraient un grand service à leurs membres.

Un très grand nombre d'accidents, de procès et de contestations seraient évités et les intérêts des entrepreneurs consciencieux qui sont certainement l'énorme majorité au sein des associations précitées seraient ainsi protégés.



M. Delleur, bourgmestre de Watermael-Boitsfort, avait reçu mandat de la Conférence des bourgmestres de l'agglomération bruxelloise de faire une enquête sur les mesures à prendre pour éviter les catastrophes comme celle qui s'était produite à Boitsfort, écroulement de deux maisons, à la suite de gelées, il a demandé un avis motivé à la *Fédération nationale du Bâtiment et des Travaux publics de Belgique* qui a transmis la question aux deux sociétés d'entrepreneurs, les mieux qualifiées de l'agglomération, la *Ligue du Bâtiment* et l'*Association des entrepreneurs de maçonneries et de béton armé*. Les délégués de ces deux Associations réunis en Commission, ont envoyé au Comité fédéral le rapport suivant (voir Chronique des Travaux Publics du 31 mai 1914):

« Monsieur le Président,

» Les Comités de la Ligue de l'Industrie du Bâtiment et des Travaux publics, et de l'Association des Entrepreneurs de Maçonneries et de Béton armé se sont réunis les 22 et 27 avril pour désigner leurs délégués respectifs chargés de l'étude de la question de la réglementation des constructions en hiver.

» Ceux-ci se sont réunis, à leur tour, à différentes reprises pour rechercher les moyens à préconiser en vue d'éviter les nombreux accidents qui se produisent parfois pendant la mauvaise saison.

» Tout d'abord, il a été reconnu qu'une réglementation absolue serait difficile à établir pour ne pas dire impossible.

» Il serait à souhaiter que l'on pût suspendre les travaux pendant l'hiver. Mais il n'y faut pas songer dans l'état actuel de la vie de nos grandes villes.

» L'exécution des maçonneries pourrait être autorisée, *moyennant la suppression radicale des mortiers au broyeur confectionnés avec de la cendrée*, pendant la période du 1er novembre au 1er mars, ces mortiers de cendrée, pris par la gelée, n'ayant plus ni consistance ni adhérence.

» Ceux-ci devraient être remplacés, du 1er novembre au 1er décembre, par des mortiers confectionnés au moyen d'une partie de chaux hydraulique pulvérisée de première qualité et de deux parties de sable rude.

A partir du 1er décembre jusqu'au 1er mars (et si la saison était pluvieuse, jusqu'au 1er avril) les mortiers devraient être dosés : deux parties de chaux hydraulique pulvérisée,

une partie de ciment artificiel, à prise lente, de bonne qualité et de cinq parties de sable rude.

» Ces différents dosages seraient de nature à n'entraîner qu'un faible surcroît de dépenses à la portée de toutes les bourses. Ils auraient cet avantage de laisser travailler, avant et après les gelées, avec un minimum de sécurité très satisfaisant, pour autant que la capacité de main-d'œuvre et les autres matériaux mis en œuvre ne fussent pas de qualité défectueuse, notamment en ce qui concerne les briques des environs de Bruxelles.

» Pour les briques, il y aurait lieu de préconiser l'emploi de la brique de Boom ou de toute autre brique similaire offrant un même coefficient de résistance pour tous bâtiments dépassant la hauteur moyenne de deux étages. Exiger l'emploi des dites briques pour tous pilastres (prévus en briques) portant charge. Ceux-ci seraient maçonnés au mortier de ciment.

» Les délais d'achèvement pour les travaux d'hiver devraient être le double de ceux des travaux exécutés pendant l'été (bonne saison : 1er mars au 31 octobre).

» Il serait hautement désirable de réglementer le dosage pendant la période correspondant à la bonne saison pour les mortiers aux broyeurs : deux parties de chaux hydraulique, une partie de sable rude, une partie de cendrée de bonne qualité.

» Pour les mortiers à la main, le même dosage serait prescrit, la cendrée remplacée par du sable rude.

» Telles sont en résumé, Monsieur le Président, les conclusions de l'étude en commun des questions soumises à l'examen de nos délégués par la lettre du 2 avril dernier, émanant de M. le bourgmestre de Watermael-Boitsfort, et dont copie nous a été adressée par vos soins.

» Veuillez agréer, Monsieur le Président, l'expression de nos sentiments confraternellement dévoués.

» Pour la Ligue de l'Industrie du Bâtiment et des Travaux Publics :

Le Président,
JEAN VAN DEUREN.

» Pour l'Association des Entrepreneurs de Maçonnerie et de Béton armé : »

Le Président,
AUGUSTE BOURGEOIS.



Le mortier homicide. — Comme suite au rapport précédent, M. Delleur a adressé au Bureau de la *Fédération nationale du Bâtiment et des Travaux publics* la lettre suivante :

« Watermael-Boitsfort, le 18 juillet 1914.

» MESSIEURS,

» Comme suite à votre estimée lettre du 8 juin, j'ai eu l'honneur d'examiner, avec M. Camerman, directeur du Service des Essais des Chemins de fer de l'État, les propositions contenues dans les intéressants rapports de la Fédération.

» Nous avons reconnu la justesse des observations du Comité de la Fédération, de la Ligue de l'Industrie du Bâtiment et des Travaux publics et de l'Association des Entrepreneurs de Maçonnerie et de Béton armé.

» Nous nous sommes inspirés de vos travaux pour arrêter les termes essentiels d'un projet de règlement.

» Avant de le soumettre à l'examen de la Conférence des Bourgmestres, il me serait agréable de connaître votre avis sur ce sujet et je serais heureux de recevoir les objections que vous croiriez devoir y faire.

» Dans un de vos rapports, M. Camerman et moi avons remarqué cette phrase pleine de bon sens : « Il a été reconnu qu'une réglementation absolue serait difficile à établir, pour » ne pas dire impossible. » Aussi avons-nous eu pour objectif de créer un contrôle, non pas parfait, mais suffisamment efficace pour attirer l'attention des intéressés sur un problème important de sécurité publique, et les mettre en garde contre la grave responsabilité qui leur incombe.

» Nous sommes persuadés qu'une telle réglementation apportera une sérieuse amélioration à la situation actuelle ; elle favorisera les entrepreneurs consciencieux et empêchera les autres d'abuser de l'ignorance de leurs clients.

» M. Camerman et moi serions disposés à nous réunir avec vous pour discuter les termes du nouveau règlement si des divergences de vues se présentaient.

» Notre seul désir, comme le vôtre, est de faire œuvre utile.

» En vous remerciant vivement, vous, Monsieur le Président, et vos honorables Collègues, du précieux concours que vous m'apportez, je vous présente l'assurance de mes meilleurs sentiments.

» (*S.*) DELLEUR. »

A Messieurs les Président et Membres du Comité de la Fédération des Entrepreneurs.

Réglementation de l'emploi des matériaux de construction.

1° Toute construction à ériger dans la Commune sera surveillée par le Collège des Bourgmestre et Echevins ou ses délégués, au point de vue de l'emploi des matériaux, de façon à assurer la sécurité des ouvriers et celle du public ;

2° Les mortiers entrant dans la formation des maçonneries devront répondre, avant leur emploi, aux prescriptions suivantes :

Les mortiers composés de 450 kilogrammes ou plus de ciment à prise lente et de 1 mètre cube de sable rude et propre sont autorisés toute l'année.

Du 15 mars au 15 octobre (bonne saison) (ces dates ont été choisies parce qu'avant le 15 mars et après le 15 octobre la température descend souvent la nuit en dessous de 5°, ce qui ralentit fortement la prise des mortiers), on utilisera : 1° pour le mortier à broyeur, en volume 2 parties de chaux hydraulique, 1 partie de sable rude et propre, 1 partie de cendrée de bonne qualité ; 2° pour le mortier à la main, même dosage, sauf que la cendrée sera remplacée par du sable rude et propre.

Du 15 octobre au 30 novembre (saison intermédiaire), le mortier devra être composé, en volume, de : 1 partie de chaux éminemment hydraulique pulvérisée, 2 parties de sable rude et propre.

Du 1er décembre au 15 mars (saison froide), le mortier devra être composé en volume de : 2 parties de chaux éminemment hydraulique, 1 partie de ciment à prise lente, 5 parties de sable rude et propre.

Le Collège pourra autoriser l'emploi de tout autre mortier qui présentera au moins les mêmes coefficients de résistance et de rapidité de prise que ceux qu'ils doivent remplacer d'après les prescriptions précédentes ;

L'emploi de déchets de démolitions renfermant des plâtras est en tout cas interdit. (L'expérience démontre que les plâtras ont pour effet de produire des accidents par gonflement et expansion) ;

On entend par chaux hydrauliqve celle qui a un indice d'hydraulicité (rapport de la partie : silice plus alumine, plus oxyde de fer à la partie chaux) d'au moins 0.22 ;

On entend par chaux éminemment hydraulique, celle dont l'indice d'hydraulicité est au moins de 0.42 ;

Les chaux doivent être approvisionnées en roche avant la confection du mortier ;

L'emploi des cendres de chaux est interdit ;

Le ciment devra répondre au moment de son emploi à l'épreuve suivante : Une éprouvette gâchée à l'état de pâte pure devra présenter après un jour d'exposition à l'air et six jours d'immersion dans l'eau, la température d'épreuve étant toujours comprise entre 15° et 18°, une résistance à la traction d'au moins 25 kilogrammes par centimètre carré ;

3° Le mortier devra toujours être confectionné sur le territoire de la commune, en un endroit accessible directement aux agents de l'Administration chargés de la surveillance.

Ces agents pourront prélever tous échantillons nécessaires aux vérifications.

Le Collège pourra autoriser l'emploi de mortier fabriqué en dehors du territoire de la commune, si ce mortier présente les conditions de garantie équivalentes à ceux précédemment décrits ;

4° Tous matériaux reconnus défectueux devront, par les soins du fabricant ou de l'entrepreneur, être enlevés du lieu de fabrication ou du chantier de construction, dans les 24 heures de la signification qui lui sera faite par la police, en suite d'un rapport conforme du service compétent ;

5° L'entrepreneur ne pourra exécuter des constructions en maçonnerie qu'en observant une certaine vitesse d'élévation d'un étage à l'autre. Avant de poursuivre l'élévation d'un nouvel étage, il devra s'assurer de la résistance de la maçonnerie inférieure et prendre toutes les précautions de consolidation nécessaires ;

6° Pénalités : Les contrevenants au présent règlement seront punis des peines de simple police (amende de 5 à 25 francs et d'un emprisonnement de 1 à 7 jours, ou d une de ces peines seulement) (1).

---

(1) Voir *Chronique des Travaux Publics*, du 14 Août 1914. L'étude de la question en resta là, une autre catastrophe bien plus terrible que l'écroulement de maisons venait inopinément de s'abattre sur la Belgique.

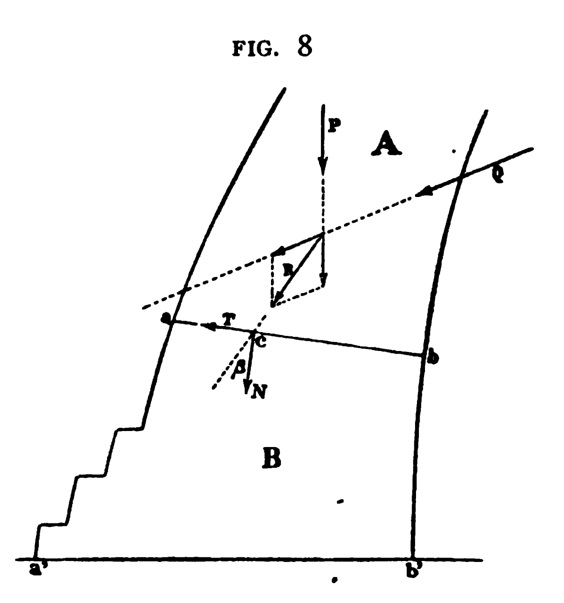
CHAPITRE II.

STABILITÉ DES MASSIFS

21. Il y a pour les constructions en maçonnerie (tout comme pour n'importe quelle construction) à considérer l'équilibre *statique* et l'équilibre *élastique* ; par le Chap. I nous savons que les joints de mortier constituent les plans de moindre résistance des massifs maçonnés, c'est donc suivant ces plans que nous avons à établir les équations de stabilité ; toutefois il y a des circonstances où il faut étudier la stabilité suivant des directions autres que les plans de joints, nous en parlerons plus tard.

Soit un massif de forme quelconque (FIG. 8) et *ab* un joint en mortier le séparant en deux tronçons A et B ; les conditions du projet à élaborer permettent de déterminer la force verticale P qui agit sur le tronçon A (force qui représente le poids de ce tronçon augmenté de l'action des charges et surcharges qu'il porte) et aussi de déterminer la valeur de la force Q, qui représente l'action d'agents extérieurs sur le massif en question (action du vent sur une cheminée, poussée de l'eau ou des terres sur un mur, poussée d'un tronçon de voûte sur sa culée, etc.); pour que A soit *stable* sur B il faut et il suffit :

FIG. 8



1° Que le massif A soit en équilibre statique sur le plan *ab*, cela parce que nous faisons abstraction de la traction.

2° Qu'en aucun point du joint *ab* il ne se produise des fatigues dépassant celles qu'avec sécurité la maçonnerie peut supporter.

Si ces deux conditions sont satisfaites pour n'importe quel joint *ab* du massif AB celui-ci sera stable ; mais pour que cette stabilité soit complète il faut qu'elle existe pour l'ensemble de AB sur le joint *a'b'* par lequel il prend contact avec le terrain des fondations, et les conditions de cette stabilité sont les mêmes que

celles 1° et 2° ci-dessus : il faut l'équilibre statique sur *a'b'* et en outre il faut qu'en aucun point de ce joint la fatigue ne dépasse celle qu'avec sécurité le terrain peut supporter, c'est-à-dire n'atteigne pas un taux tel que le terrain subisse un tassement sensible et surtout un tassement irrégulier.

Les forces P et Q correspondent à une certaine longueur du massif AB, généralement on prend l'unité de longueur ; nous admettons que les forces P et Q sont dans un même plan, ce qui est de beaucoup le cas le plus fréquent.

Nous avons donc à étudier les conditions de l'équilibre statique et de l'équilibre élastique du massif A sur le joint *ab* du massif B.

§ 1. Equilibre statique. — Coefficients de stabilité.

22. Coefficient de stabilité de glissement et de rotation. — Centre de pression. — Les conditions de l'équilibre statique sont au nombre de trois, elles correspondent aux trois équations que donne la statique pour des forces situées dans un même plan ; ces équations s'établissent en supposant 1° que les deux massifs A et B (FIG. 8) sont complètement indéformables et d'une résistance indéfinie à la compression ; 2° qu'entre les deux massifs, donc le long du joint *ab*, il ne peut se développer aucune résistance par traction et ce en vertu des principes établis au § 6 du Chap. I.

I. De l'équation statique des composantes normales à *ab* (FIG. 8) il résulte que la somme des composantes perpendiculaires à *ab* doit être nulle, condition qui exige que la composante N (de P et Q) perpendiculaire à *ab* agisse par compression sur B et que le point C où la résultante R coupe le joint soit à l'intérieur de celui-ci ; ce point C se nomme *le centre de pression du joint ab.* — La composante N agisssant par compression à l'intérieur de *ab* est tout naturellement équilibrée par la résistance supposée indéfinie du massif B, équilibre qui ne se réaliserait pas si N agissait par traction ou si C tombait en dehors du joint.

II. La seconde équation statique exprime que la somme des composantes parallèles à *ab* doit être nulle ; la composante des forces agissantes P et Q est T ; la seule force résistante est le frottement fN qui s'exerce sur *ab*, car nous avons vu au n° 19 qu'on ne peut compter ni sur la cohésion du mortier, ni sur son adhérence aux matériaux, l'équation d'équilibre statique est donc :

$$fN = T$$

c'est là l'équilibre strict que la moindre aventure pourrait ruiner, c'est un équilibre sans sécurité et le constructeur ne peut s'en contenter, il faut que la résistance fN soit supérieure à la puissance T, il faut donc :

$$fN = nT \qquad (1)$$

n est un *coefficient de stabilité de glissement* ou coefficient de sécurité dont la

valeur ne peut être inférieure à 2, et quelquefois, ainsi que nous le verrons, doit être beaucoup plus élevée. — L'équation (1) se nomme l'*équation du glissement*, elle est susceptible d'une interprétation géométrique que voici (voir FIG. 8) :

$$\frac{T}{N} = \operatorname{tg}\beta = \frac{f}{n}$$

f est un coefficient connu, 0,70 dans le cas de maçonnerie sur maçonnerie, ce chiffre exprime la tangente d'un angle de 35° qui pour ce motif se nomme l'*angle du frottement* de la maçonnerie sur elle-même, donc en vertu de l'équation ci-dessus on a :

$$\operatorname{tg}\beta = \frac{\operatorname{tg}35°}{n} \quad \text{ou approximativement} \quad \beta = \frac{35°}{n}$$

équation qui exprime que pour l'*équilibre de glissement* il faut que la résultante R fasse avec la normale au joint *ab* un angle inférieur à l'angle du frottement ; désignant en terme général par α cet angle de frottement (maçonnerie sur maçonnerie, ou maçonnerie sur terrain de fondation) l'équation (1) ci-dessus prend la forme :

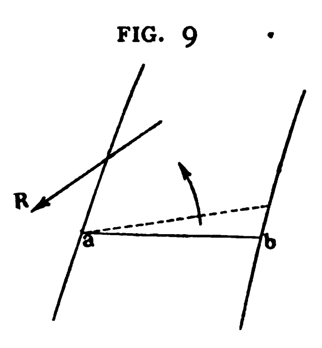
$$(2) \qquad \beta = \frac{\alpha}{n}$$

III. La troisième équation statique exprime que la somme des moments par rapport à un point quelconque du plan doit être nulle, c'est l'*Équation de Rotation* ; la rotation du bloc indéformable A sur B ne peut évidemment se produire qu'autour d'une des arêtes extrêmes du joint *ab* ; et dans le cas figuré elle ne peut se produire qu'autour de l'arête *a* ; soit Q_m^a le moment de la poussée Q par rapport à ce point et P_m^a le moment des poids et charges P, il faut pour l'équilibre statique autour de *a* :

$$P_m^a = Q_m^a$$

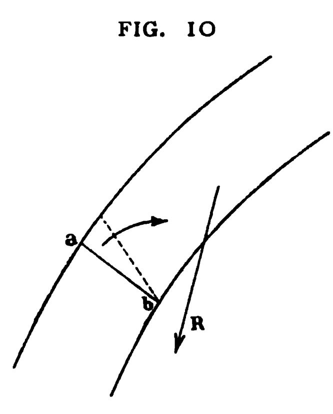
ce qui signifie que la résultante R de P et Q passe par *a*, ou encore que Q passe à gauche du point *a* et agit comme puissance pour produire la rotation, tandis que P reste à droite et agit comme résistance ; mais c'est là l'équilibre strict que la moindre chiquenaude peut troubler, l'équilibre du fléau d'une balance sur ses couteaux, équilibre plein d'aléa contre lesquels il faut se prémunir, d'où première conclusion : la résultante R ne peut passer par le point *a*. — Si R passe à gauche de *a*, c'est-à-dire en dehors du joint (FIG. 9), l'équilibre est devenu pratiquement impossible, car pour le réaliser il faudrait que suivant *ab* il se développe une résistance par traction, résistance que la maçonnerie ne peut présenter ainsi

FIG. 9



que nous l'avons vu ; le même raisonnement nous conduirait à la conclusion que R ne peut passer ni par *b* ni à droite de ce point, FIG. 10 ; donc pour que l'équilibre statique de rotation soit possible avec sécurité il faut que la résultante R passe à l'intérieur du joint *ab*, ainsi que l'indique la FIG. 8, c'est-à-dire que le *centre de pression* soit à l'intérieur de *ab*, condition déjà trouvée ci-avant par la première équation statique.

FIG. 10



La condition du centre de pression à l'intérieur du joint est tout naturellement réalisée si les deux forces P et Q coupent l'une et l'autre l'intérieur de *ab*, mais elle peut aussi se trouver réalisée si l'une des forces coupe à l'intérieur et l'autre à l'extérieur, dans ce cas la force qui coupe à l'extérieur joue le rôle de puissance et l'autre le rôle de résistance à la rotation, et le centre de pression sera à l'intérieur du joint si le moment de la résistance est supérieur à celui de la puissance, condition qui dans le cas de la FIG. 8 s'exprime par l'équation :

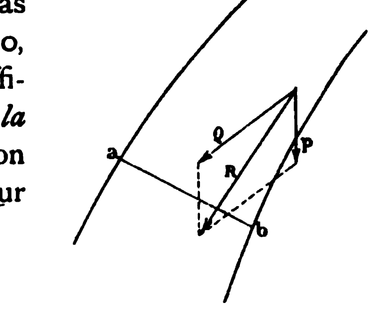
$$P^a_m = k Q^a_m \tag{3}$$

et dans le cas de la FIG. 11, rotation par rapport à *b* :

$$Q^b_m = k P^b_m \tag{4}$$

il faut donc que le moment qui s'oppose à la rotation soit *k* fois plus grand que celui qui tend à la produire, *k* est un coefficient qui dépend de la nature des maçonneries, de la destination de la construction et de sa situation, il ne doit pas être inférieur à 2 et quelquefois est égal à 8 et 10, pour les phares par ex. ; ce coefficient *k* est le coefficient de sécurité ou *coefficient de stabilité contre la rotation ;* la sécurité ou stabilité d'une construction contre l'éventualité de sa culbute par rotation autour d'une de ses arêtes a donc pour expression :

FIG. 11



$$k = \frac{P^a_m}{Q^a_m} \qquad \text{ou bien} \qquad k = \frac{Q^b_m}{P^b_m}$$

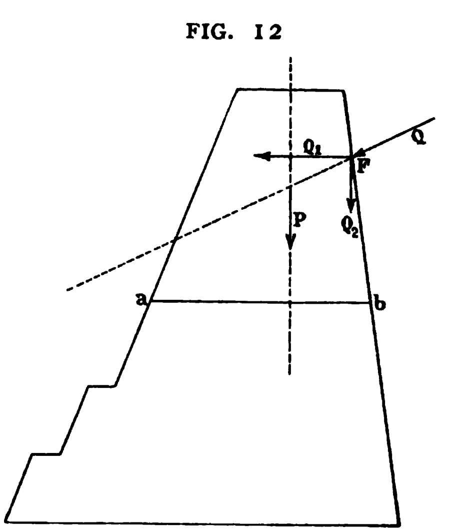
Il est à remarquer que pour avoir la vraie valeur de *k il faut prendre les forces* Q *et* P *telles qu'elles sont et ne pas recourir à des décompositions, ou des compositions*, ainsi dans le cas de la FIG. 12 nous avons exactement :

$$k = \frac{P^a_m}{Q^a_m}$$

mais si au point d'application F de Q sur la paroi du massif nous décomposions cette force en ses deux composantes Q_1 et Q_2, nous aurions :

$$Q^a_m = Q^a_{1m} - Q^a_{2m}$$

FIG. 12



et, dans le nouveau système des trois forces P, Q_1 et Q_2, les deux forces P et Q^2 agiraient comme résistance à la rotation autour de *a*, et Q_1 comme puissance, et le coefficient de stabilité serait :

$$k_1 = \frac{P^a_m + Q^a_{2m}}{Q^a_{1m}} = \frac{P^a_m + Q^a_{2m}}{Q^a_m + Q^a_{2m}}$$

valeur différente de celle *k* ci-dessus, et valeur trompeuse d'ailleurs, car la stabilité réelle est évidemment donnée par

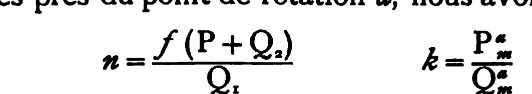
$$k = \frac{P^a_m}{Q^a_m}$$

Il est à noter que le coefficient de stabilité de rotation d'un massif est à évaluer en recherchant la section *ab* de ce massif pour laquelle ce coefficient est minimum.



23. La stabilité telle qu'elle résulte de l'application des équations de la statique est toujours une stabilité incertaine, on peut en effet trouver des valeurs très élevées pour les coefficients de stabilité *n* contre le glissement et *k* contre la rotation et cependant avoir une construction de stabilité précaire, soit par exemple FIG. 13 un massif où du chef des surcharges la force P est grande et par contre la poussée Q faible et passant très près du point de rotation *a*, nous avons :

FIG. 13



$$n = \frac{f(P + Q_2)}{Q_1} \qquad k = \frac{P^a_m}{Q^a_m}$$

deux valeurs élevées pour *n* et *k*, ce qui prouve que sur *ab* il n'y aura à craindre ni glissement, ni rotation, mais du chef de l'intensité de $(P + Q_2)$ il pourrait très bien y avoir écrasement, il y a donc là une incertitude qu'il importe d'élucider en étudiant la stabilité élastique de ce massif.



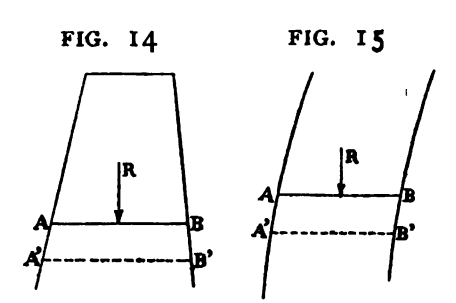
24. Centre de pression. — Notons d'une façon toute spéciale, que de

l'étude ci-dessus il résulte qu'une des conditions essentielles de l'équilibre statique d'un massif est que pour chaque joint le *centre de pression* soit à l intérieur du joint, condition imposée par la première et la troisième équation statique.

§ 2. Équilibre élastique.

25. Approximation fondamentale. — Formules qui en dérivent. — Les conditions trouvées ci-dessus pour l'équilibre statique du massif sont des conditions nécessaires mais pas suffisantes, car elles ne donnent aucune indication sur les fatigues qui réellement agissent dans le massif, elles ne disent surtout pas s'il y a des fatigues par traction d'où peuvent résulter des crevasses, ou des compressions pouvant provoquer des écrasements ; l'étude de l'équilibre élastique a précisément pour but d'élucider cette double et très importante question.

La théorie de l'équilibre élastique des maçonneries repose toute entière sur l'approximation que voici : *considérer les maçonneries comme des matériaux homogènes (genre fer et acier) et leur appliquer les formules fondamentales établies pour ces matériaux.* — A première vue cette approximation paraît assez grossière, toutefois si on a soin d'employer de bons matériaux assemblés par de l'excellent mortier et si on combine de façon à n'avoir partout que de la compression (ou tout au plus des extensions faibles et momentanées) il semble bien que cette approximation n'est pas condamnée par les faits, ainsi tous les essais de voûtes en briques, pierres de taille, moellons et bétons ont conduit à la conclusion qu'elles se comportent comme des arcs métalliques (voir ci-après Chap. VII, nº 119) et peuvent se calculer par les mêmes formules, c'est là une justification éclatante de l'approximation qui constitue la base de la théorie de l'équilibre élastique des maçonneries ; de cette approximation il découle que les maçonneries sont considérées comme obéissant aux lois de *Hook* et de *Bernouilli* (ou des sections planes), et aussi à la loi de l'*indépendance des effets*, donc que les formules de traction, compression et flexion établies pour le fer et l'acier sont applicables aux massifs maçonnés.



De l'approximation fondamentale dérivent les conséquences détaillées ci-après de I à V ; tous nos raisonnements supposent d'ailleurs que les massifs ont une section régulière à double axe de symétrie et que les forces agissantes sont contenues dans le plan d'un de ces axes :

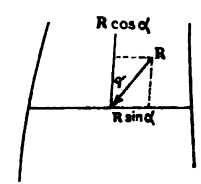
I. Soit un massif à axe droit (FIG. 14) ou courbe (FIG. 15), AB est une section faite dans le massif, section dont la superficie est Ω ; si la résultante R de toutes les forces appliquées à la portion du

massif située d'un même côté de AB (par exemple la portion supérieure) est normale à AB, passe par le centre de gravité de cette section et agit par compression sur elle, la fatigue due à l'action de ces forces sur AB est uniformément répartie sur l'étendue de cette section et a pour valeur $\frac{R}{\Omega}$.

De plus comme toute fatigue engendre nécessairement une déformation il résulte de l'approximation fondamentale que sous l'action de R la section AB se déplace parallèlement à elle-même et vient occuper une position A'B' ; enfin le déplacement de AB à A'B', en d'autres termes le raccourcissement des fibres du massif (si on peut employer ce terme quand il s'agit de maçonneries) est proportionnel à R.

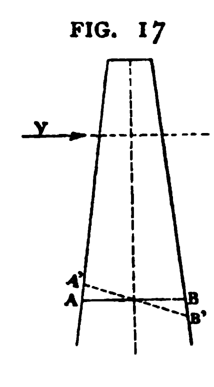
II. Si la résultante des forces extérieures est oblique sur AB et appliquée à son centre de gravité (FIG. 16), on admet en vertu du *principe d'indépendance* que son effet sur la section est une fatigue par compression due à la composante R cos α donc égale à $\frac{R \cos \alpha}{\Omega}$ et en outre une fatigue par cisaillement due à la composante R sin α, cisaillement qui d'ailleurs doit être équilibré par le frottement ainsi que nous l'avons vu dans l'étude des conditions statiques de l'équilibre.

FIG. 16



III. Si un massif à axe droit est sollicité à la flexion par une force V normale à son axe (FIG. 17) et contenue dans un plan de symétrie de ce massif, et que la maçonnerie soit à même de résister par extension (cette extension n'est admissible que s'il y a compression préalable par d'autres forces, c'est-à-dire si l'extension n'est en fait qu'une diminution de compression), les fatigues dues à V sur une section quelconque AB se produisent comme elles se produiraient si le massif était métallique, c'est-à-dire par pivotement de la section AB autour de son axe neutre perpendiculaire au plan de symétrie contenant la direction de V ; le plan AB prend donc la position A'B', le moment fléchissant est Vh et les fatigues aux divers points de la superficie de cette section sont données par les formules de flexion.

FIG. 17

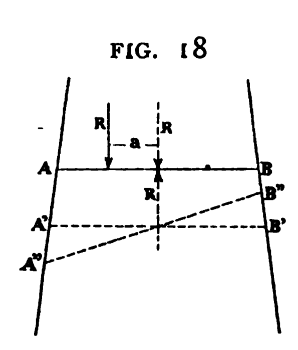


$$\frac{tI}{v} = M \qquad \frac{t_y I}{y} = M$$

I et v ou y ont les significations données dans la théorie de la flexion. Il est bien entendu que le massif ne peut résister à l'effet de la force V que s'il est soumis à d'autres forces qui produisent des compressions initiales dépassant les tractions dues à V ou tout au moins les réduisant à peu de chose, voir le calcul des cheminées.

IV. Si la résultante des forces est une normale à AB appliquée suivant un axe de symétrie mais en dehors du centre de gravité (FIG. 18), rien ne sera changé au point de vue mécanique si on applique au centre de gravité 2 forces R égales et diamétralement opposées ; le système des 3 forces R se réduit à un couple Ra et un effort direct R agissant au centre de gravité de la section ; l'effort R donne une fatigue uniforme $\frac{R}{\Omega}$; quant au couple Ra il produit un pivotement de AB autour de son axe neutre. — En définitive du chef de R la section AB vient en A'B' et du chef de Ra, A'B' vient en A"B" ; par conséquent en appliquant les mêmes raisonnements que dans la théorie de la flexion des matériaux homogènes on a que la fatigue en un point quelconque de AB a pour expression :

FIG. 18



$$t_y = \frac{R}{\Omega} \pm \frac{z}{I} Ra = \frac{R}{\Omega} \pm \frac{Mz}{I}$$

et la fatigue maximum sera :

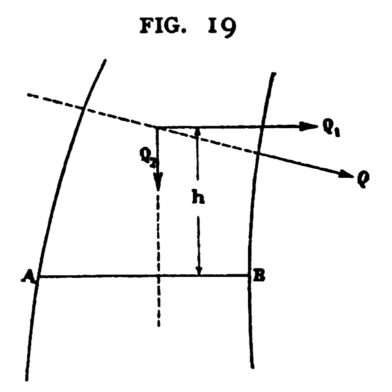
$$t = \frac{R}{\Omega} + \frac{Mv}{I}$$

Si la résultante R n'est pas normale on la décompose en N et T ; l'effort tangentiel T est équilibré par le frottement et la composante normale N produit les fatigues que nous venons de calculer.

Ci-après nous développerons ces calculs d'une façon spéciale, car le cas actuel se présente fréquemment en pratique.

V. Si un massif à axe quelconque droit ou courbe est sollicité par une force d'allure quelconque Q (FIG. 19), la fatigue qui en résulte sur une section quelconque AB sera donnée par la construction suivante : on mène une normale à AB par son centre de gravité jusque la rencontre de la direction de Q, au point de rencontre on décompose Q en Q_1 perpendiculaire à la normale et Q_2 suivant celle-ci ; Q_2 produit une compression directe, Q_1 engendre un moment Q_1h et en vertu de l'approximation fondamentale la fatigue due à Q a pour expression :

FIG. 19



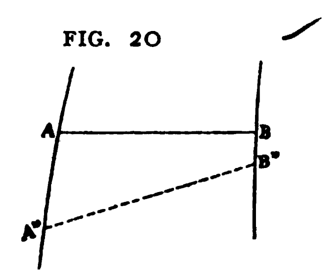
$$t_y = \frac{Q_2}{\Omega} \pm \frac{z}{I} Q_1 h$$

en sus il y a l'effet du glissement Q_1 qui est équilibré par le frottement ; le cas de la FIG. 19 est la généralisation de celui FIG. 17.

Il est à noter que la force Q n'est évidemment qu'une des forces agissant sur le massif, il doit y en avoir d'autres qui avec Q donnent une résultante R coupant le joint considéré à l'intérieur de ses limites A et B ou sinon l'équilibre statique serait impossible ainsi que nous l'avons vu au § 1.

***

FIG. 20



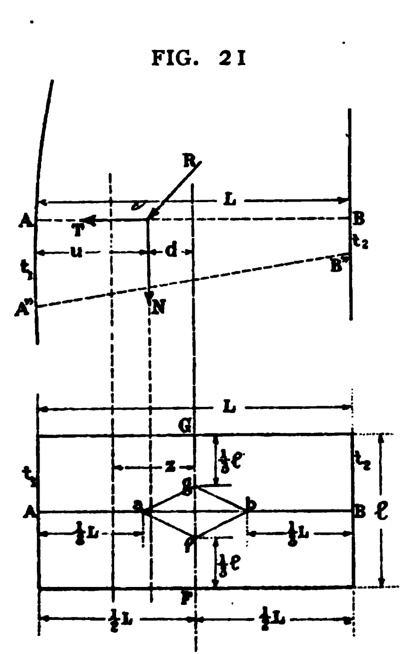
26. Loi du trapèze. — L'approximation fondamentale porte le nom de *Loi du trapèze* parce que dans le cas (FIG. 20) qui résume tous les précédents, les *fatigues et déformations* sont proportionnelles aux ordonnées du trapèze ABA"B" qui figure les positions *première* et *dernière* du joint AB.

***

27. Section rectangulaire. — Étudions le détail des fatigues dans le cas d'un massif à section rectangle (FIG. 21); la résultante R agit en un point de l'axe AB de la section, sa composante parallèle T est équilibrée par le frottement, il reste la composante normale N dont la position peut être caractérisée soit par sa distance d au centre de gravité, soit par sa distance u à l'arête la plus proche; la fatigue sur les fibres à la distance z de l'axe tranversal GF a pour expression :

$$t_z = \frac{N}{\omega} + \frac{Mz}{I}$$

FIG. 21



Dans un massif maçonné il n'y a pas lieu de tenir compte des éventualités d'un flambage se produisant sous l'action de la compression N, le moment fléchissant a donc pour expression $M = Nd$ d'où

$$(1) \qquad t_z = \frac{N}{\omega} + \frac{Nzd}{I}$$

les maximum et minimum de fatigue sont :

$$t_1 = \frac{N}{\omega} + \frac{Nd}{I} \cdot \frac{L}{2} \qquad t_2 = \frac{N}{\omega} - \frac{Nd}{I} \cdot \frac{L}{2}$$

remplaçant I par sa valeur $\frac{L^3 l}{12} = \frac{\omega L^2}{12}$, nous avons :

$$t_1 = \frac{N}{\omega}\left(1 + \frac{6a}{L}\right) \qquad t_2 = \frac{N}{\omega}\left(1 - \frac{6d}{L}\right)$$

et en fonction de l'excentricité $u = \frac{1}{2}L - d$ ces fatigues ont pour expression :

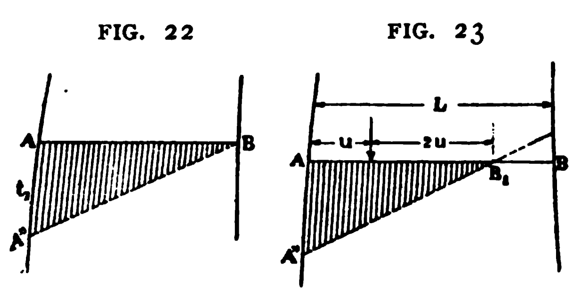
(2) $t_1 = \frac{2N}{\omega}\left(2 - 3\frac{u}{L}\right)$ (3) $t_2 = \frac{2N}{\omega}\left(3\frac{u}{L} - 1\right)$

Voilà les deux expressions fondamentales des fatigues minima et maxima se produisant sur une section rectangle, comprimée par une force normale N agissant en un point d'un des axes de la section.

Si t_1 et t_2 sont positifs il y a compression sur toute l'étendue de la section, portons AA″ $= t_1$ et BB″ $= t_2$, tirons A″B″, les ordonnées de cette ligne par rapport à AB expriment les fatigues aux divers points de la section AB, et on dit que ces fatigues varient suivant la *loi du trapèze*, loi dont l'expression mathématique est donnée par la formule (1) ci-dessus.

Si $d = 0$, ou $u = \frac{L}{2}$, $t_1 = t_2$ et le trapèze devient un rectangle, on dit que les fatigues suivent la *loi du rectangle*.

Si la compression minimum devient nulle, $t_2 = 0$, ce qui correspond à $u = \frac{L}{3}$, le trapèze devient le triangle AA″B (FIG. 22) et on dit que les fatigues suivent la *loi du triangle* ; dans ce cas la compression maximum AA″ a la valeur : $t_1 = \frac{2N}{\omega}$, donc le double de la fatigue qui se produit quand N est appliquée au centre de gravité de la section.



Si (FIG. 23) u est plus petit que $\frac{L}{3}$ la fatigue t_2 devient négative, ce qui indique qu'en B il y a extension et comme la maçonnerie ne peut résister d'une façon *permanente* à ce genre d'effort il en résulte que du côté B elle se déchirera, déchirure ou crevasse qui se prolongera jusqu'en un point B_1 déterminé par l'égalité $AB_1 = 3u$; en B_1 la compression sera nulle et sur AB_1 les compressions se produiront suivant le triangle AA″B_1 et le maximum AA″ de cette compression aura pour valeur : $t_1 = \frac{2N}{3ul}$.



28. Noyau central. — Nous venons de voir que pour qu'il y ait compression sur toute l'étendue de la surface $L \times l$ le centre de pression ne peut sortir du tiers central de l'axe AB (FIG. 21) ; si on étudie le cas où le centre de pression se trouve sur l'axe FG on verra immédiatement que pour qu'il y ait compression partout il ne peut sortir du tiers central de FG ; le problème se pose maintenant de déterminer le contour limite de la surface à l'intérieur de laquelle le centre de

pression doit se trouver pour que partout il y ait compression, on démontre que ce contour est le losange *agbf* ayant pour axes le tiers de AB et le tiers de FG, ce losange se nomme le ***noyau central*** de la section rectangulaire considérée ; nous ne ferons pas cette démonstration parce que techniquement elle est sans valeur, car du moment que le centre de pression est en dehors des axes de symétrie AB ou FG l'*Approximation fondamentale* du n° 25 et notamment la loi des sections planes deviennent d'une complète incertitude ; on doit d'ailleurs toujours combiner ses projets de façon que le centre de pression ne sorte pas des axes de symétrie des sections.

⁂

29. Section circulaire. — Supposons que le massif soit de section circulaire pleine dont le diamètre est D (FIG. 24) ; l'expression générale de la fatigue t_z est :

FIG. 24

$$t_z = \frac{N}{\omega} + \frac{Nzd}{I}$$

le minimum de la fatigue correspond à $z = -\frac{D}{2}$

d'où :

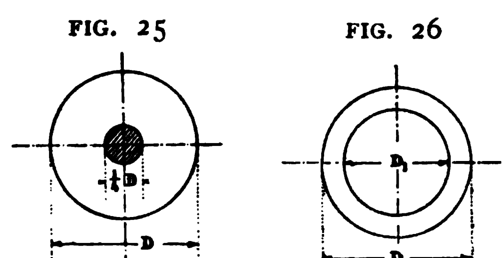
$$t_z = \frac{N}{\omega} - \frac{NDd}{2I}$$

ce minimum ne peut être inférieur à zéro :

$$\frac{N}{\omega} - \frac{NDd}{2I} = 0 \quad \text{d'où} \quad d = \frac{2I}{\omega D} = \frac{D}{8}$$

donc le noyau central est un cercle ayant pour diamètre $\frac{D}{4}$ (FIG. 25).

FIG. 25 FIG. 26



Si la section circulaire est creuse et a pour diamètre intérieur D_1 (FIG. 26), nous avons pour valeur du diamètre du noyau central :

$$d = \frac{2I}{\omega D} = \frac{D^2 + D_1^2}{8D}$$

Si le centre de pression sort du noyau central, il y a soit immédiatement, soit à la longue, décollement de la maçonnerie (donc crevasse) partout où de l'extension tend à se produire ; nous avons vu que pour une section rectangulaire et lorsque la force est sur un axe de symétrie la détermination de la limite de la crevasse est très simple, elle est à la distance $3u$, cette détermination est beaucoup moins simple lorsque la section est circulaire,

et en réalité la vraie méthode pratique pour cette détermination est de procéder par tâtonnements, c'est-à-dire déterminer de proche en proche quelle est, vu l'excentricité de N, la plus grande portion de la section circulaire qui satisfait à la loi du triangle.

⁂

30. Ligne de Pression. — Des études ci-dessus sur les conditions requises pour la stabilité statique et élastique d'un massif en maçonnerie il résulte que la condition la plus importante se rapporte à la position du centre de pression sur chaque section, non seulement il ne peut pas sortir de l'étendue du joint (condition statique) mais encore pour une bonne stabilité il convient qu'il ne sorte pas du noyau central (condition élastique), c'est pourquoi quand on étudie la stabilité d'un massif on commence par déterminer les centres de pression sur les divers joints et pour avoir une claire figuration de leur position dans l'ensemble du massif on les réunit par une ligne continue qu'on nomme *ligne des centres de pression*, ou encore *ligne de pression*, ce qui est moins exact mais plus bref.

La condition exprimée ci-dessus revient donc à dire que la *ligne de pression* doit sur toute l'étendue du massif être à l'intérieur du noyau central ; nous verrons ci-après en traitant certains cas particuliers comment cette ligne se construit.

⁂

31. Résumé. — Les conditions requises pour la stabilité d'un massif de maçonnerie se résument comme suit :

1° L'effort tangentiel sur un joint quelconque doit être équilibré par le frottement et ce avec un coefficient de stabilité qui ne peut être inférieur à 2.

2° L'équilibre de rotation autour d'une arête quelconque doit être assuré avec une sécurité dont le coefficient ne peut être inférieur à 2 et quelquefois doit monter jusque 8 et 10.

3° La ligne de pression doit dans toute l'étendue du massif se trouver à l'intérieur des joints et autant que possible à l'intérieur de leur noyau central.

4° Les tractions sur les joints doivent être réduites au minimum, car à la longue elles engendrent des crevasses ; autant que possible il convient même d'éviter ces tractions quelque minime que soit la portion du joint sur laquelle elles agissent.

5° La compression maximum t_1 ne peut dépasser la charge de sécurité correspondant au genre de maçonnerie constituant le massif.



32. Indications générales. — Nous allons maintenant passer à l'étude des

principaux cas particuliers qui se rencontrent en pratique, mais ne perdons pas de vue que l'*approximation* qui est à la base des calculs de la stabilité des massifs suppose : 1° une maçonnerie de toute première qualité, 2° de la compression partout et toujours, jamais de la traction à l'état permanent ; si ces deux conditions ne sont pas satisfaites les calculs sont sujets à caution et leurs résultats incertains ; comme d'autre part la condition 1° est assez difficile à réaliser il conviendra de toujours prendre de forts *coefficients de sécurité.*

Les divers genres de construction dont nous allons étudier les conditions de stabilité sont :

Les piliers et colonnes.
Les murs de soutènement.
Les barrages et murs de réservoirs.
Les voûtes.
Les piles et culées de ponts.
Les piles et culées de hauts viaducs.
Les phares. Les cheminées.
Les murs de clôture.

CHAPITRE III.

ÉTUDE DES PILIERS ET COLONNES.

---

33. Charges verticales suivant l'axe. — Le but habituel des piliers et colonnes est de porter des charges verticales, c'est à l'étude de ce système de charges que nous nous limiterons dans le présent chapitre ; s'il y a des charges obliques on rentre dans le cas des piles et culées de voûtes, cas que nous étudierons plus tard.

FIG. 27

Nous supposons que toutes les charges portées par la tête du pilier ont une résultante verticale dirigée suivant l'axe, soit P sa valeur (FIG. 27).

H la hauteur du pilier.

ω la section supposée constante.

δ le poids spécifique.

R_1 la charge de sécurité de la matière.

la charge est maximum sur la section de base, sa valeur est :

$$P + \delta \omega H$$

d'où une fatigue

$$\frac{P}{\omega} + \delta H$$

et l'équation de stabilité est :

$$(1) \qquad R_1 = \frac{P}{\omega} + \delta H$$

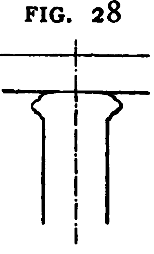
d'où l'on déduit la section requise

$$\omega = \frac{P}{R_1 - \delta H}$$

La valeur à prendre pour la charge de sécurité R_1 dépend de la nature et qualité des matériaux, de la forme de la section transversale, de la hauteur relative du pilier (éventualité de flambage), des vibrations et chocs qui peuvent agir sur la construction, enfin de l'excentricité à craindre dans l'action de la résultante P, nous devons nous arrêter un instant sur cette dernière considération : si le pilier porte les retombées d'une série de voûtes identiques et symétriques la résultante P est théoriquement verticale et appliquée suivant l'axe, mais comme

la façon dont une voûte exerce sa poussée n'est pas absolument certaine, quelque parfaite que soit son exécution, il se peut que pour ces voûtes identiques les poussées ne soient pas identiques d'où pour la résultante P une direction qui ne serait pas verticale et un point d'application en dehors de l'axe de la colonne ; de même encore si le pilier porte les retombées de sommiers de planchers, il se peut que ces planchers soient chargés différemment (dans le cas de magasin) d'ou résultante excentrée ; ce sont là des faits dont le constructeur doit tenir compte et s'il ne le peut faire d'une façon précise il le doit faire approximativement en agissant sur la valeur de $R_{\prime}$; ainsi dans le cas de retombées de voûtes il fixera cette valeur en prenant un très haut coefficient de sécurité, généralement pas moins de 20.

FIG. 28



Une bonne précaution à prendre au point de vue constructif sera d'amaigrir quelque peu les bords du pilier (FIG. 28) de façon à éviter le danger que les charges puissent venir porter sur les bords, effet qui pourrait se produire par la flexion des poutres ou par le tassement inégal des voûtes retombant sur le pilier, ou même par le tassement inégal du pilier lui-même.

La formule de stabilité ci-dessus nous indique que la hauteur maximum possible pour des piliers d'égale section est : $H = \dfrac{R_{\prime} - \frac{P}{\omega}}{\delta}$.



34. Piliers d'Angers. — Deux des piliers de l'église de *Tous les Saints* à Angers sont réputés les plus hardis connus, ils portent des voûtes d'arête ogivales qui donnent une résultante P = 31300 kgs ; les dimensions de ces piliers sont :

$H = 7^{m}80$; Section circulaire, $D = 0^{m}30$

d'où

$$\frac{H}{D} = \frac{7.8}{0.3} = 26$$

Ils sont construits avec une pierre des environs de Saumur dont la résistance instantanée $R_i = 437$ kgs et le poids spécifique $\delta = 2571$ k., on a :

$$R = \frac{P}{\omega} + \delta H = 44.27 + 2.01 = 46.28 \text{ kgs}$$

d'où

$$\frac{R_i}{R} = \frac{437}{46.3} = 9.5$$

voilà le coefficient de sécurité et cela pour des piliers dont le rapport est 26, c'est

très hardi et il est évident que la stabilité n'est due qu'au centrage parfait (effet du hasard) sur la tête des colonnes de la résultante P de l'action des voûtes.

* * *

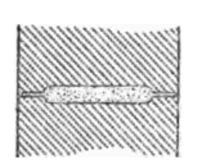
35. Piliers du Panthéon à Paris. — Les anciens piliers portant le dôme du Panthéon de Paris étaient constitués, pour les assises supérieures, de pierres de Mont-Soreau (Maine-et-Loire) pour lesquelles $R_i = 123$ kgs, et pour les assises inférieures de pierres de Bagneux pour lesquelles $R_i = 250$ kgs ; ces piliers avaient une section uniforme à nervures, ce qui, comme nous l'avons vu au n° 6, a pour effet de diminuer d'environ 20%, la faculté de résistance de la matière, donc les charges de rupture instantanée étaient dans le cas qui nous occupe :

$$R_i = 123 \times 0{,}80 = 98 \text{ kgs}$$
$$R_i = 250 \times 0{,}80 = 200 \text{ kgs.}$$

La charge P des piliers était telle que, abstraction faite de leur poids mort, la fatigue s'élevait à 29.4 kgs par cent. carré ; les coefficients de sécurité étaient donc :

$$\frac{101}{29.4} = 3.5 \quad \text{et} \quad \frac{205}{29.4} = 7.0$$

FIG. 29



ce qui est une sécurité beaucoup trop faible ; en outre une grave erreur avait été commise dans le dispositif constructif de ces piliers, on avait creusé les joints dans leur partie centrale (FIG. 29), ce dans le but de les réduire au minimum sur le pourtour, de là il est résulté que, le retrait du mortier se faisant, la charge s'est en majeure partie reportée sur le pourtour, donc a augmenté considérablement la fatigue par unité et l'a portée au delà du chiffre 29.4 kgs ci-dessus, rien d'étonnant donc que ces piliers aient faibli et aient dû être renforcés ; toutefois ils ont faibli d'une façon différente dans les assises inférieures et celles supérieures : les assises inférieures en pierres dures et résistantes se sont brisées, tandis qu'à l'œil rien ne s'est remarqué dans les assises supérieures qui cependant étaient beaucoup plus tendres, beaucoup moins résistantes, cela provient de ce que ces pierres sous l'excès de la charge se sont affaissées sur les bords (voir n° 4) et par suite ont repris contact avec le mortier de la partie centrale de façon que pour ces pierres la fatigue 29.4 kgs n'a pas été dépassée, tandis qu'elle l'a été et de beaucoup pour les pierres dures des assises inférieures ; voilà l'explication de la façon très différente et très paradoxale de se comporter des pierres des assises inférieures et supérieures de ces piliers.

Il est à présumer que malgré le faible coefficient de sécurité 3,5 ces piliers eussent tenu s'ils avaient été exécutés avec des joints convenables, néanmoins semblable construction n'est pas à imiter, elle est téméraire.



86. Piliers de l'église de Laeken. — Dans la chapelle royale de cette église on avait projeté un dôme pesant 2300 tonnes que porteraient 4 piliers carrés de $28^{m}75$ de hauteur et $1^{m}20$ de côté, piliers prévus en papensteen.

$$\frac{28.75}{1.20} = 24$$

$$R = \frac{P}{\omega} + \delta H = \frac{2300000}{4 \times 120 \times 120} + 0,168 \times 28.75 = 45 \text{ kgs}$$

coefficient de sécurité :

$$\frac{R_i}{R} = \frac{180}{45} = 4$$

Il est à remarquer que la charge P ne pouvait pas être considérée comme parfaitement centrée sur la tête du pilier à cause de la forme octogonale prévue pour le dôme, et aussi à cause des actions horizontales du vent sur la toiture et des oscillations dues à cette action ; donc la fatigue 45 kgs pouvait subir de fortes augmentations, comme d'autre part il n'était pas possible d'augmenter les dimensions des piliers et que les exécuter en petit granit n'eût pas encore donné une sécurité suffisante on a renoncé au dôme en maçonnerie et on l'a remplacé par un dôme en métal.

En petit granit, la fatigue eût été :

$$R = \frac{P}{\omega} + \delta H = 40 + 0.2706 \times 28.75 = 47.78 \text{ kgs.}$$

coefficient de sécurité :

$$\frac{R_i}{R} = \frac{650}{48} = 13.6$$

et vu l'excentricité possible ce coefficient de sécurité était trop faible.



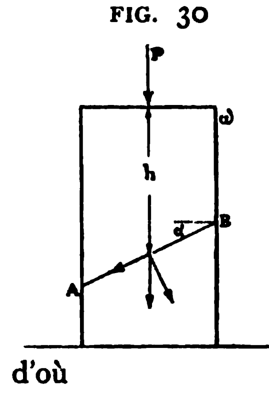
87. Voici quelques chiffres de fatigue sur des piliers de monuments, chiffres qui ne donnent d'ailleurs que des indications assez incomplètes, car nous ne connaissons pas le R_i des matériaux de ces piliers :

Piliers du dôme de St-Pierre à Rome	16 kgs
» » » » St-Paul à Londres	19 kgs
» » » des Invalides à Paris	15 kgs
Colonnes de St-Paul hors les murs à Rome	20 kgs
Piliers de la tour de St-Mery à Paris	29 kgs



38. Cisaillement dans les piliers. — L'équation (1) du n° 33 est l'équation d'écrasement suivant une section droite du pilier, voyons quel peut être son équilibre suivant une section inclinée AB faisant un angle α avec l'horizontale (FIG. 30); la charge verticale totale sur AB est:

FIG. 30



$$P + \delta\omega h$$

dont la composante normale à AB est: $(P + \delta\omega h) \cos \alpha$
et la composante tangentielle : $(P + \delta\omega h) \sin \alpha$

Si la résistance contre le glissement suivant AB est le frottement on a l'équation :

$$(P + \delta\omega\, h) \sin \alpha = f(P + \delta\omega\, h) \cos \alpha$$

d'où

$$f = \mathrm{tg}\, \alpha = 0.70 \quad \text{et} \quad \alpha = 35^{\circ}$$

on voit donc que pour tout plan AB dont l'inclinaison est supérieure à 35° la cohésion doit intervenir pour assurer l'équilibre, et si nous nommons c la résistance au cisaillement par unité due à la cohésion l'équation de cet équilibre est

$$c\,\frac{\omega}{\cos \alpha} = (P + \delta\omega\, h) \sin \alpha$$

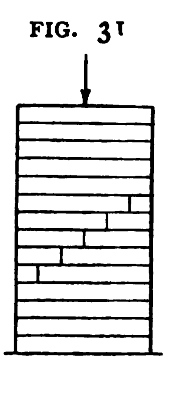
d'où

$$c = \frac{1}{2}\left(\frac{P}{\omega} + \delta h\right) \sin 2\alpha$$

cette expression est maxima pour $\alpha = 45^{\circ}$ et a pour valeur $c = \frac{1}{2}\left(\frac{P}{\omega} + \delta h\right)$; la section dangereuse au point de vue de la rupture par cisaillement de la maçonnerie est donc celle inclinée à 45° ; ce cisaillement maximum est la moitié de la compression sur la section droite.

La recherche de la fatigue par cisaillement devra surtout se faire dans le cas de piliers en béton, car alors, si, par une malheureuse coïncidence, le plan de cisaillement maximum coïncide avec un plan où les galets du béton sont plus ou moins alignés, donc un plan de joint, comme l'adhérence du mortier aux matériaux qu'il unit est plutôt faible il y aurait là un plan de moindre résistance suivant lequel il importe de vérifier la stabilité par glissement.

FIG. 31



C'est pourquoi là où la charge P est forte il importe de constituer le pilier d'une maçonnerie par assises réglées normales à la direction de P, ce qui rend le glissement impossible suivant un plan incliné AB (FIG. 31).

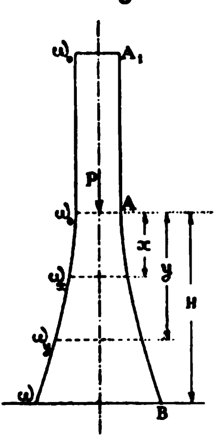
Si toutefois on veut conserver des piliers en béton il faut les munir d'arma-

tures métalliques dans le sens de P, armatures qui s'opposent au glissement latéral (voir le chap. XII, § 2).



39. Piliers d'égale résistance (FIG. 32). — Soit un pilier AB dont la tête A porte une charge P qui provient des voûtes ou poutres reposant sur le pilier et aussi de la portion AA_1 de ce pilier au-dessus de A. La fatigue sur A est $R_s = \frac{P}{\omega_0}$ et nous voulons, de A à B, profiler le pilier de façon que cette fatigue reste constante ; la charge sur une section quelconque ω_y est :

FIG. 32



$$P + \delta \int_0^y \omega_x \, dx$$

et on a l'équation : $$R_s \omega_y = P + \delta \int_0^y \omega_x \, dx$$

d'où $$R_s \, d\omega_y = \delta \omega_y dy$$

intégrant $$R_s \, l. \omega_y = \delta y + C$$

pour $y = 0$, $\omega_y = \omega_0$, donc $C = R_s \, l. \, \omega_0$

et l'équation devient : $$y\delta = R_s \, l. \frac{\omega_y}{\omega_0}$$

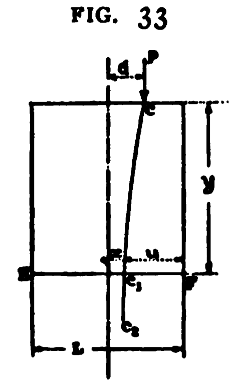
ou bien : $$\omega_y = \omega_0 \, e^{\frac{y\delta}{R_s}}$$

équation d'une logarithmique qui nous donne ω_y pour diverses valeurs de y ; si la section est carrée de côté D, ou circulaire de diamètre D, on a :

$$D_y = D_0 \, e^{\frac{y\delta}{2R_s}}$$

La forme d'égale résistance, calibrée suivant une logarithmique, ne manque pas d'élégance.

FIG. 33



* * *

40. Charge excentrique. (FIG. 33). — Le massif ou pilier considéré porte en tête une charge P dont l'excentricité est d ; sa section ω est constante ; à la distance y l'excentricité aura une valeur x donnée par l'équation :

$$(P + \delta\omega y) \, x = Pd$$

d'où

(1) $$x = \frac{Pd}{P + \delta\omega y}$$

cette valeur de x nous donne la position du centre de pression sur la section quelconque EF à la distance y du sommet ; cette équation (1) nous indique que les centres de pression sont sur une courbe CC_1C_2 qui est une ***hyperbole*** dont l'axe du pilier est une asymptote ; pour une bonne stabilité il convient que cette hyperbole de pression soit partout à l'intérieur du noyau central. .

Si le pilier est de section rectangulaire les fatigues maximum et minimum sur la section EF sont :

en F $$t_1 = \frac{2\,(P + \delta\omega y)}{\omega}\left(2 - 3\frac{u}{L}\right)$$

en E $$t_2 = \frac{2\,(P + \delta\omega y)}{\omega}\left(3\frac{u}{L} - 1\right)$$

En ce qui concerne le glissement transversal du massif, le cas de la charge excentrée se traite comme celui de la charge axiale.



41. Retombée de sommiers. — Le cas de la charge excentrée se rencontre souvent pour les murs d'appui des sommiers en bois ou fer portant des planchers à forte surcharge (salles de réunion, usines, magasins, entrepôts), FIG. 34.

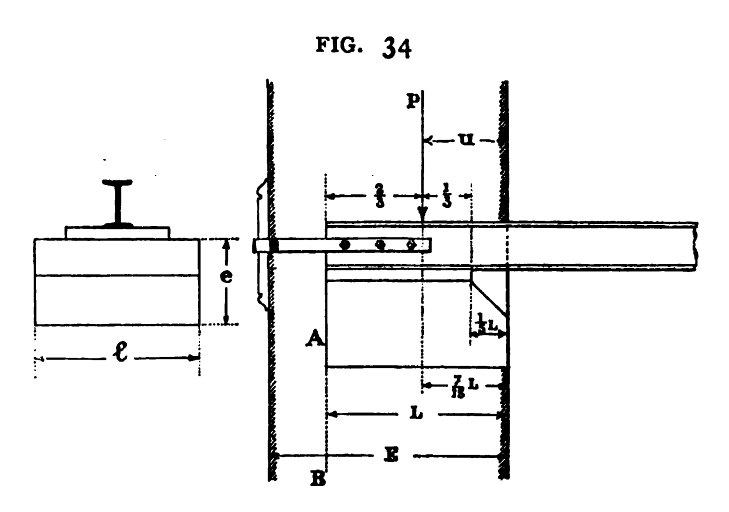


FIG. 34

Le sommier reporte sur le mur une charge maximum P par l'intermédiaire d'un dé en pierre de taille dure ; la longueur L de ce dé est généralement égale à l'épaisseur E du mur moins une demi-brique, sa largeur l se détermine comme nous verrons ci-après, et son épaisseur e est prise égale à au moins la moitié de la plus forte dimension horizontale L ou l ; il faut une épaisseur convenable afin que sous l'effet de P le dé ne se brise pas par flexion suivant sa largeur l, ce qui arrivera certainement si son épaisseur était trop faible.

La pression entre le sommier en fer et le dé ne peut dépasser un certain taux, c'est pourquoi le plus souvent on interpose un sabot en fonte qui augmente la surface de contact ; toujours d'ailleurs on met une mince feuille de plomb entre la pierre et la fonte afin de donner de la douceur à l'assiette.

Le bord intérieur du dé est chanfreiné au 1/5 afin que la flexion du sommier

ne ramène pas la charge P vers l'arête du mur ; le sommier porte donc sur la longueur 4/5 L et on admet que la résultante P est environ au 1/3 de cette longueur, ce qui fait qu'elle est aux 7/15 de L, voilà la valeur de *u*, elle permet de calculer la fatigue sur la tête de ce pilier en maçonnerie de dimensions $E \times l$, il faut que cette fatigue ne dépasse pas celle admissible pour le degré de prise du mortier au moment de la mise en charge.

A la fatigue calculée ci-dessus il faut évidemment ajouter celle due à la portion du mur qui surmonte le sommier et aux charges et surcharges que porte cette portion.

Il est à noter que la fatigue sur la tête du pilier $E \times l$, ne reste pas constante du haut en bas car, la charge P va en se répartissant sur de plus grandes surfaces à mesure que l'on descend et ce par suite de la solidarité entre ce pilier et le mur dont il fait partie ; la loi de cette répartition n'est pas connue, on peut toutefois admettre qu'elle se fait suivant deux lignes inclinées à 30° sur la verticale.

Le sommier ou longeron en fer est toujours ancré au mur ; de plus s'il n'y a aucun empêchement, le dé en pierre et le sommier en fer occuperont toute l'épaisseur E, de cette façon la charge P agira dans l'axe du mur, ce qui diminue la fatigue et augmente la stabilité.

Dans des cas, comme celui de la FIG. 34, où le dé n'occupe qu'une portion de l'épaisseur du mur il convient de ne mettre en charge que lorsque le mortier a fait une bonne prise ou sinon le tassement pourrait se produire irrégulièrement, d'où des possibilités de crevasses suivant AB dans la maçonnerie.



42. Murs des maisons et monuments. — Les épaisseurs des murs des maisons d'habitation et des monuments se déterminent généralement par des considérations autres que les conditions strictes de la stabilité, considérations de confortable (pénétration du chaud et du froid extérieur) et aussi par des considérations d'esthétique, toutes considérations qui souvent imposent des épaisseurs beaucoup plus fortes que celles requises par la stabilité, nous n'avons pas à nous y arrêter ici, elles sont du ressort du cours de construction et d'architecture.

CHAPITRE IV.

POUSSÉE DES TERRES ET MURS DE SOUTÈNEMENT

§ 1. Etude expérimentale de la Poussée des Terres.

43. Angle d'équilibre. — Pour qu'un remblai ou déblai se maintienne en équilibre *définitif* l'angle moyen de son talus avec l'horizon ne peut pas dépasser un certain maximum que l'on nomme *Angle du talus naturel ;* soit α cet angle, toute la partie du terrain en dehors tend à s'ébouler, cette tendance à l'éboulement se nomme la *poussée des terres ;* le but du mur de soutènement est d'équilibrer cette poussée et ainsi empêcher l'éboulement de se produire.

L'expérience montre que l'angle α varie avec la nature du terrain et avec la hauteur du remblai ou déblai ; α diminue lorsque la hauteur augmente : un terrain qui se maintient sous le talus AB (FIG. 35) lorsque la hauteur est *h*, ne se maintiendra plus si la hauteur augmente et devient H, il se produira des éboulements successifs qui commenceront vers la crête A du talus, éboulements dont l'un des prismes sera par exemple ABA′, prisme qui était en équilibre lorsque la hauteur était *h* parce qu'il trouvait en B un appui sur le sol SS, appui qui par arcboutement et enchevêtrement des particules se transmettait à tout le prisme ABA′, appui qui n'existe plus lorsque la hauteur est H, d'où l'éboulement et comme conséquence la diminution de l'angle du talus naturel ; de ces considérations il découle que le profil rationnel du talus d'un haut remblai est la ligne courbe BA′, FIG. 36, dont l'inclinaison va en diminuant avec la hauteur ; dans cette variation de α il y a aussi l'influence de la cohésion qui toujours existe, peu ou prou, dans les terrains.

FIG. 35

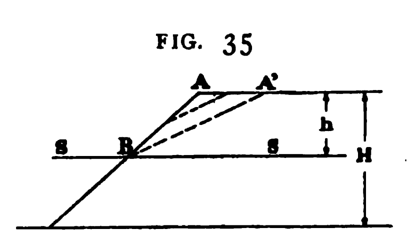
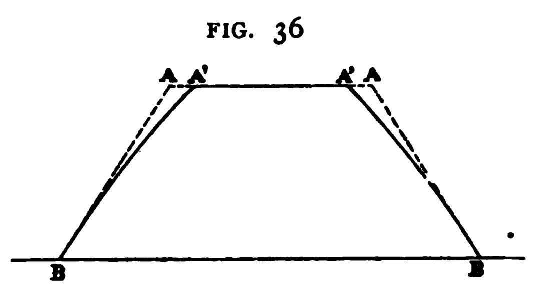


FIG. 36



Le tableau ci-après donne les valeurs expérimentales de α.

N° d'ordre	Désignation du Terrain	Matériaux secs — Remblai de faible hauteur α	Matériaux secs — Poids spécifique	Matériaux humides — Remblai de faible hauteur α	Matériaux humides — Poids spécifique	OBSERVATIONS
I	II	III	IV	V	VI	
1	Vase	10°	1400k	L'humidité a pour effet, étant peu accentuée, d'augmenter la valeur de α, mais une imbibition d'eau la diminue.	L'humidité augmente le poids spécifique dans une proportion qui peut atteindre 500 k. par mètre cube.	Certains auteurs donnent pour la vase α = 0, donc de la vase sans frottement (voir ci-dessous n° 11), cela peut être admis pour le calcul de murs de soutènement ; mais en réalité la vase a du frottement, lequel est à considérer dans le calcul des fondations en terrains vaseux, voir ci-après, Chap. XI, § 5.
2	Vase terreuse	15 à 20°	1700k			
3	Sable pur	30 à 35°	1500 à 1750		1900 à 2000	La valeur de α et le poids spécifique du sable dépendent beaucoup du degré de tassement.
4	Sable terreux	40°	1400			Les terrains n° 4, 5 et 7, sont ceux qui se rencontrent le plus fréquemment comme terre-plein des murs de soutènement ; la pratique courante indique que le talus stable de ces terrains, donc la valeur de α, est : 4/4 (45°) lorsque la hauteur du remblai ne dépasse pas 3 mèt. 5/4 (38°40') de 3 à 4 mètres. 6/4 (33°40') au-delà. 8/4 (26°34') au-delà de 15 mèt. ce sont les proportions admises dans l'exécution des terrassements pour routes et lignes ferrées. *L'angle α à introduire dans le calcul d'un mur de soutènement ou mur de quai, varie donc avec la hauteur du remblai à maintenir.*
5	Terre végétale	30 à 35°	1200 à 1400			
6	Terre glaise	45°	1900			
7	Remblais ordinaires, mélange de terres avec déchets de schistes, de grès, de roches diverses.	40°	1600 à 1700			
8	Briquaillons	45°				
9	Pierres cassées	45°	1800			
10	Terrain fortement imprégné d'eau. — Un peu d'eau augmente la valeur de α, beaucoup d'eau la diminue ; l'eau en forte proportion rend les terres plus ou moins fluentes et peut faire descendre α à 25° et même 20°, ce sont là les valeurs à admettre pour le calcul des murs d'écluse et aussi pour les murs de quai des fleuves à marée, car l'eau passe derrière le mur et imbibe les terres.					
11	Terrain vaseux. La valeur de α doit quelquefois être considérée comme nulle, le mur de soutènement de semblable terrain doit être calculé comme un mur de réservoir dont le liquide a une densité supérieure à celle de l'eau ; souvent dans ce cas on cherche à extraire la vase et la remplacer par un terrain ordinaire ou par du sable.					

Les déblais se comportent à peu près comme les remblais : dans les commencements ils se maintiennent mieux, ils se maintiennent même à pic, ils ont l'aspect plus solide, mais c'est un aspect trompeur, petit à petit sous l'action de l'eau du soleil et des intempéries diverses la cohésion du terrain diminue, il s'effrite, foisonne, s'éboule et graduellement le déblai prend le talus indiqué ci-dessus pour le remblai (1).

⁂

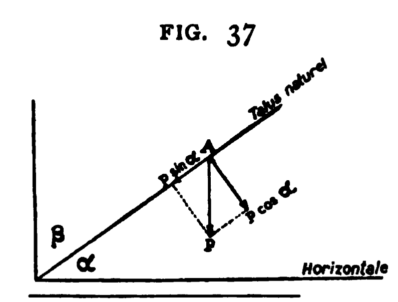
44. Si dans la coupe du déblai on constate des bancs de suintement il convient de les drainer et de fournir écoulement à l'eau, sinon elle s'accumulerait derrière le mur de soutènement et transformerait le terre-plein en un terrain analogue à celui n° 10, du tableau ci-avant. En règle générale, partout où y il a possibilité, il convient de ménager dans les murs de soutènement des barbacanes pour l'écoulement des eaux (en moyenne une par dix mètres carrés de paroi du mur), cela est surtout nécessaire si le mur maintient un terre-plein découvert de grande étendue.

Il y a des terrains qu'il convient de ne pas laisser derrière un mur de soutènement, nous avons déjà signalé les terrains vaseux, il y a encore certains terrains glaiseux et certaines argiles savonneuses qui sous l'action de l'eau gonflent comme une éponge en exerçant des poussées quasi irrésistibles; la prudence impose d'enlever ces terrains et les remplacer par un bon terrain ordinaire ; voir sur le gonflement de l'argile les *Annales des Travaux Publics de Belgique*, avril 1900, p. 245.



45. Nous avons vu ci-dessus que la coupe d'un déblai fraîchement exécuté pouvait se maintenir verticale pendant un certain temps, c'est un effet de la *cohésion* du terrain, mais bientôt sous l'action des intempéries cette cohésion diminue et même disparaît complètement ne laissant plus entre les particules du terrain que l'attraction spéciale nommée *frottement*, attraction caractérisée par le talus d'éboulement minimum que finalement prend le terrain livré à lui-même.

FIG. 37



La *cohésion* est en définitive une résistance précaire qui diminue avec le temps et dont il convient de faire abstraction dans le calcul des murs de soutènement ; on admet donc pour ce calcul que le ter-

(1) Au point de vue des éboulements à craindre du chef de terrains coupés par des déblais, (puits, tranchées), nous conseillons la lecture du mémoire « *Equilibre des Massifs de terre* » présenté en décembre 1908, par M. l'ingénieur Delleur, à la *Commission des Eboulements* de la S[te] belge des Ingénieurs et Industriels.

Voir aussi : *Annales des Ponts et Chaussées* de France, — 1914 septembre : *Accident de la digue de Charmes*, survenu en octobre 1909.

rain est parfaitement ameubli, si en outre il est homogène et si ses éléments sont réguliers et fins, tel du sable pur et sec, on peut trouver une expression mathématique de l'angle α ; en effet dans semblable cas les seules forces qui agissent sur et dans le massif sont la pesanteur et le frottement des particules les unes sur les autres ; si donc nous considérons à la surface du talus une particule A de poids p (fig. 37), la force qui la sollicite à l'éboulement est $p \sin \alpha$, celle qui la retient est $fp \cos \alpha$, (f est le coefficient du frottement) et la valeur maxima de α compatible avec l'équilibre, c'est-à-dire l'angle du talus naturel, sera donnée par l'équation :

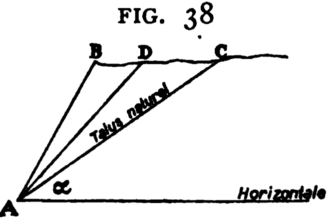
$$p \sin \alpha = fp \cos \alpha \qquad \text{d'où} \qquad tg\alpha = f$$

voilà une relation entre l'angle du talus naturel du terrain et son coefficient de frottement sur lui-même ; donc connaissant α on a la valeur du frottement virtuel qui maintient le massif en équilibre.

⁂

46. Hypothèses et Simplifications. — De l'exposé ci-dessus il résulte que lorsqu'un terrain est profilé suivant un talus AB (fig. 38) supérieur à son talus naturel AC, il a une tendance à s'ébouler; voilà le fait, pour pouvoir en déduire les équations de la poussée (et comme conséquence les équations de stabilité des murs de soutènement) on doit codifier ce fait de toute la série des hypothèses et simplifications suivantes :

FIG. 38



I. *On admet que la tendance à l'éboulement est la même, que la face AB du terrain soit libre ou recouverte par un mur de soutènement.* — En réalité il est impossible de dire quelle peut bien être l'influence de la présence du mur sur la tendance à l'éboulement ; il modère l'action des intempéries sur le terrain, ce qui diminue la tendance à l'éboulement, d'autre part il est cause que l'assèchement du terrain est moins rapide et moins complet, ce qui provoque un double effet, rendre α plus grand et rendre le poids spécifique plus élevé, effets contradictoires dont l'un tend à diminuer la poussée et l'autre à l'augmenter.

II. *On admet (hypothèse de Colomb) que dans tous les cas, terre-plein avec ou sans surcharge, la tendance à l'éboulement se produit toujours suivant des sections planes AD, donc que le massif d'éboulement est toujours un prisme à base triangulaire ABD dont le sommet est en bas.* — Ceci est une pure hypothèse didactique, c'est-à-dire une hypothèse admise pour les besoins de la cause qui est de parvenir à mettre le phénomène en équation.

III. *On fait abstraction complète de la cohésion pouvant exister entre les éléments du massif, on admet que suivant le talus d'éboulement AD la seule force in-*

térieure qui agit est le frottement virtuel résultant de la composante normale à AD des forces appliquées sur le massif d'éboulement ; on admet encore que le coefficient de ce frottement virtuel a pour valeur la tangente de l'angle du talus naturel ; on admet enfin que ce coefficient de frottement est constant sur toute la longueur de AD.

IV. *Enfin, on fait abstraction complète de la cohésion ou frottement pouvant exister latéralement entre le prisme d'éboulement et les terres ou constructions voisines.*

Ces multiples hypothèses et simplifications, plus ou moins plausibles, qui sont nécessaires pour établir les équations de la poussée montrent que l'action d'un massif contre le mur qui le maintient est encore très obscure, il en résulte que les résultats qu'on en déduit sont d'une nature problématique, il est impossible de savoir jusqu'à quel point ces résultats cadrent avec la réalité, s'ils sont en deçà ou au delà ; on a essayé, par des théories très savantes dont certaines basées sur la mécanique moléculaire, de serrer la réalité de plus près, mais on n'y est pas parvenu.

On pourrait croire que faisant abstraction de la cohésion du terrain on doit nécessairement arriver pour la poussée à une valeur dépassant la réalité, cela n'est pas certain, car on remplace la cohésion par le frottement, force qui n'agit pas pendant la période où la cohésion existe encore, et en outre on fait abstraction complète du *foisonnement* ou *gonflement des terres,* facteur qui peut donner lieu à des poussées excessives ; le gonflement des terres est un danger très sérieux pour les murs de soutènement.

En fait la dynamique des remblais et déblais nous est presque complètement inconnue. — Pendant les premières années les remblais (et aussi les terrains vierges dans le voisinage d'une tranchée) subissent des mouvements quelquefois très intenses, ils glissent, tassent, foisonnent et gonflent, conséquences de sécheresses et d'humidité entraînant quelquefois d'importantes modifications dans les profils et engendrant des poussées très énergiques.

Le gonflement, si dangereux pour les murs de soutènement, se produit principalement pendant les périodes pluvieuses du printemps et de l'automne ; tous les terrains remblayés gonflent plus ou moins et gonflent d'autant plus qu'ils sont de nature plus argileuse.

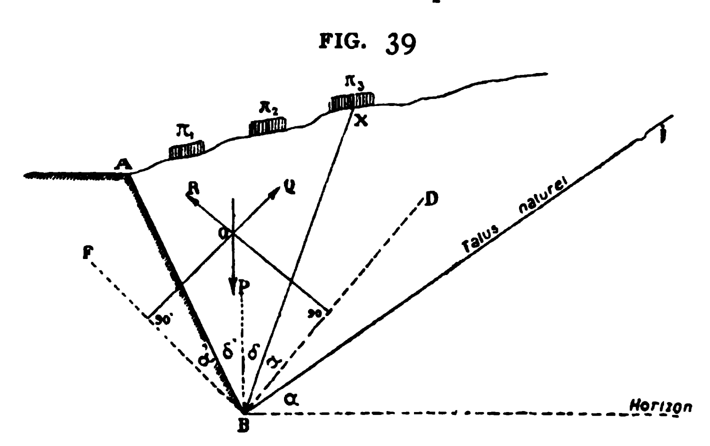
Ce n'est guère qu'au bout de deux ou trois ans que les terrains prennent leur assiette définitive, c'est la période dangereuse pour les murs de soutènement, ce n'est qu'à son expiration qu'on peut avoir quelque certitude quant à leur stabilité finale.

§ 2. Calcul de la Poussée contre une paroi.

47. Premier tracé graphique de la poussée. — Soit (FIG. 39) un massif

de terrain maintenu par une paroi AB, sur ce massif il y a des surcharges π quelconques ; le talus naturel de ce terrain est BI, toute la partie du terrain au-dessus de BI tend à s'ébouler et de ce chef exerce une poussée contre BA, poussée dont nous avons à déterminer le maximum possible et son point d'application; nous étudierons de ce massif une portion ayant l'unité de longueur.

FIG. 39



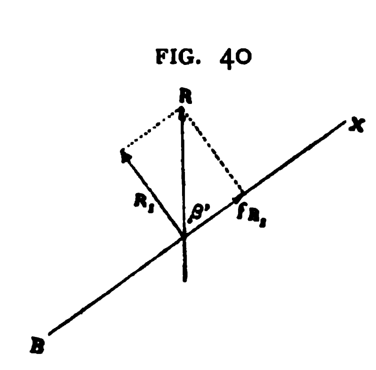
En vertu de l'hypothèse II du n° 46 ci-avant la tendance à l'éboulement qui s'exerce sur AB se produit suivant un plan passant par B, supposons que ce plan soit celui BX ; l'éboulement auquel AB doit résister est donc celui d'un prisme ayant ABX comme base et l'unité comme longueur ; nous admettons que la charge π_3 que rencontre l'arête X soit exactement divisible suivant la verticale passant par X. — Isolons le *prisme d'éboulement* ABX, il est soumis aux forces suivantes :

1° Une force verticale P qui est le poids du prisme et des surcharges π agissant de A à X, cette force est complètement connue en direction, position et intensité, elle est fonction de δ angle du plan d'éboulement avec la verticale.

2° La résultante R des réactions qu'exerce le terrain sous-jacent à BX sur le prisme d'éboulement ; force complètement inconnue.

3° La résultante Q des réactions qu'exerce suivant BA le mur de soutènement sur le prisme d'éboulement, c'est l'inverse de la *poussée* du prisme sur le mur, cette force est aussi complètement inconnue.

FIG. 40



Ces trois forces se font équilibre, donc elles doivent se couper en un même point O, et le triangle de ces trois forces doit se fermer, nous ne pouvons le construire à cause de l'ignorance dans laquelle nous nous trouvons concernant la direction et l'intensité de R et de Q, il y a indétermination, pour la lever nous appliquons l'approximation III du n° 46 et en outre nous admettons que le mur a cédé et que le prisme ABX a pris un mouvement *uniforme*, la cohésion suivant BA et BX est donc vaincue et il ne reste plus que le frottement dirigé de B vers A et de B vers X; de là il résulte (FIG. 40) que si R_1 est la composante de R normale à BX, sa composante tangentielle sera fR_1, or :

$$R_1 = f R_1 tg\beta'$$

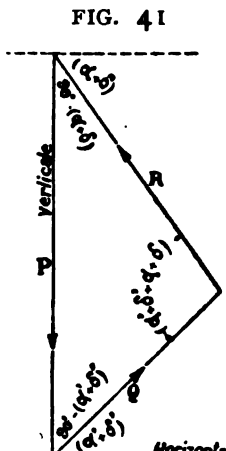
d'où

$$f = \frac{1}{tg\beta'} = tg\alpha \quad \text{donc} \quad \alpha + \beta' = 90^o$$

ce résultat indique que si par B (FIG. 39) nous tirons une droite auxiliaire BD faisant avec BX l'angle α du talus naturel, la direction de R est normale sur BD et par conséquent elle est connue.

Désignant par α' l'angle du frottement du terrain sur la paroi BA du mur et menant BF faisant cet angle avec AB, le même raisonnement que ci-dessus nous donnera que la direction de Q est normale sur BF.

FIG. 41



Nous connaissons donc les directions de R et Q et comme le mouvement est *uniforme* l'équilibre entre P,Q,R existe toujours, et nous sommes maintenant à même de tracer (FIG. 41) le triangle de ces trois forces, triangle qui détermine graphiquement les deux inconnues Q et R, il suffit de les relever à l'échelle sur l'épure, *voilà un premier tracé graphique de la poussée,* ce tracé nous donne la relation analytique

$$\frac{Q}{P} = \frac{\sin (PR)}{\sin (QR)} \quad \text{d'où} \quad (2) \quad Q = P \frac{\cos (\alpha + \delta)}{\sin (\alpha + \delta + \alpha' + \delta')}$$

expression où la seule variable est l'angle δ car P est fonction de cet angle.

Il est à noter que dans cette expression de Q l'angle δ' est positif si la paroi BA est inclinée (comme l'indique la FIG. 39) du côté opposé au terrain, et il est négatif c'est-à-dire doit être affecté du signe moins, si BA est inclinée du côté du terrain, c'est-à-dire est en *surplomb.*



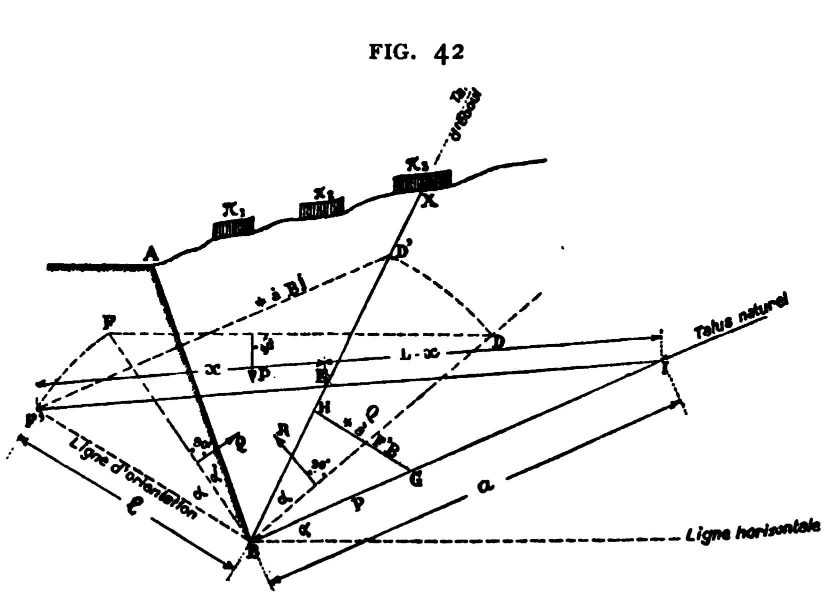
48. Second tracé graphique de la poussée. — La ligne BF de la FIG. 39 est perpendiculaire à la direction de Q, celle BD à la direction de R, reproduisons-les en la FIG. 42 ci-après et menons une horizontale FD (perpendiculaire par conséquent sur P), le triangle BFD est semblable à celui PQR de la FIG. 41, si donc le côté horizontal FD représente P à une certaine échelle, celui BD représentera R et celui BF représentera la poussée Q à la même échelle.



49. Troisième tracé graphique de la poussée. — Si (FIG. 42) nous faisons pivoter le triangle BFD d'un angle α autour de son sommet, le côté BD vient s'appliquer sur le talus d'éboulement BX, celui BF vient sur une droite fixe

BF′ faisant un angle constant ($\alpha+\alpha'$) avec la face BA, et le troisième côté DF devient parallèle au talus naturel BI, le triangle BFD devient en définitive BF′D′; menons suivant BI une longueur BG = P, de G tirons GH parallèle à BF′ (H est sur le talus d'éboulement BX), le triangle BGH est semblable aux triangles BF′D′ et BFD, par conséquent la longueur GH *comprise entre le talus naturel et le talus d'éboulement* représente à l'échelle du tracé l'intensité de la poussée Q sur BA pour le talus d'éboulement en question ; nous verrons que ce dernier tracé est commode à employer pour la détermination du maximum de la poussée.

FIG. 42



Cette figure résume trois méthodes graphiques de détermination de la poussée Q :

1° si FD — P on a BF — Q

2° si BG — P et GH ± à BF on a GH — Q

3° si F′I — L est une sécante quelconque, on a :

$$Q - P \times \frac{BF'}{BI} \times \frac{EI}{EF'} - P \times \frac{l}{a} \times \frac{L-x}{x}$$

Ce tracé nous montre immédiatement que la poussée est nulle lorsque le talus d'éboulement BX coïncide avec le talus naturel et aussi lorsqu'il coïncide avec la face d'appui BA car alors P est nul, donc entre ces deux positions extrêmes il y a dans l'angle ABI une position de BX donnant pour Q une valeur maximum, c'est ce maximum que nous rechercherons ci-après.



50. Quatrième tracé graphique de la poussée. — *Méthode de Poncelet.* — Cette méthode est plutôt mixte, analytique et graphique. Du point quelconque F′ de la FIG. 42 nous tirons une sécante quelconque F′I qui coupe le plan d'éboulement en E ; nous posons

$BF' = l$; $BI = a$; $F'I = L$; $F'E = x$; $EI = L - x$

Le triangle BF′D′ nous donne :

$$\frac{Q}{P} = \frac{BF'}{F'D'} = \frac{l}{F'D'} \qquad \text{d'où} \qquad Q = \frac{Pl}{F'D'}$$

Le triangle F′ED′ est semblable à BEI, d'où :

$$\frac{F'D'}{F'E} = \frac{BI}{EI} = \frac{a}{L - x} \qquad\qquad F'D' = \frac{ax}{L - x}$$

et par conséquent :

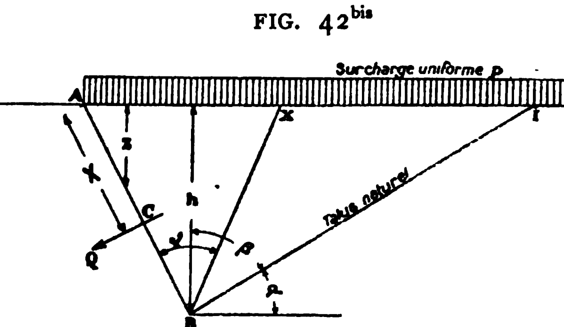
$$(3) \qquad Q = P.\frac{l}{a}.\frac{L - x}{x}$$

voilà une nouvelle expression de la poussée en fonction du rapport entre les côtés d'un triangle ; l'influence du talus d'éboulement BX se fait sentir par la valeur de x qui détermine la position du point E où ce talus coupe la sécante auxiliaire F′I.

§ 3. Calcul de la Poussée maxima.

51. Solution analytique. — L'expression générale analytique de la poussée nous est donnée par la formule (2) du nº 47, où la seule variable est δ (voir FIG. 39), l'équation $\frac{dQ}{d\delta} = 0$ nous donnera la valeur de δ correspondant au maximum de Q ; toutefois pour que cette solution analytique soit suffisamment simple comme calcul il faut que le terre-plein soit terminé supérieurement par un plan horizontal et que la surcharge soit uniformément répartie sur ce plan, cas qui est assez fréquent et que pour ce motif nous allons examiner en détail, nous le représentons FIG. 42bis ; pour simplifier le problème nous supposons que le frottement sur la paroi BA est nul, donc $\alpha' = 0$, ce qui nous donne :

FIG. 42bis



$$Q = P\frac{\cos(\alpha + \delta)}{\sin(\alpha + \delta + \delta')}$$

cette poussée Q est normale sur AB ; nous remplaçons la variable δ en fonction de γ et nous avons :

$$Q = P\frac{\sin[(\beta - \gamma) + \delta']}{\cos(\beta - \gamma)}$$

$$Q = P \cos \delta \, [tg(\beta - \gamma) + tg\,\delta]$$

Lè poids P est égal à la surcharge sur AX plus le poids du prisme ABX, désignant par D le poids spécifique des terres on a :

$$P = h\left(p + \frac{1}{2}hD\right)\left[tg\,\delta + tg(\gamma - \delta)\right]$$

d'où

$$Q = h\left(p + \frac{1}{2}hD\right)\cos\delta\left[tg\,(\beta - \gamma) + tg\,\delta\right]\left[tg\,(\gamma - \delta) + tg\,\delta\right]$$

$$\frac{dQ}{d\gamma} = h\left(p + \frac{1}{2}hD\right)\cos\delta\left[\frac{tg\,(\beta - \gamma) + tg\,\delta}{\cos^2(\gamma - \delta)} - \frac{tg(\gamma - \delta) + tg\,\delta}{\cos^2(\beta - \gamma)}\right] = 0$$

équation qui est satisfaite pour $(\gamma - \delta) = (\beta - \gamma)$, d'où nous tirons :

$$\gamma = \frac{\beta + \delta}{2}$$

et cette valeur correspond à un maximum, car la dérivée seconde est négative ; le prisme du maximum de poussée correspond donc à un talus d'éboulement BX formant la bissectrice de l'angle ABI de la paroi du mur et du talus naturel.

L'expression du maximum de Q est :

$$Q = h\left(p + \frac{1}{2}hD\right)\cos\delta\left[tg\,\delta + tg\,\frac{\beta - \delta}{2}\right]^2$$

or

$$\frac{\beta - \delta}{2} = \gamma - \delta$$

d'où

$$Q = h\left(p + \frac{1}{2}hD\right)\cos\delta\left[tg\,\delta + tg(\gamma - \delta)\right]^2$$

$$tg\,\delta + tg(\gamma - \delta) = \frac{AX}{h}$$

désignant par R le rapport de la base à la hauteur du prisme de plus grande poussée, nous avons pour cette poussée maximum l'expression très simple :

(1) $$Q = h\left(p + \frac{1}{2}hD\right)R^2 \cos\delta$$

et si la paroi BA est verticale

$$Q = h\left(p + \frac{1}{2}hD\right)R^2 = h\left(p + \frac{1}{2}hD\right)tg^2\frac{\beta}{2}$$

ou bien encore :

(2) $$Q = h\left(p + \frac{1}{2}hD\right)tg^2\left(45° - \frac{\alpha}{2}\right)$$

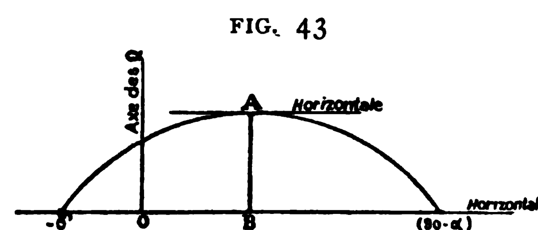
Si on représente la surcharge p par une hauteur équivalente de terre, $h' = \frac{p}{D}$, on a

(3) $$Q = \frac{hD}{2}(h + 2h')tg^2\left(45° - \frac{\alpha}{2}\right)$$

⁂

52. Premier tracé graphique du maximum de Q. — Interpolation graphique. — Les formules (2) et (3) du § 2 ci-avant, de même que les divers tracés graphiques, nous donnent la valeur de Q pour une position quelconque du plan d'éboulement; nous pouvons donc pour diverses valeurs de δ depuis $\delta = -\delta'$ jusque $\delta = 90° - \alpha$, déterminer les valeurs de Q; nous portons (FIG. 43) en abscisses les valeurs de δ et en ordonnées celles correspondantes de Q, nous réunissons les points ainsi obtenus par une courbe régulière dont le sommet A nous donne à l'échelle des tracés la valeur BA du maximum de poussée ; l'abscisse OB est l'angle δ du talus d'éboulement BX auquel correspond ce maximum.

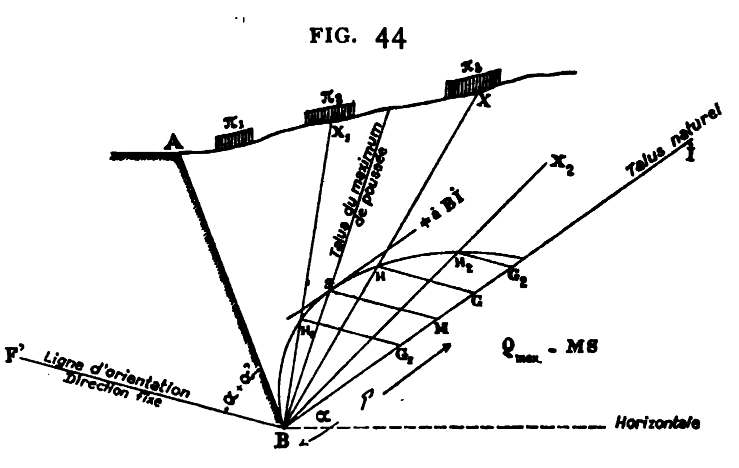
FIG. 43



⁂

53. Second tracé graphique. — La méthode par interpolation graphique devient plus expéditive si on applique le tracé graphique donné n° 48 et FIG. 42 : on trace (FIG. 44) la face BA du mur, la ligne BI du talus naturel et la ligne fixe BF′ faisant avec BA l'angle constant ($\alpha + \alpha'$), ligne qu'on nomme *ligne d'orientation*.

FIG. 44



Pour un talus d'éboulement BX on calcule P correspondant au prisme ABX, on le porte de B en G, on mène la parallèle GH à la ligne fixe BF′, la longueur GH mesure le Q correspondant au prisme ABX.

Pour un prisme ABX_1 une construction analogue nous donne $Q_1 = G_1H_1$; pour un prisme ABX_2 nous avons $Q_2 = G_2H_2$ et ainsi de suite ; donc toute une série de points H, H_1, H_2,... etc. qui limitent les valeurs de Q ; nous réunissons ces points par une courbe continue et la tangente à cette courbe menée parallèlement au talus naturel nous donne le sommet S de la courbe et comme conséquence la valeur SM du maximum de Q et le talus BS du prisme d'éboulement donnant ce maximum.

⁂

54. Méthode de Poncelet. — La méthode de Poncelet exposée ci-dessus n° 50 conduit à la formule (3) :

$$Q = P \cdot \frac{l}{a} \cdot \frac{L - x}{x} \tag{3}$$

si on pouvait choisir la sécante auxiliaire de telle façon que P soit exprimable par une fonction simple de x, l'équation :

$$\frac{dQ}{dx} = 0$$

donnerait aisément la valeur de x correspondant au maximum, or cela se rencontre dans le cas d'un terre-plein plan chargé uniformément tel qu'indiqué Pl. I; nous prenons pour sécante auxiliaire la ligne AI du terre-plein ; nous avons, en nommant D le poids spécifique du terrain :

$$P = p(x - \lambda) + \frac{1}{2}h(x - \lambda)D = \left(p + \frac{1}{2}hD\right)(x - \lambda)$$

d'où

$$Q = \left(p + \frac{1}{2}hD\right)\frac{l}{a}\,\frac{(x - \lambda)(L - x)}{x}$$

et l'équation :

$$\frac{dQ}{dx} = 0$$

nous donne

$$x = \sqrt{\lambda L} = \sqrt{CA \times CI} = CX$$

x est une moyenne proportionnelle facile à construire, il détermine le talus d'éboulement BX du prisme ABX de plus grande poussée, et introduit dans la formule (3) il donne le maximum de Q.

La Pl. I donne trois constructions n° 1, n° 2, n° 3 de la valeur de x ; inutile de les détailler.

On constate que $x = \sqrt{\lambda L}$ est indépendant de la surcharge uniforme p, c'est-à-dire que, lorsque la face AB du mur et la surface du terre-plein sont plans, la

position du talus BX de plus grande poussée est indépendante de la valeur de p.

On constate aussi que l'inclinaison de BX ne dépend pas de l'étendue de BA (voir notamment la construction n° 3), donc tous les talus de plus grande poussée sont parallèles entre eux quelle que soit l'étendue de BA.

L'expression du maximum de poussée peut se mettre sous la forme :

(1)
$$Q=\left(p+\frac{1}{2}hD\right).\frac{l}{a}.\frac{XA.XI}{XC}$$

nous posons

$$\frac{l}{a}.\frac{XA.XI}{XC}=Kh$$

car le premier membre de cette équation est évidemment fonction de h au premier degré, K est un coefficient constant facile à calculer, on a donc

$$Q=\left(p+\frac{1}{2}hD\right)Kh=Kph+\frac{1}{2}KDh^2$$

d'où il résulte que pour une face AB correspondant à une valeur quelconque z de la hauteur h on a comme expression de la poussée maximum sur cette face :

$$Q_z=Kpz+\frac{1}{2}KDz^2$$

le premier terme du second membre exprime la portion de poussée due à la surcharge, le second terme celle due au terrain ; le premier terme est l'équation d'une droite, le second celle d'une parabole, voici le tracé de ces lignes; on prend (Pl. II)

$$B'S=Kph\ ; \qquad B'E=\frac{1}{2}KDh^2$$

on tire la droite A'S et la parabole A'E dont le sommet est en A' et dont l'axe est la ligne A'A du terrain ; les parallèles à la ligne du terrain menées entre A'S et A'E mesurent la valeur de la poussée maxima sur la portion correspondante de la paroi du mur de soutènement ; par exemple : recherchons la valeur de la poussée maximum Q sur la face AO du mur, nous menons OO' parallèle à la surface du terrain et le maximum cherché a pour valeur GH ; le point H de la parabole peut d'ailleurs être déterminé d'une façon rigoureuse par la construction suivante : on tire A'E qui coupe OO' en I, on mène ID parallèle à A'B', on joint A'D et l'intersection H de cette droite avec OO' est précisément le point cherché sur la parabole A'E.

On peut obtenir pour la formule de la poussée maxima une expression plus simple à calculer que celle (1) ci-dessus : si sur la FIG. 47, Pl. I nous tirons AZ et XY parallèle à la ligne d'orientation, nous avons que l'expression ci-dessus :

$$x^2=\lambda L$$

revient évidemment à :

$$\overline{BY}^2 = BZ \times BI$$

qui permet de déterminer X en traçant une moyenne proportionnelle sur BI; mais cette dernière égalité peut encore s'écrire :

$$BI \times BY - \overline{BY}^2 = BI \times BY - BZ \times BI$$
$$BY (BI - BY) = BI (BY - BZ)$$

d'où

$$\frac{BY}{BI} = \frac{ZY}{YI} = \frac{AX}{XI}$$

et si nous tirons YY′ parallèle à BX nous avons : $\frac{BY}{BI} = \frac{XY'}{XI}$

donc : $\frac{AX}{XI} = \frac{XY'}{XI}$ ou bien $AX = XY'$

ce qui prouve que les deux triangles BAX et BXY qui ont une base commune BX ont aussi une même hauteur, donc sont égaux en superficie, BAX = BXY ; or nous avons vu au nº 49 que le triangle BXY est à une certaine échelle le triangle des forces, donc

$$\frac{Q}{P} = \frac{XY}{BY} \qquad \text{d'où} \qquad Q = P.\frac{XY}{BY}$$

posons $m = XY$ et abaissons la normale n de X sur BY, nous avons

$$Q = P.\frac{m.n}{n.BY} = P.\frac{m.n}{2BXY} = P.\frac{m.n}{h.AX}$$

or

$$P = p.AX + \frac{1}{2} hD.AX$$

donc

$$(2) \qquad Q = \left(p + \frac{1}{2} h D\right) \frac{m.n}{h}$$

expression plus simple à calculer que celle (1), car elle ne contient que deux variables m et n tandis que (1) en contient trois.

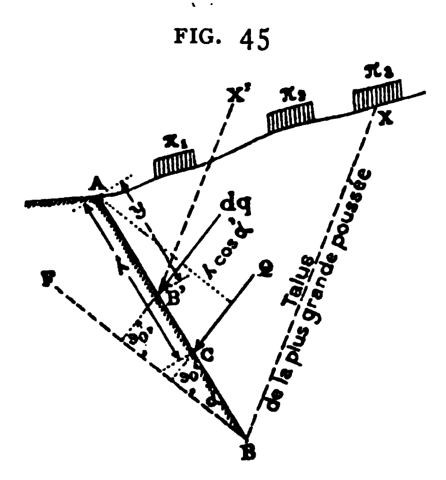
§ 4. Centre de Poussée.

55. Il ne suffit pas de connaître la plus grande poussée Q sur la paroi AB (FIG. 45), il faut encore connaître son point d'application C que l'on nomme *centre de poussée* sur AB ; soit λ la distance de C à A.

Supposons que nous ayons déterminé la poussée maximum q sur AB′ dont la

longueur est y, cette poussée correspond à un plan d'éboulement B'X' qui peut être parallèle à BX mais aussi peut ne pas lui être parallèle, toutefois nous savons que q est toujours parallèle à Q pourvu que BA soit plan, car toutes les poussées sont normales à la ligne auxiliaire BF qui fait avec BA l'angle α' du frottement, et cet angle est constant sur toute l'étendue de BA (voir n° 49 hypothèse III).

FIG. 45



Pour un accroissement infiniment petit dy de la face AB', la poussée augmente de dq dont le point d'application est à la distance y de A, ou plutôt à la distance y augmentée d'une quantité infiniment petite ; on a $Q = \Sigma\, dq$.

Le moment de Q par rapport à A est égal à la somme des moments de dq :

$$Q \lambda \cos \alpha' = \cos \alpha' \int_A^B y\, dq$$

d'où :

$$(1) \qquad \lambda = \frac{1}{Q} \int_A^B y\, dq$$

équation qui donne λ donc la position du centre de poussée C ; intégrale à évaluer analytiquement ou approximativement.



Faisons une application de cette formule en recherchant le centre de poussée C dans le cas particulier de la FIG. 42bis du n° 51 : nous avons que pour une hauteur z du prisme de poussée, la valeur du maximum de q est en vertu de la formule (1) du n° 51 :

$$q_z = z\left(p + \frac{1}{2} z\, D\right) R^2 \cos \delta$$

$$dq_z = (p + zD)\; R^2 \cos \delta\; dz$$

$$\lambda = \frac{1}{h\left(p + \frac{1}{2} hD\right) R^2 \cos \delta} \int_A^B y\,(p + zD)\; R^2 \cos \delta\; dz$$

$$y \cos \delta = z.$$

$$\lambda = \frac{\left[\frac{1}{2} p z^2 + \frac{1}{3} z^3 D\right]_0^h}{h\left(p + \frac{1}{2} hD\right) \cos \delta} = \frac{3ph + 2Dh^2}{(6p + 3Dh) \cos \delta}$$

$$\frac{h}{\cos \delta} = AB$$

$$\lambda = \frac{(3p + 2Dh)\ AB}{6p + 3Dh}$$

voilà la position du centre de pression C ; si le terrain ne porte aucune surcharge $p = 0$, on a :

$$\lambda = \frac{2}{3} AB$$

résultat qui est identique à celui que l'on trouve dans le cas d'un liquide ; si on fait abstraction du poids propre du terrain, $D = 0$, on a :

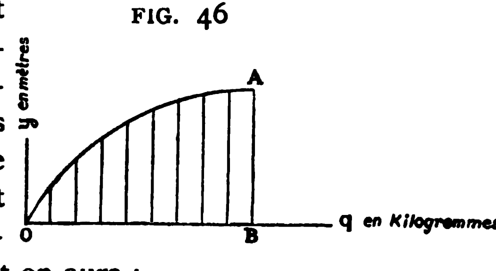
$$\lambda = \frac{AB}{2}$$

ces résultats prouvent que dans le cas de la FIG. 42 bis le centre de poussée est dans l'intervalle $\frac{1}{6}$ AB compté vers le bas à partir du milieu de AB.

***

Si on ne peut trouver l'expression analytique de ydq entrant dans l'équation (1) ci-dessus, l'intégrale s'évaluera soit par la formule de Simpson, soit par quadrature, soit par toute autre méthode approximative ; par exemple : on déterminera les valeurs des maximums de q pour diverses valeurs de y, on portera les q en abscisses (FIG. 46) et les y correspondant en ordonnées, on obtiendra la surface OAB qui mesure l'intégrale, et on aura :

FIG. 46



$$\lambda = \frac{\text{surf. } OAB}{Q}$$

Si le diagramme OAB est tracé à l'échelle de :

1 millimètre pour 100 kgmes
1 millimètre pour 0,10 mètres

chaque millimètre carré représentera 10 kgmètres et si la superficie totale est de N millimètres carrés, nous aurons pour valeur de λ en mètres :

$$\lambda = \frac{10N}{\alpha}$$

***

56. Dans le cas d'un mur à face *plane* AB soutenant un terre plein *plan chargé uniformément*, Pl. II, la détermination du centre de poussée peut se faire directement et aisément ; en effet l'expression générale donnant le centre de poussée C est :

$$\lambda = \frac{1}{Q}\int y dq$$

au lieu de déterminer ce centre en fonction des distances y comptées suivant AB nous pouvons le déterminer en fonction des distances z comptées perpendiculairement à la surface du terrain, désignant par λ_1 la distance de C ainsi comptée nous avons

$$\lambda_1 = \frac{1}{Q}\int_A^B z dq = \frac{1}{Q}\int_o^h z dq$$

or ci-dessus au n° 54 nous avons trouvé :

$$Q = Kph + \frac{1}{2}KDh^2$$

d'où

$$dq_1 = (Kp + KDz)\, dz$$

et par conséquent

$$\lambda_1 = \frac{1}{Q}\int_o^h z\,(Kp + KDz)\, dz = \frac{\frac{1}{2}Kph + \frac{1}{3}KDh^2}{Kp + \frac{1}{2}KDh}$$

résultat qui nous montre que si le terrain ne porte aucune surcharge, donc $p = 0$, on a :

$$\lambda_1 = \frac{2}{3}h$$

c'est-à-dire que le centre de pression est au tiers de la hauteur comptée à partir du pied B ; si par contre on fait abstraction du poids du terrain, $D = 0$, on a :

$$\lambda_1 = \frac{1}{2}h$$

le centre de pression est à mi-hauteur ; de ces deux résultats il découle que toujours, dans le cas d'un terre-plein plan d'inclinaison quelconque mais chargé uniformément et d'un mur à face AB plane, le centre de poussée est dans la zone comprise entre la moitié et les $\frac{2}{3}$ de h.

Mais, appliquant la formule ci-dessus, nous pouvons en déduire pour la détermination de la poussée et du centre de poussée une construction graphique très simple (voir Pl. II), en effet :

$$\lambda_1 Q = \int_o^h z dq_1 = \int_o^h z\,(Kp + KDz)\,dz$$

dq_1 est donc représenté par un rectangle dont les dimensions sont $(Kp + KDz)$ et dz ; l'expression sous intégrale est le moment de ce rectangle par rapport à la ligne AM du terre-plein, or :

$$Q = \int_o^h (Kp + KDz)\,dz$$

d'où il résulte que si nous construisons la surface représentant cette intégrale, son centre de gravité sera précisément à la distance λ_1 du centre de poussée cherché : nous tirons donc A″B″ perpendiculaire à la ligne AM du terrain ; pour $z = 0$ la largeur du rectangle infiniment petit supérieur est Kp, pour $z = h$ la largeur de celui inférieur est $(Kp + KDh)$, nous prenons :

$$A''L = Kp \qquad \text{et} \qquad B''J = Kp + KDh$$

nous joignons LJ, la surface du trapèze A″B″JL est :

$$\frac{1}{2}(2\,Kp + KDh)\,h = Kph + \frac{1}{2}KDh^2$$

c'est-à-dire précisément la valeur de Q ; pour déterminer son centre de gravité nous tirons la médiane KN, nous prenons B″M′ = A″L et LM = B″J, nous joignons MM′ qui coupe la médiane au centre de gravité R ; tirant de R une parallèle à la ligne du terrain elle coupe la paroi AB du mur précisément au centre de poussée C cherché.

Le trapèze A″B″LJ se nomme *trapèze de poussée*, il peut servir pour n'importe quelle portion de la paroi AB, ainsi si nous voulons déterminer la poussée maxima et le centre de cette poussée pour la paroi AO nous tirons de O une parallèle OO″O‴ à la ligne du terrain, la surface du trapèze A″O″O‴L représente la poussée cherchée et son centre de gravité détermine le centre d'action de cette poussée sur AO ; comme contrôle il faut que nous trouvions que la valeur de la surface A″O″O‴L est égale à la ligne GH déterminée ci-avant au n° 54.

§ 5. Frottement du terrain contre la paroi du mur de soutènement.

57. Le frottement du terrain contre la paroi du mur de soutènement est dans toutes les formules ci-avant représenté par l'angle α', nous avons à nous fixer sur la valeur de cet angle ; si la paroi du mur est très rugueuse on peut admettre que le terrain remplit les rugosités et que le frottement se produit tout simplement entre ce remplissage et le terrain proprement dit, donc c'est un frottement du terrain sur lui-même, la valeur de α' serait dans ce cas celle de α et ne pourrait pas lui être supérieure.

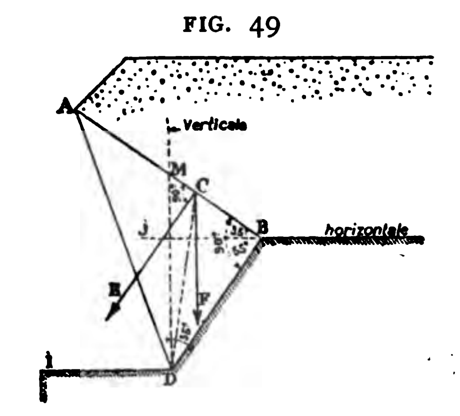
Si le mur est en surplomb sans toutefois appuyer sur le terrain (voir le profil de Stephenson, § 11), le tassement des terres a une tendance à les détacher du mur, donc à réduire le frottement à zéro ; si cependant le surplomb était tel que la verticale du centre de gravité du mur sorte de sa base, le mur appuierait sur le terrain et le frottement pourrait atteindre la valeur maximum α.

En somme nous voyons qu'il y a une grande incertitude quant à la valeur à attribuer à α' puisque cette valeur peut varier de o à 45°, dans cette incertitude la règle de prudence est celle-ci : ***prendre pour*** α' ***la valeur comprise entre o et 45° donnant pour Q la valeur la plus dangereuse pour la stabilité du mur de soutènement.*** Il est à remarqueur que nous stipulons pour Q la valeur ***la plus dangereuse*** et non la valeur ***la plus grande***, car cette dernière n'est pas toujours la plus dangereuse pour la stabilité du mur.

Quoi qu'il en soit on admet toujours que la valeur choisie pour α' est constante sur toute la hauteur de la paroi du mur, tout comme on admet que la valeur de α est la même sur toute l'étendue du plan d'éboulement.

Expérience de M. Ardant (FIG. 49). La description de cette expérience est extraite d'un mémoire de M. Ardant (Mémorial du Génie 1848), elle met bien en évidence le frottement virtuel qui agit entre un mur de soutènement et le terrain qu'il soutient.

FIG. 49



AB est la paroi d'un récipient destiné à recevoir du sable pur et sec pour lequel $\alpha = 35°$, cette paroi fait partie du triangle en bois DBA simplement posé sur DB, ce triangle est rectangle en B et il est calibré de telle façon que la médiane DM soit verticale et fasse avec DB l'angle de 35°.

Latéralement le récipient est fermé par deux parois en bois entre lesquelles le triangle est absolument libre et pour empêcher toute pénétration de sable dans les joints, ce qui pourrait gêner le mouvement du triangle, on les remplit de saindoux très mou.

Le récipient étant vide, le bloc triangulaire DBA dont la verticale du centre de gravité est MD se trouve dans un équilibre instable, la moindre poussée doit le faire pivoter autour de D et culbuter.

On remplit le récipient de sable et on met même un surhaussement pour accroître la poussée ; le centre de poussée est en C, la distance MC est inférieure à $\frac{AB}{6}$ comme nous l'avons vu ; la paroi BA du bloc a été au préalable enduite d'une mince couche de gomme liquide et saupoudrée de sable afin d'avoir le

frottement de sable sur sable ; le récipient étant rempli on constate que l'équilibre du bloc triangulaire est devenu plus ferme, il appuie résolument sur DB, ce qui montre que la poussée du sable sur BA n'a pas une direction CE à gauche de CD ou sinon le bloc culbuterait immédiatement mais à une direction CF à droite de CD, c'est-à-dire une direction sensiblement normale à l'horizontale BJ qui fait avec BA un angle de 35°, ce qui prouve que l'angle du frottement sur la paroi AB est sensiblement égal à celui α du talus naturel du sable.

§ 6. Autre expression de la Poussée.

58. Soit (FIG. 50, Pl. III) un mur de soutènement de forme quelconque maintenant un terrain de profil quelconque, terrain chargé ***uniformément*** suivant l'horizontale, (1) soit p cette charge uniforme par unité courante horizontale et D le poids spécifique du terrain.

La charge uniforme peut donc être représentée par une surépaisseur h' de terrain, dont la valeur est $h' = \frac{p}{D}$; nous portons h' verticalement de A en C et tirons une parallèle CE à la surface du terrain.

Soit BF le plan d'éboulement donnant sur la paroi BA du mur le maximum de poussée Q ; nous figurons la direction de Q et désignons par φ son angle avec la verticale ; la direction de Q ne peut évidemment être connue que si la paroi AB est plane.

Le prisme d'éboulement est soumis à trois forces qui sont les réactions Q et R dont la direction seule est connue, et son poids P qui est complètement connu :

$$P = \text{surf. BACEFB} \times \text{unité} \times D = V \times D$$

V est le volume du terrain et de sa surcharge par unité de longueur du massif ; nous traçons (FIG. 51) le triangle de ces trois forces.

Supposons que le plan d'éboulement BF soit remplacé par un plan BF' infiniment proche à la distance angulaire $d\beta$, le poids du prisme d'éboulement augmente de la quantité :

$$aP = \text{BFEE'F'B} \times \text{unité} \times D$$

sa réaction R devient $R + dR$ et quant à la poussée Q elle conserve la même valeur puisque BF correspond à son maximum, en vertu de ce maximum on a en effet

$$\frac{dQ}{d\beta} = 0 \qquad \text{d'où} \qquad dQ = 0$$

(1) Cette théorie est extraite des *Éléments de Statique Graphique*, par H. Muller-Breslau, prof. à l'Université de Berlin, traduction de T. Seyrig.

le nouveau triangle des trois forces est donc JG'I ayant le côté IJ commun avec le précédent.

Mais l'angle de $(R+dR)$ sur BF' est le même que celui de R sur BF puisque cet angle est le complément de α (voir n° 47), donc l'angle des deux directions de R et $(R+dR)$ est $d\beta$, d'où nous avons :

$$\text{surf. triangle } BFF' = \frac{1}{2}\, d\beta \times \overline{BF}^2$$

$$\text{surf. triangle } IGG' = \frac{1}{2} d\beta \times \overline{IG}^2$$

et si l'échelle des forces est choisie de telle façon que $IG = BF$, ce qu'il est toujours possible et permis de faire, on a :

$$\text{surf. } BFF' = \text{surf. } IGG'.$$

soit ϵ l'angle de FF' avec l'horizontale, nous avons :

$$\text{surf. } FEE'F' = h' \times FF' \times \cos\epsilon$$

d'où

$$dP = D\,(\text{surf. } BFF' + h' \times FF' \times \cos\epsilon) = D \times \text{surf. } IGG'\left(1 + \frac{h' \times FF' \times \cos\epsilon}{\text{surf. } BFF'}\right)$$

soit h la longueur de la normale abaissée de B sur la direction FF', nous avons :

$$\text{surf. } BFF = \frac{1}{2} h \times FF'$$

substituant on a :

$$dP = D \times \text{surf. } IGG'\left(1 + \frac{2h' \cos\epsilon}{h}\right)$$

d'où :

$$\frac{P}{dP} = \frac{V}{\text{surf. } IGG'\left(1 + \frac{2h' \cos\epsilon}{h}\right)}$$

de la FIG. 51 nous déduisons

$$\frac{P}{dP} = \frac{JG}{GG'} = \frac{\text{surf. } JIG}{\text{surf. } IGG'}$$

combinant ces deux dernières égalités on trouve :

$$V = \text{surf. } JIG\left(1 + \frac{2h' \cos\epsilon}{h}\right)$$

Sur la FIG. 50, tirons FK faisant avec le talus naturel l'angle φ de Q avec la verticale ; les deux triangles BFK et IJG sont égaux comme ayant les angles égaux et le côté BF égal à IG puisque ci-dessus nous avons dit que nous choisissions l'échelle en conséquence, nous avons donc :

(1) $V = \text{surf. } BFK \times \left(1 + \frac{2h' \cos \epsilon}{h}\right) = \text{surf. } BACEFB$

voilà une égalité découlant directement de la condition que BF est le talus d'éboulement donnant la poussée maximum, on pourra donc tracer par tâtonnement la direction BF pourvu que l'on connaisse l'angle φ, il suffira de chercher la ligne BF telle que le second terme de l'égalité (1) soit égal à V, c'est-à-dire soit égal à la surface BACEFB; si le terrain ne portait aucune surcharge, h' serait nul et il suffirait de chercher la ligne BF donnant :

$$\text{surf. } BAF = \text{surf. } BFK$$

Recherchons maintenant l'expression analytique du maximum de poussée : nous venons de voir que le triangle BFK, égal au triangle IJG, représente les trois forces agissant sur le prisme d'éboulement, nous avons donc (FIG. 50) :

$$\frac{Q}{P} = \frac{FK}{BK} \qquad \text{d'où} \qquad Q = P \times \frac{FK}{BK}$$

abaissons FN normale sur le talus naturel BK et posons : $FN = n$ $FK = m$ d'où en appliquant l'expression (1) trouvée ci-dessus

$$\text{Surf. } BFK = \frac{1}{2} BK \times n = \frac{V}{1 + \frac{2h' \cos \epsilon}{h}}$$

$$BK = \frac{2V}{n\left(1 + \frac{2h' \cos \epsilon}{h}\right)}$$

et par conséquent :

(2) $$Q = V \times D \times \frac{n.m\left(1 + \frac{2h' \cos \epsilon}{h}\right)}{2V} = \frac{D}{2}\left(1 + \frac{2h' \cos \epsilon}{h}\right) n.m$$

et si le massif n'est pas surchargé on a :

(3) $$Q = \frac{D\, n.m}{2}$$

voilà (2) et (3) les expressions du maximum de la poussée Q sur la paroi BA.



59. Paroi plane. Terre-plein plan. — Si la paroi BA du mur et la surface AFI du terrain sont plans, et si la surcharge est uniforme, nous avons toujours l'expression (1) trouvée ci-dessus

$$V = \text{surf. BFK}\left(1 + \frac{2h' \cos \varepsilon}{h}\right)$$

d'autre part :

$$V = \text{surf. BAF} + \text{AF} \cos \varepsilon \times h' = \text{surf. BAF}\left(1 + \frac{\text{AF} \cos \varepsilon \times h'}{\text{surf. BAF}}\right) =$$

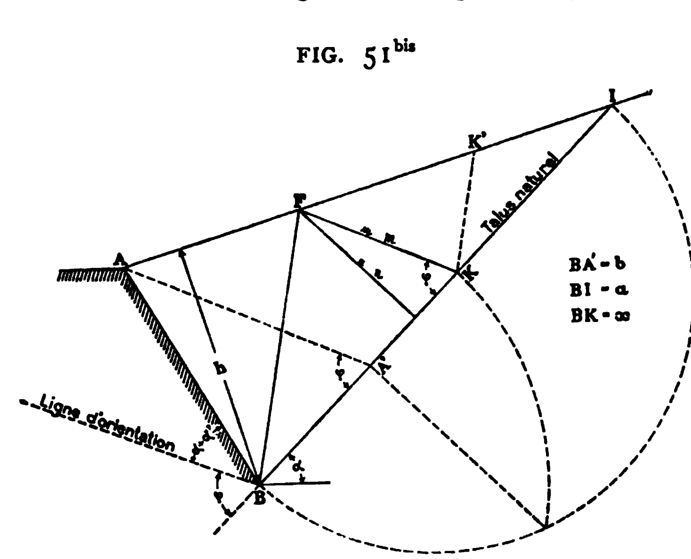
$$= \text{surf. BAF}\left(1 + \frac{\text{AF} \cos \varepsilon \times h'}{\frac{1}{2}\text{AF} \times h}\right) = \text{surf. BAF}\left(1 + \frac{2h' \cos \varepsilon}{h}\right)$$

d'où il résulte :

$$\text{surf. BFK} = \text{surf. BAF}$$

Nous avons donc l'égalité de deux surfaces triangulaires dans tous les cas, avec ou sans surcharge, tandis que lorsque la paroi du mur et la surface du terrain ne sont pas planes cette égalité n'existe que dans le cas où il n'y a pas de surcharge. — La position de BF peut se déduire du tracé d'une moyenne proportionnelle (voir FIG. 51 bis) : tirons AA' parallèle à la ligne d'orientation, la longueur BA' est connue, nous la désignons par b, la longueur BI est aussi connue, nous la représentons par a, l'inconnue est $x =$ BK, tirons KK' parallèle à BF, les deux triangles BAF et BFK étant égaux nous avons AF = FK', de plus les triangles semblables nous donnent

FIG. 51 bis



$$\frac{\text{BK}}{\text{BI}} = \frac{\text{FK}'}{\text{FI}} = \frac{\text{AF}}{\text{FI}} = \frac{\text{A}'\text{K}}{\text{KI}}$$

prenant le premier et le dernier rapport on a :

$$\frac{x}{a} = \frac{x - b}{a - x} \qquad \text{d'où} \qquad x = \sqrt{ab}$$

BK est donc une moyenne proportionnelle entre BI et BA'; son tracé est exécuté sur la figure 51 bis.

L'expression du maximum de Q est celle (2) ou (3) trouvée ci-dessus, mais dans le cas d'une paroi plane et d'un terre-plein plan on peut légèrement les sim-

plifier : désignons par p' la charge uniforme par unité courante comptée suivant la pente AFI du terre-plein plan (FIG. 51bis), nous avons :

$$p = \frac{p'}{\cos \epsilon}; \qquad h' = \frac{p}{D} = \frac{p'}{D \cos \epsilon}$$

et substituant dans Q on a :

$$(4) \qquad Q = \left(Dh + 2p'\right)\frac{n.m}{2h} = \left(p' + \frac{1}{2}hD\right)\frac{n.m}{h}$$

et pour le cas où la surcharge est nulle (5) $Q = \frac{1}{2} Dn.m$

voilà les expressions de la poussée maximum Q en fonction de la charge uniforme p' évaluée par unité comptée non plus suivant l'horizontale mais suivant AF qui est la surface plane du terre-plein.

§ 7. Quelques cas particuliers comme disposition des massifs.

60. Terre-plein surhaussé, mur à paroi plane. – Ce cas se rencontre assez fréquemment dans les travaux de fortifications, et aussi quelquefois dans les routes et voies ferrées en remblai (voir FIG. 52, Pl. III). — Le massif est profilé suivant un terre-plein plan CN horizontal ou légèrement incliné se raccordant par un talus CA avec la crête du mur, il n'y a pas de surcharge ; ce cas peut être traité par la méthode générale donnée ci-avant § 2 et 3, mais la solution s'obtient plus simplement en appliquant celle donnée au § 6.

Nous traçons le talus naturel BI et la ligne d'orientation BF′, nous joignons BC, nous menons CE parallèle BF′, nous tirons EA qui coupe BC en G ; si AG = GE on a surf. BAC = surf. BCE et, en vertu du § 6, BC est le talus du maximum de poussée ; si AG > GE le talus du maximum de poussée est à gauche de BC et peut être déterminé par les tracés de moyenne proportionnelle donnés ci-avant n° 54 et Pl. II ; si AG < GE on a que le triangle ABC est plus petit que le triangle BCE, ce qui indique que le talus d'éboulement est à droite de BC, voici comment on le détermine : on mène AH parallèle à BC jusque sa rencontre en H avec la direction de NC et on a :

surf. BHC = surf. BAC

nous remplaçons le massif de terrain BACN par BHN et nous opérons sur ce dernier ; le tracé de la moyenne proportionnelle indiqué sur la figure 52 nous donne BK comme talus du maximum de poussée, par conséquent nous avons

surf. BKJ = surf. BHK = surf. BACKB

donc BK est le talus du maximum de poussée sur BA, et la valeur de ce maximum est, en désignant par D le poids spécifique du terrain

$$Q = \frac{1}{2} D \times KJ \times KR = \frac{1}{2} D n.m$$

Le centre de la poussée Q se déterminera en appliquant la méthode générale.



61. Terrain recouvrant la crête du mur (FIG. 53, Pl. IV). — Dans ce cas on prolonge la face BA du mur jusque sa rencontre en C avec la surface du talus, on considère ACE comme faisant partie du mur et on calcule la poussée sur BC d'après les méthodes connues.



62. Massif limité par son talus naturel. — Soit (FIG. 54, Pl. IV) un mur soutenant un massif dont la surface AE est parallèle au talus naturel BI, nous tirons la ligne d'orientation BF′, la construction de la moyenne proportionnelle nous indique que le talus de plus grande poussée coupe la surface du terrain à l'infini mais ne nous donne aucun résultat quant à la valeur de cette poussée, il faut pour la déterminer suivre une autre marche : soit un talus d'éboulement BC, nous portons de B à H la valeur de P_1, le poids du prisme d'éboulement et de sa surcharge, et nous avons HJ pour la valeur de Q_1 ; pour un autre talus d'éboulement BE correspondant à un poids P_2 nous obtenons une nouvelle valeur Q_2 de la poussée et ainsi de suite ; or, D étant la densité du terrain, nous avons :

$$P_1 = p.AC + \frac{1}{2} D.h.\ AC = AC\left(p + \frac{1}{2} h D\right); \qquad P_2 = AE\left(p + \frac{1}{2} h D\right)$$

nous tirons CK et EG parallèles à la ligne d'orientation, leur longueur est constante, nous la désignous par a, nous avons :

$$\frac{Q_1}{P_1} = \frac{CK}{BK} \quad \text{d'où} \quad Q_1 = \left(p + \frac{1}{2} h D\right)\frac{AC \times a}{BK} \quad \text{et} \quad Q_2 = \left(p + \frac{1}{2} h D\right)\frac{AE \times a}{BG}$$

nous tirons CM, EN parallèles à la paroi BA du mur, nous avons que MK, NG sont des constantes dont nous désignons la valeur par e, d'où :

$$BK = AC + e \qquad \text{et} \qquad BG = AE + e$$

et par conséquent :

$$Q_1 = \left(p + \frac{1}{2} h D\right)\frac{AC.a}{AC + e} = \left(p + \frac{1}{2} h D\right)\frac{a}{1 + \frac{e}{AC}}; \qquad Q_2 = \left(p + \frac{1}{2} h D\right)\frac{a}{1 + \frac{e}{AE}}$$

on voit que la valeur de la poussée augmente avec les quantités AC et AE, donc elle est maximum pour $AE = \infty$, ce qui nous donne

$$Q = \left(p + \frac{1}{2}hD\right)a$$

et s'il n'y a pas de surcharge :

$$Q = \frac{1}{2}ahD$$

Ces résultats peuvent directement se tirer de la formule (2) du n° 54, car quand la surface du terre-plein est parallèle au talus naturel on a : $n = h$ et $m = a$.

§ 8. Calcul de la Poussée maximum dans le cas d'un mur à paroi ronde ou polygonale.

63. Soit (FIG. 55, Pl. IV) un remblai de forme quelconque portant des charges quelconques et maintenu par un mur dont la paroi BCA est polygonale.

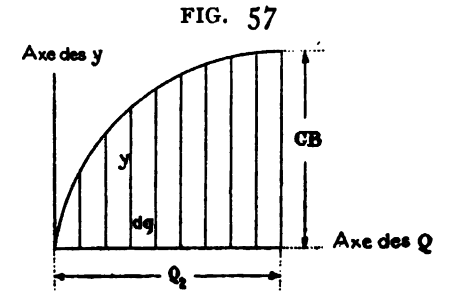
On commence en appliquant les méthodes précédentes par déterminer la poussée maximum Q_1 sur la face supérieure AC et son point d'application, puis on passe à la recherche de la poussée maximum Q_2 agissant sur la face CB, pour cela on prend un plan d'éboulement BX correspondant à un prisme d'éboulement dont le poids est P, sur ce prisme agissent P et Q_1 qui sont deux forces complètement connues et aussi Q_2 et R dont les directions seules sont connues ; nous construisons le polygone de ces forces (FIG. 56) ; une rotation de $(90° + \alpha)$ de ce polygone nous donne celui BEFG dont les côtés P et R, représentés par BE et BG, coïncident avec le talus naturel et le talus d'éboulement, et ceux Q_1 et Q_2, représentés par EF et FG, sont parallèles aux lignes d'orientation CC′ pour Q_1 et BB′ pour Q_2 ; les points F sont tous sur une parallèle à BI ; nous traçons la courbe des points G qui marquent les valeurs de Q_2, la tangente à cette courbe parallèle au talus naturel donne le maximum de Q_2 et le talus d'éboulement auquel il correspond.

Le centre de poussée de Q_2 se détermine en appliquant la méthode générale du § 4, on a, en désignant par λ_2 la distance de ce centre de poussée au point C :

$$\lambda_2 = \frac{1}{Q_2}\int_C^B y\,dq$$

valeur qui se détermine par la quadrature de la surface FIG. 57.

FIG. 57



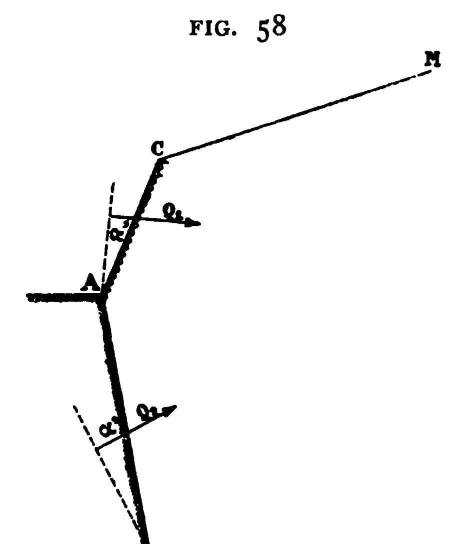
Prenant la résultante de Q_1 et Q_2 on a la valeur et la position du maximum de Q sur l'ensemble de la paroi ACB. — Si cette paroi contenait plus de deux côtés la marche serait la même ; si elle était courbe on remplacerait la courbe par un polygone de deux ou plusieurs côtés.

Nous donnons au § 12 ci-après une méthode plus simple applicable dans le cas où le terrain est plan et chargé uniformément.

***

64. Si le terre-plein surhaussé de la FIG. 52, Pl. III avait son talus inférieur AC tellement roide qu'on doive le maintenir par des moyens artificiels, gazonnement, fascinages, perrés, etc. telle la FIG. 58, il y aurait lieu de considérer la paroi AC comme solidaire du mur d'appui et appliquer la méthode ci-dessus : calculer la poussée maximum Q_1 sur AC, celle Q_2 sur AB et prendre comme agissant sur le mur proprement dit la résultante de Q_1 et Q_2 ; il est à noter que dans semblable cas l'angle α' du frottement sur AC doit être pris plus grand que celui α' sur la paroi BA du mur de soutènement, toutefois jamais plus grand que l'angle α du talus naturel.

FIG. 58

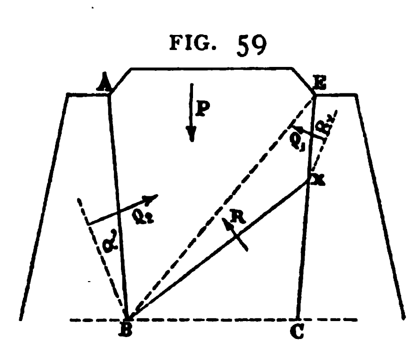


§ 9. Murs jumeaux.

65. Il s'agit d'un remblai compris entre deux murs de soutènement (FIG. 59), si la distance entre les murs est telle que le talus de plus grande poussée ne rencontre pas le mur voisin, le problème ne présente aucune particularité nouvelle et nous n'avons pas à nous y arrêter.

Si le contraire a lieu, tel est le cas FIG. 59, nous estimons que l'on peut prendre à priori pour le talus de plus grande poussée la ligne BE allant du pied du mur considéré à la crête de son vis-à-vis.

FIG. 59



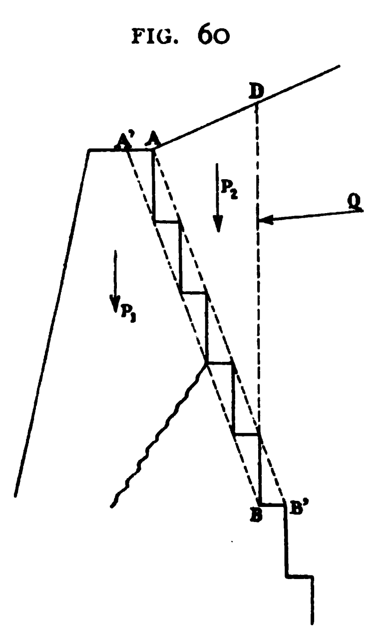
Certains ingénieurs préconisent pour ce cas une autre méthode que nous allons exposer, méthode très exacte théoriquement mais que nous jugeons être en dehors de la réalité des faits : ils tirent un plan d'éboulement quelconque BX qui rencontre le mur voisin en X, ils calculent le maximum Q_1 de la poussée sur la portion de XE de la paroi de ce mur, le prisme d'éboulement BAEXB est donc soumis à quatre forces P, Q_1, R et Q_2, dont les deux premières sont connues complètement et les deux dernières connues en direction seulement, le polygone de ces 4 forces donne Q_2 ; effectuant cette opération pour toute une série de plans d'éboulement, ils tracent la courbe des Q_2 et ainsi dé-

terminent le maximum ; le centre de poussée se déterminera par la méthode générale ci-avant. — Il est évident que si le maximum de Q_1 sur XE correspondait à un plan d'éboulement coupant le mur voisin, il faudrait commencer par appliquer à la portion de paroi XE la méthode que nous venons d'indiquer pour la paroi AB. — Mais encore une fois, nous déclarons que cette méthode, inattaquable au point de vue strict de la théorie, nous semble peu admissible, car il nous paraît que la tendance au glissement doit surtout se produire suivant le talus BE.

§ 10. Mur à paroi en gradins.

66. La paroi du mur de soutènement en contact avec les terres est assez fréquemment disposée en gradins (FIG. 60) au lieu d'être plane ainsi que toujours nous l'avons supposé jusqu'ici, dans ce cas pour effectuer les calculs on remplace la paroi en gradins par une paroi plane, ce qui peut se faire de trois façons différentes :

FIG. 60



1° ou bien prendre pour paroi plane la ligne BA′ du fond des gradins.

2° ou bien prendre AB′ de la crête des gradins.

3° ou bien prendre la verticale BD tangente au gradin B du pied de la portion BA de la paroi étudiée.

Dans le cas du 3° on calcule la poussée Q sur BD en considérant le massif de terre BDA comme faisant partie du mur et on a agissant sur le mur les quatres forces suivantes :

a) Le poids P_1 du mur proprement dit.

b) Le poids P_2 du massif BDA.

c) La surcharge agissant sur le mur et sur AD.

d) La poussée Q du restant du remblai sur BD.

Notre avis est que la marche indiquée au 1° est la meilleure ; au surplus nous n'aimons pas les murs à gradins, car les gradins forment des angles vifs, des changements brusques de sections et cela est tout aussi mauvais pour les constructions en maçonnerie que pour les constructions en métal, plus d'une fois on a vu ces murs se déchirer dans le fond d'un gradin ainsi que l'indique la FIG. 60.

§ 11. Types divers de murs de soutènement
Types Vauban, Stephenson, Brunel.

67. Profil rectangle. Profil trapèze. — Pour des remblais de peu de hauteur on emploie souvent des murs à profil rectangle, et les praticiens ont l'habi-

tude de leur donner comme épaisseur le tiers de la hauteur du terrain augmentée de la hauteur de la surcharge évaluée en terrain, toutefois pour les murs de quai la proportion de un tiers s'élève à 0,40 et même 0,50.

Le profil rectangle ne s'emploie guère au delà de 3 à 4 mètres de hauteur, au delà il convient par motif d'économie de se rapprocher du profil d'égale résistance et la forme la plus pratique réalisant ce désideratum est le trapèze simple ou composé (tel le mur de quai d'Anvers, Pl. VI, et les murs de culée de pont Pl. VII).

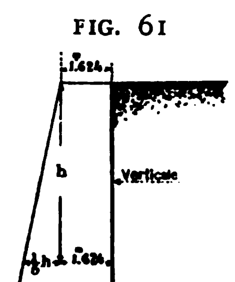
Dans le cas d'un mur à profil trapèze les praticiens lui donnent assez fréquemment comme épaisseur moyenne celle déterminée ci-dessus pour le mur à profil rectangle, mais il faut se méfier de ces déterminations empiriques.

Les deux plus grands constructeurs de murs de soutènement furent certainement *Vauban* et *Stephenson*, ils avaient tous deux un profil type et un barême pour ses dimensions.



68. Le profil *Vauban*, (FIG. 61), est un trapèze à face amont verticale, face aval avec fruit de 1/5 et épaisseur en crête constante $1^{m}624$; toutefois ces proportions ne sont valables que pour des remblais de quelques mètres de hauteur, au delà, Vauban conservait les mêmes proportions pour le mur proprement dit mais il l'accompagnait de contreforts dont les dimensions sont données ci-après § 15. Il est d'ailleurs à noter que les murs de Vauban (destinés à la fortification) n'avaient jamais à soutenir un terre-plein portant une surcharge importante.

FIG. 61



Il est à remarquer que la stabilité d'un profil trapèze varie considérablement suivant que sa face verticale est à l'amont ou à l'aval (FIG. 62) ; pour réaliser la même stabilité le profil B exigera, comparé à celui A un supplément de maçonnerie variant selon les cas de 25 à 50 %, ce qui est dû à 2 causes :

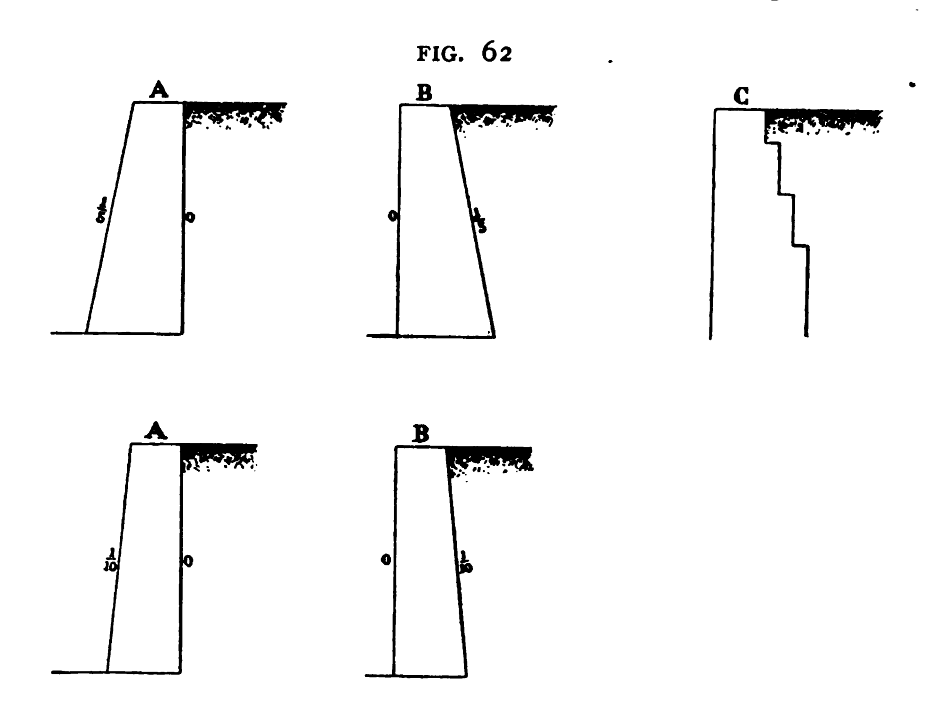
1° Le centre de gravité du profil B est reporté vers l'aval, c'est-à-dire du côté où tend à se produire le renversement, donc sa résistance à la culbute est moindre.

2° La terre se tassant derrière le profil B agit à la façon d'un coin, effet qui ne se produit pas dans le cas du profil A.

C'est pourquoi, dans le profil trapèze il convient partout où c'est possible de mettre la face inclinée à l'aval, c'est ce que faisait Vauban ; toutefois pour les murs de quai cette inclinaison d'aval ne peut jamais dépasser $\frac{1}{20}$ à $\frac{1}{10}$ ou sinon les bateaux seraient trop écartés de la crête et leur déchargement et chargement seraient rendus trop difficiles, là il faut bien réaliser le trapèze en agissant sur la paroi d'arrière.

Certains ingénieurs estiment que les inconvénients du profil B disparaissent en disposant sa face inclinée en gradins ainsi que l'indique le profil C, cela n'est

FIG. 62



que partiellement vrai, l'inconvénient n° 2 ci-dessus disparaît, mais l'autre reste et en outre il y a celui signalé au n° 66, FIG. 60.



69. Le profil de *Stephenson* est donné avec ses proportions par la FIG. 63, c'est un profil en surplomb à faces parallèles ; le surplomb est au maximum, car la verticale du centre de gravité passe par l'arête d'amont ; ce profil est assez fréquemment employé en Hollande et en Allemagne. Pour le calcul de la poussée sur ce mur il est à noter que l'angle δ' de la formule (2) du n° 47 doit être pris négatif et d'autre part l'angle α' du frottement sur le mur est nul, donc la poussée Q est inclinée vers le haut de $\frac{1}{5}$ sur l'horizon. La stabilité propre du mur de Stephenson contre le renversement a pour valeur :

FIG. 63

Profil de Stephenson

$$h \times \frac{1}{5}h \times \frac{1}{5}h = \frac{h^3}{25}$$

c'est le moment de son poids autour de son arête aval ; M. l'ingénieur Maus a

calculé divers profils trapèzes ayant la même stabilité, nous les reproduisons Pl. V avec leurs dimensions en fonction de la hauteur h et nous donnons l'épaisseur moyenne qui permet d'apprécier le volume relatif de ces divers murs ; on voit que l'économie de matière dépend surtout de l'inclinaison de la face aval, cependant qu'on ne s'y trompe pas, si tous ces profils ont le même moment de stabilité $\frac{1}{25}h^3$, tous n'ont pas la même puissance de soutènement, car leur prisme de poussée est différent, il est minimum pour le profil en surplomb de Stephenson, puis viennent les profils pour lesquels la face amont est verticale ; de plus il y a l'effet de coin des terres qui tassent, effet qui est nul pour le profil de Stephenson et pour ceux à face arrière verticale mais ne l'est pas pour les autres ; enfin il y a encore que la ligne de pression est différente d'un profil à l'autre ; toutefois les proportions de la Pl. V constituent de bons renseignements pour le choix d'un profil sauf à préciser ensuite par des calculs complets.

Dans le cas du profil en surplomb les terres ont une tendance par leur tassement à se détacher du mur vers le haut, d'où des vides ou poches qui se remplissent d'eau ; pour éviter cet inconvénient on a quelquefois en Angleterre employé un profil courbe FIG. 65, et en Allemagne des profils polygonaux, FIG. 66, profils dont la partie supérieure est verticale et ainsi le tassement peut se produire sans créer des disjonctions entre le terrain et le mur.

FIG. 65

FIG. 66

Le profil courbe FIG. 65, se nomme aussi Profil de *Brunel*, ses proportions sont celles du profil de Stephenson : la corde de l'arc est inclinée de 20 % et l'épaisseur du mur est 0.20 h.

Les profils de Stephenson et de Brunel sont inclinés au maximum permis, aussi pour se prémunir contre le danger éventuel de renversement sur les terres on les munit quelquefois de contreforts verticaux dont la largeur au pied est $\frac{1}{5}h$ (voir FIG. 63) et à la tête nulle, contre-forts distants de 3 à 4 mètres et dont l'épaisseur est de 0m75.



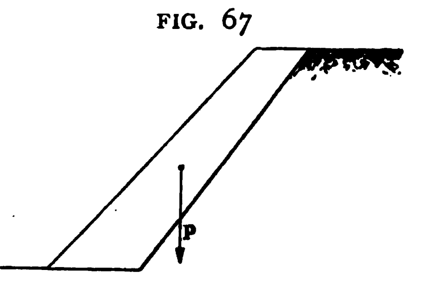
70. Les diverses indications de dimensions proportionnelles données ci-dessus nos 67 à 69 ne doivent être prises qu'à titre de simple renseignement, jamais on ne peut arrêter un projet définitif de mur de soutènement en se basant sur ces

proportions, toujours il faut complètement calculer son mur, il serait très dangereux de procéder autrement, car ces dimensions proportionnelles ne tiennent pas suffisamment compte des conditions de surcharge du terre-plein ni de la valeur de l'angle du talus naturel et de l'angle de frottement sur le mur.

***

71. Profil couché. — Nous venons de voir que le surplomb du profil de Stephenson est tel que sa verticale du centre de gravité passe par l'arête inférieure d'amont, ce type exige qu'avant l'achèvement du mur le remblai soit amené derrière et même soit damé soigneusement, surtout dans l'angle du fond, de façon à établir un bon contact et ainsi soutenir le mur, car s'il était livré à lui-même il se trouverait dans un état d'équilibre assez instable, il pourrait pour le moindre rien se renverser du côté des terres.

FIG. 67



Certains ingénieurs (très rares) ont préconisé des murs de soutènement dont la verticale du centre de gravité sort de la section, c'est-à-dire des murs qui franchement s'appuient sur le terrain qu'ils soutiennent, FIG. 67 ; cela est quelquefois admissible pour le soutien d'un déblai mais ne l'est jamais pour le soutien d'un remblai, car, quelque bien qu'on le dame, toujours il subit un tassement et alors le mur, tout au moins dans ses parties supérieures, se crevasse et se disloque parce que s'appuyant sur le terrain il le suit dans son mouvement de tassement.



72. Exécution. — Les murs de soutènement doivent être maçonnés avec du mortier à prise rapide, mortier de trass ou mortier de ciment, car toujours ils reçoivent les terres peu de temps après leur construction ; pour diminuer l'action de ces terres dans les premiers temps et ainsi permettre au mur de bien se solidifier il est prudent de les amener à la brouette et les damer par couches de 30 centimètres jusque une distance de 4 à 5 mètres du mur, ce damage donne au terrain une cohésion momentanée qui augmente l'angle de son talus naturel et diminue d'autant la poussée.

Il est quelquefois arrivé que pour donner au terrain damé une cohésion définitive on le mélangeait avec $\frac{1}{20}$ de chaux en poudre, ce moyen n'est évidemment à employer que dans des cas tout à fait exceptionnels.

***

73. Murs en pierres sèches. — Les murs de soutènement s'exécutent quelquefois en pierres sèches, dans ce cas leur épaisseur doit être de 50 à 100 °/o plus forte que celle calculée pour le mur correspondant en maçonnerie ; les murs en pierres sèches ne sont d'ailleurs à conseiller que pour des soutènements de peu de hauteur (5 mètres au maximum), car, par suite du manque de solidarité entre leurs éléments, le calcul est incertain et leur stabilité toujours très précaire ; les pressions locales sur les moellons dont ils sont composés sont toujours très fortes, l'absence de mortier empêche ces pressions de se répartir et s'uniformiser, c'est pourquoi il arrive que beaucoup de moellons se brisent.

Il est d'ailleurs à noter que du chef de leur plus grand volume les murs en pierres sèches ne sont pas en général plus économiques que ceux en pierres maçonnées.

Les pierres sèches ne sont en somme à conseiller que comme perré de revêtement d'un talus naturel.

§ 12. Calcul complet d'un mur de soutènement. Mur de quai d'Anvers.

74. Comme application et explication des théories ci-avant nous donnerons le calcul du mur de quai à l'Escaut à Anvers, mur construit dans la période de 1877-84.

Le profil de ce mur est donné Pl. VI, FIG. 70 ; il a 14^m65 de hauteur depuis le fond du fleuve jusqu'au niveau du quai, les fondations descendent dans le sol à une profondeur variant de $2^m,50$ à $8^m,50$; les épaisseurs varient depuis 2 mètres en crête jusque 7 mètres au pied, les fondations ont 9 mètres.

La marée la plus basse descend à $7^m,15$ au-dessus du pied du mur, et la marée la plus haute monte à $14^m,50$, soit $7^m,35$ de variation de niveau.

Le corps du mur est en *Klampsteen* maçonnées au mortier de *trass bâtard ;* le parement sur une hauteur de $7^m,50$ comptée à partir de la crête est en pierres de taille, en dessous il est en briques *Klinkaart* maçonnées au *trass fort ;* les fondations sont en béton.

L'arrière AB du mur est formé d'une série de gradins que nous avons remplacés par leur ligne moyenne. — Les bases de notre calcul sont :

Poids spécifique de la maçonnerie . . . 1900 kgs
Poids spécifique du remblai (1) . . . . 1600 kgs
Surcharge du terrain. . . . . 6000 kgs le mèt. carré.

La surcharge paraîtra considérable, mais il est à noter que par des empile-

(1) Nous devons faire observer que ces deux poids spécifiques imposés par l'Administration ne nous paraissent pas très exacts : le poids spécifique du mur en Klampsteen ne dépasse pas 1700 kgmes, et il est très probable que le remblai fait avec les produits du dragage du fleuve atteint 1700 kgs le mèt. cube et même sensiblement plus vu la quantité d'eau qu'il contient, voir le tableau du n° 43 ci-avant.

ments de rails, de gueuses de fonte, de pièces métalliques diverses elle peut se trouver atteinte.

Pour pouvoir effectuer les calculs il y a encore à déterminer les frottements du terrain sur lui-même et sur le mur qui le maintient, cette détermination est très difficile et cependant elle a une très grande et très grave importance, car les dimensions et la stabilité du mur en dépendent directement ; le frottement du terrain sur lui-même est déterminé par son talus naturel, le mur de quai dont nous nous occupons a été calculé en admettant pour ce talus un angle de 45°, nous estimons que cet angle est beaucoup trop élevé 1° parce que le remblai est très haut, 2° parce que le terrain est mouillé, et enfin 3° parce que on n'a pas la certitude que le flux et reflux de la marée ne se feront pas sentir à l'arrière. Le tableau du n° 43 indique que pour un remblai sec atteignant 14 à 15 mètres le talus naturel descend à 6/4 et même 8/4 (27°) et que pour un remblai mouillé on descend en Allemagne jusque 20°, nous croyons donc qu'il est prudent et raisonnable de prendre 25° au lieu de 45° comme talus naturel du terrain derrière ce mur de quai (1).

Le frottement du terrain sur le mur constitue un autre facteur d'indécision dans les calculs : nous avons admis que l'angle du frottement sur la face inclinée AB était de 10°, et que sur la face BD il était nul ; nous avons admis cela d'après notre sentiment, car rigoureusement parlant nous n'en savons rien, sauf que sur une paroi inclinée telle que AB le frottement doit être plus grand que sur une paroi verticale ; à cause de cette incertitude sur la valeur des frottements il sera prudent de répéter les calculs avec diverses valeurs de frottement afin de se rendre compte de leur influence sur les dimensions du mur.

Il est à noter que M. Guillemain, Inspecteur-Général et Professeur à l'École des Ponts et Chaussées de Paris, propose dans son ouvrage « *Rivières et canaux*, 1885 » de calculer les murs de quai en considérant le remblai comme un liquide (donc $\alpha = 0$) d'une densité de 1200 à 1400 kgs et en sus compter les surcharges ; Sganzin va plus loin, il propose un liquide à 2000 kgs, plus les surcharges, cela nous paraît exagéré.



75. Calcul du tronçon de A à B (FIG. 70, Pl. VI). — Cette partie du mur a une hauteur de 7^{m}50. La poussée maximum sur AB se détermine en effectuant les tracés du n° 54; nous trouvons que BX est le talus de la plus grande poussée et la formule (1) du n° 54 nous donne :

---

(1) Les murs de quai d'Anvers construits dans la période 1899-1902 ont été calculés en prenant un talus naturel à 35°, nous estimons qu'il y a encore 10° de trop ; ces murs construits en prolongement de ceux ci-dessus ont d'ailleurs les mêmes dimensions.

$$Q = \left(p + \frac{1}{2}hD\right)\frac{l}{a}\frac{AX.XI}{CX} = \left(p + \frac{1}{2}hD\right)\frac{16^m45}{17.75} \times \frac{7.50 \times 12.55}{18.20} = \left(p + \frac{1}{2}hD\right)4.793;$$

comme vérification, appliquons la formule (2), nous trouvons :

$$Q = \left(p + \frac{1}{2}hD\right)\frac{m.n}{h} = \left(p + \frac{1}{2}hD\right)\frac{6^m75 \times 5.33}{7.50} = \left(p + \frac{1}{2}hD\right) \times 4.793;$$

la valeur de Q en kilogs est donc :

$$Q = \left(6000 + \frac{1}{2} \times 7.50 \times 1600\right) 4.793 = 57516 \text{ kgmes.}$$

Nous avons : $Kh = 4.793$ et $h = 7.50$; d'où

$$\left.\begin{array}{r} Kph = 6000 \times 4.793 = 28758 \\ \frac{1}{2}KD\,h^2 = \frac{1}{2} \times 7.50 \times 1600 \times 4.793 = 28758 \end{array}\right\} 57516 \text{ kgs}$$

ces valeurs nous permettent de tracer la parabole de poussée EFG à l'échelle de 1 millimètre pour 1000 kgs (FIG. 69) ; l'abscisse FG est la valeur de la poussée maximum sur la paroi AB. — Nous avons :

$$\left.\begin{array}{r} Kp - \frac{4.793}{7.5} \times 6000 = 3834^k4 \\ KDh = 4.793 \times 1600 = 7668^k8 \end{array}\right\} 11503.2 \text{ kgs}$$

ces valeurs nous permettent de tracer le trapèze de poussée HJ, l'échelle est de 1 millimètre pour 200 kgmes, FIG. 71, la surface de ce trapèze représente la poussée maximum sur AB :

$$\frac{3834.4 + 11503.2}{2} \times 7.50 = 57516 \text{ kgmes}$$

⁂

76. Ligne de pression. — Nous voulons déterminer la ligne de pression de la portion ABB′ du mur de soutènement ; nous divisons sa hauteur (7^m50) en trois parties égales et effectuons la même division sur la parabole et le trapèze de poussée.

Prenons le tronçon supérieur ANL du mur, FIG. 70, l'abscisse de la parabole de poussée située au niveau LN nous donne la poussée maximum, 12800 kgs, qui agit sur la face AN ; le centre de gravité O′ de la portion HM du trapèze de poussée nous donne le niveau O du centre de cette poussée maximum sur la face AN du mur ; comme vérification il est à noter que la surface du trapèze HM est égale à la poussée maximum sur AN.

Nous savons que les poussées sur AB sont normales à la ligne faisant avec AB un angle de 10°.

Voilà donc connus l'intensité, le point d'application et la direction de la poussée maximum agissant sur AN.

La même marche nous donnera les résultats correspondants pour les deux autres tiers de la face AB ; nous figurons ces résultats sur l'épure.

Les tronçons du mur de soutènement sont en outre soumis à l'action de leur poids mort, ces poids sont 12943 kg., 19838 kg., 26718 kg., ce sont des charges verticales appliquées au centre de gravité de chaque trapèze formant le tronçon du mur ; nous avons admis que la surcharge du terre-plein du quai ne s'étend pas sur la crête du mur, c'est une condition défavorable.

Le tronçon ANL du mur est donc soumis à deux forces 12800 kg. et 12943 kg. qui sont complètement connues, leur intersection donne un point de passage de la résultante, la valeur et la direction de cette résultante est donnée par la ligne *ab* du triangle des forces *aa'b* de la figure 68 ; nous déterminons de la même façon les résultantes *bc* et *cd* des forces qui agissent sur les tronçons LN' et L'B.

La ligne *abcd* de la figure 68 est le polygone des forces qui agissent sur la portion ABB' du mur ; nous prenons un pôle quelconque, nous tirons les rayons polaires I, II, III, IV et le polygone funiculaire correspondant, FIG. 70.

Sur le premier tronçon ALN la résultante des forces est *ab* = 23000, elle coupe le joint horizontal LN en un point 1 qui est le centre de pression.

Le second tronçon est soumis à l'action des forces *ab* et *bc* dont la résultante est *ac* en intensité et en direction ; cette résultante passe par le point d'intersection des côtés I et III du polygone funiculaire ; nous la traçons sur l'épure et son point d'intersection 2 sur L'N' nous donne le centre de pression sur ce joint.

Le troisième tronçon est soumis à l'action des forces *ab*, *bc* et *cd* dont la résultante est *ad* donnée en intensité et direction sur le polygone des forces de la FIG. 68 ; cette résultante passe par l'intersection des côtés I et IV du polygone funiculaire, nous la traçons en place et son intersection 3 sur BB' nous donne le centre de pression sur ce joint du mur de soutènement.

⁂

77. Nous avons maintenant à calculer la poussée et la ligne de pression pour la portion inférieure B'BD ; nous prolongeons la paroi DB jusque la surface du terrain en D' et nous déterminons la poussée maximum sur la face DD' ; le talus de plus grande poussée est DX', ce talus se trouve immédiatement, car comme il n'y a pas de frottement sur DD' la direction DX' est la bissectrice de l'angle de D'D avec le talus naturel (voir n° 51) ; l'expression de la poussée maximum sur DD' est :

$$Q = \left(p + \frac{1}{2}hD\right)\frac{m.n}{h} = \left(p + \frac{1}{2}hD\right)\frac{\overline{9.33}^2}{14.65} = \left(p + \frac{1}{2}hD\right) \times 5{,}9445 = 105\ 337 \text{ kgs}$$

$$Kh = 5.9445 \qquad \text{d'où} \qquad K = 0{,}405769$$

les bases du trapèze de poussée sont donc :

$$\left.\begin{array}{l} Kp = 0{,}405769 \times 6000 = \ 2434{,}6 \\ KDh = 5{,}9445 \times 1600 = \ 9511{,}2 \end{array}\right\} 11945{,}8$$

nous construisons ce trapèze sur la figure 71, mais nous n'en conservons que la portion RS qui correspond à la paroi BD du mur de soutènement.

Pour la parabole de poussée nous avons :

$$\left.\begin{array}{r} Kph = 5.9445 \times 6000 = \ 35667 \text{ kgs} \\ \frac{1}{2}KDh^2 = 5.9445 \times \frac{1600 \times 14.65}{2} = \ 69670 \text{ kgs} \end{array}\right\} 105\ 337$$

cette parabole a pour sommet le point E, nous la construisons mais n'en conservons que la portion correspondant à la paroi BD du mur de soutènement.

Nous divisions BD en trois parties (égales ou inégales, au choix), et effectuons la même division sur le trapèze et la parabole de poussée.

La surface du tronçon RR′ du trapèze est de 19500 kgmes, chiffre qui doit être égal à la portion rr' de la partie correspondante de la parabole de poussée, c'est une vérification ; la poussée maximum sur la paroi BB″ est donc de 19500 kgmes, cette poussée est normale sur BB″, elle est appliquée en un point dont le niveau correspond au centre de gravité du trapèze RR′. — La même marche nous donne les poussées maxima sur B″B‴ et B‴D.

Nous déterminons le poids mort des portions du mur B′B″, D″B‴ et D‴D ; ces poids sont des forces appliquées au centre de gravité de ces trapèzes, nous les figurons sur l'épure.

Nous continuons sur la figure 68 le tracé du polygone des forces agissant sur chacun des trois tronçons du mur B′BD, nous tirons les rayons polaires V, VI, VII, et le polygone funiculaire correspondant ; nous obtenons ainsi les points 4, 5 et 6 où les résultantes coupent les joints D″B″, D‴B‴ et la base D du mur, voir FIG. 70.

⁂

78. Voilà donc la marche de la ligne de pression qui est connue sur toute la hauteur du mur de soutènement, nous la traçons en rouge ; en outre en chaque centre de pression de 1 à 6, nous connaissons la direction de la résultante et son intensité, ces résultats sont notés sur l'épure FIG. 70 ; nous sommes donc à même de déterminer toutes les conditions de stabilité (équation des moments, équation

des glissements et équation des fatigues) sur les diverses sections de ce mur, il suffit d'appliquer la théorie exposée ci-avant au chapitre II et les conditions ci-après du § 14. Sans entrer dans le détail des chiffrages nous voyons immédiatement par la position des centres de pression 4, 5 et 6 que ce mur, lorsque le quai est surchargé au maximum, ne peut tenir qu'en faisant intervenir la résistance par traction de la maçonnerie, *c'est-à-dire que sa stabilité est précaire.*



79. Contrepression de l'eau. — A partir du niveau BB′, c'est-à-dire sur une hauteur de $7^{m}15$, le mur est soumis à une contrepression constante exercée par l'eau du fleuve ; la pression de l'eau s'évalue par les mêmes formules que celle du terrain, il suffit de poser que le frottement est nul, c'est-à-dire que le talus naturel est horizontal, le talus de plus grande poussée est donc la bissectrice de l'angle que fait la paroi B′D″D‴U du mur avec l'horizontale ; appliquant la formule (2) du nº 54, on a :

$$Q = \frac{1}{2} h \, D \times \frac{m.n}{h}$$

m est ici la longueur de la paroi B′D″D‴ comptée depuis B′ jusqu'au niveau des fondations, $m = 7^{m}20$, $n = h = 7.15$, donc :

$$Q = \frac{1}{2} \times 7.15 \times 1000 \times \frac{7.20 \times 7.15}{7.15} = 25740 \text{ kgmes},$$

le trapèze de poussée devient ici un triangle, dont la base a pour valeur :

$$KDh = 7.20 \times 1000 = 7200 \text{ kgmes}$$

nous le traçons en RS′S″, FIG. 71.

La parabole de poussée part de E′ FIG. 69 et a pour base :

$$\frac{1}{2} KDh^2 = 25740 \text{ kgmes}$$

nous la traçons.

Divisant le trapèze et la parabole de pression de l'eau par les plans de joint menés de B″, B‴ et D, nous en déduisons les pressions 2860 kg., 8580 kg. et 14300 kgs sur les faces B′D″, D″D‴ et D‴U du mur de soutènement ; combinant ces pressions avec les autres forces agissant sur le mur, nous pouvons en déduire les nouveaux centres de pression et les nouvelles valeurs des résultantes ; nous nous bornerons à chercher le point de passage de la résultante sur le joint DU, là où le mur repose sur ses fondations ; les forces agissant sur la portion du mur située au-dessus de DU sont la résultante ag donnée sur l'épure FIG. 68 et la pression totale 25740 kgs de l'eau sur la face B′U, ces deux forces se coupent en

O″ ; sur l'épure de la figure 68 nous portons $gg' = 25740$ kgs, et nous avons $ag' = 208000$ comme nouvelle valeur de la résultante sur DU ; de O″ nous menons une parallèle à ag', elle coupe le joint en 6′ ; du chef de la poussée de l'eau le centre de pression sur DU est donc repoussé vers l'intérieur du point 6 au point 6′ soit 0^m35 environ, voilà l'amélioration assez faible d'ailleurs que procure la poussée de l'eau.

Dans le cas de marée haute l'amélioration s'accentue, mais ce n'est que momentané et par conséquent ne peut entrer en ligne de compte.



80. Stabilité sur le sol de Fondation. — Voilà terminée l'étude de toute la portion du mur située au-dessus des fondations, nous devons la pousser jusque sur le terrain ; supposons que les fondations aient une profondeur de 5 mètres, les forces qui agissent sur le bloc de fondation VV′U′U″ sont :

1° au point (6′) la résultante $ag' = 208000$ kgs.

2° sur la face UU′ le poids de la colonne d'eau supérieure, soit :

$$1{,}50 \times 7.15 \times 1000 = 10725 \text{ kgmes}$$

3° sur la face DV le poids de la colonne de terrain et de sa surcharge supérieure : $0.50 \times 14{,}65 \times 1600 + 0{,}50 \times 6000 = 14720$

4° Le poids propre du bloc de fondation : $9^m \times 5^m \times 1900^k = 85500$ kgs

5° La poussée horizontale exercée par le terrain sur la face VV′ du bloc, cette poussée est donnée par la surface du trapèze S′S‴, FIG. 71, soit :

$$\frac{11945.8 + 15200}{2} \times 5 = 67864^k 50$$

et son point d'application est au niveau du centre de gravité de ce trapèze.

6° La contrepoussée exercée sur la face U′ U″ du bloc, cette contrepoussée est celle d'un terrain imbibé d'eau ; nous nous mettrons dans des conditions défavorables en admettant que cette contrepoussée est purement et simplement celle de l'eau, c'est-à-dire que nous faisons abstraction de la butée du terrain.

La valeur de la contrepoussée de l'eau nous est donnée par la surface du trapèze S″W. FIG. 71 :

$$\frac{7200 + 12100}{2} \times 5 = 48250 \text{ kgmes}$$

et son point d'application est au niveau du centre de gravité de ce trapèze.

Nous construisons le polygone $ag'g''$ de ces six forces (FIG. 68), ce qui nous donne $ag'' = 318500$ kgmes comme valeur et comme direction de la résultante ; le polygone funiculaire nous donne un point de passage de cette résultante et la

traçant nous trouvons que son intersection sur V′U″ est en 7′ ; ce centre de pression est à 1m20 de l'arête voisine (pour ne pas surcharger l'épure nous n'avons pas tracé le polygone funiculaire en question).

La composante verticale de la résultante *ag″* est de 299200 kg., la composante horizontale de 109500 kgmes ; le frottement est de :

$$299200 \times 0,3 = 89760 \text{ kgms}$$

on voit donc que l'équilibre de glissement n'est pas assuré, et il est à noter que si le terrain est argileux, et c'est le cas d'Anvers, *le coefficient de frottement peut descendre à 0,20.*

La compression maximum sur le terrain est :

$$t = \frac{2 \times 299200}{3 \times 120 \times 100} = 16^{k}6 \text{ par cent. carré}$$

cette compression est évidemment beaucoup trop forte.

***

81. De notre étude il résulte que pour ce mur de quai les fatigues sur la maçonnerie et sur le terrain sont trop élevées, de plus l'équilibre de glissement sur le terrain de fondation n'est pas assuré, *en définitive la stabilité de ce mur est très incertaine.*

Jusqu'ici, cependant, ce mur a tenu, cela peut être dû à diverses causes :

1° ou bien parce que la surcharge de 6000 kgmes sur le terre-plein n'a jamais été atteinte.

2° ou bien parce que la contrebutée sur la face U′U″ du bloc de fondation est plus forte que celle que nous avons admise.

3° ou bien parce que le talus naturel dépasse l'angle de 25°.

4° ou bien encore parce que le terrain de fondation est à même de supporter des compressions très élevées, plus élevées que celles sur lesquelles il est prudent de compter quand on établit un projet.

Quoi qu'il en soit, nous estimons que ce mur de quai constitue une œuvre audacieuse, à ne pas imiter ; pour rester dans les limites d'une saine prudence il convient pour le calcul de ces constructions de ne pas sortir des bases que nous avons admises (1).

***

82. La question se présente maintenant de savoir de combien il faudrait

(1) Depuis que ces lignes ont été écrites (1898) ce mur a pris du mouvement ; un mur identique construit dans son prolongement en 1900 a également pris du mouvement; enfin un autre mur identique construit vers la même époque à Ostende a aussi pris du mouvement ; il a fallu pour ces trois murs se livrer à de coûteux travaux de consolidation.

augmenter les épaisseurs de ce mur pour rentrer dans les conditions d'une bonne stabilité.

Voyons tout d'abord l'épaisseur à la base DU du mur : au centre de pression 6′ agit une résultante oblique de 208000 kgmes qui donne une composante verticale de 188200 kgmes ; nous admettons pour la maçonnerie de Klampsteen avec mortier de trass bâtard une fatigue de sécurité de 8 kgs par centimètre carré, d'où pour l'épaisseur x comptée à partir du centre de pression 6′ :

$$x = \frac{2 \times 188200}{3 \times 8 \times 100} = 157 \text{ centimètres,}$$

or la distance actuelle de 6′ à la paroi est de $0^m,35$, il faudrait donc augmenter l'épaisseur du mur de : 157 — 35 = 122 centimètres, donc lui donner à la base une épaisseur totale de $7 + 1.22 = 8^m22$ (FIG. 72).

Voyons maintenant les dimensions requises pour le contact sur le terrain des fondations ; la pression verticale est de 299200 kgmes et nous admettons que sur le sol on puisse atteindre une fatigue de 4 kgs par cent. carré, d'où pour la largeur x requise à partir du centre de pression 7′ :

$$x = \frac{2 \times 299200}{3 \times 5 \times 100} = 499 \text{ soit } 500 \text{ centimètres.}$$

la distance de (7′) à U″ est 1^m20 (FIG. 70), donc la surépaisseur requise est de 3^m80, ce qui donne une épaisseur totale de 12^m80 au lieu de 9 mètres (FIG. 72).

Ces résultats ne sont évidemment qu'approximatifs, car pour calculer les valeurs de x nous n'avons pas tenu compte du poids supplémentaire de maçonnerie que ces valeurs entraînent avec elles, toutefois ces résultats sont utiles, car ils nous indiquent que le profil de ce mur de quai devrait avoir sensiblement les dimensions de la figure 72 ; pour toute garantie on recommencera sur ce profil les calculs que nous venons de faire pour le profil précédent ; on cherchera notamment si la stabilité contre le glissement sur le terrain est mieux assurée. — On voit que les fondations du type FIG. 72 forment une saillie d'environ 4 mètres sur le plein du mur, cette saillie est soumise à flexion avec traction à la portée inférieure, aussi faudra-t-il noyer des barres d'acier dans le bas du béton de fondation, voir ci-après le n° 172bis.

Les derniers murs de quai construits à Anvers ont été quelque peu modifiés mais insuffisamment.

1° On a tablé sur un frottement de 0.30, on aurait dû ne pas dépasser 0.20 comme nous le disons ci-dessus au n° 80.

2° Au lieu de descendre à 5 mètres dans l'argile afin d'avoir une forte contrebutée, on s'est contenté de 2^m50 et par place moins encore.

3° L'épaisseur du fût, au lieu d'être de 8^m22 comme l'indique la FIG. 72, a été réduite à 7 mèt., d'où un poids vertical moindre et un moindre frottement.

4° L'avant-bec, au lieu d'avoir une saillie de 4 mèt. (FIG. 72), n'a que 2^m50, d'où une fatigue excessive sur l'argile.

Semblable mur est dans un état d'équilibre précaire : la pression sur l'arête extérieure U″ (FIG. 70 Pl. VI) est trop élevée ; à chaque alternative de marée cette pression varie, d'où sur l'argile un travail de matage qui, l'eau intervenant et la délayant, diminue beaucoup sa résistance verticale et son coefficient de frottement horizontal ; survienne alors une marée très basse laquelle a pour effet d'augmenter la poussée de l'eau à l'arrière et diminuer sa butée à l'avant (v. n° 80) et l'équilibre est rompu et le mur pivote autour de U″ et glisse sur sa base U″V′ (FIG. 70).

Et c'est ce qui est arrivé ; par une marée particulièrement basse le mur a glissé de 1^m30 sur sa base tout en pivotant de façon que l'avance de la crête du mur fut de 1^m70 et le fond du fleuve refoulé avait formé bourrelet devant le mur.

Après différents essais très coûteux en vue de diminuer la poussée des terres et de l'eau à l'arrière on a dû finalement en 1906, se résoudre à foncer à l'avant du pied du mur des caissons à 8 mèt. de profondeur dans l'argile afin d'augmenter la butée du terrain ; nous ne savons si ce moyen sera complètement efficace, car il n'y a pas solidarité entre le mur et le caisson, et la pression verticale sur l'arête avant U″ du mur n'est pas modifiée.

Nous sommes toujours d'avis qu'il aurait fallu prendre un mur du type FIG. 72 Pl. VI, ou bien prendre des murs sur arcades évidées, pour ce type voir A. P. C. Juillet-Août 1912, murs de quai à Bordeaux.

Ci-dessus nous avons supposé, que la résistance permanente du terrain pouvait être évaluée à 4 kgs par centimètre carré.

Comment justifier ce chiffre ? Pour ce faire nous recourrons à la théorie ci-après au n° 166.

Considérons sous l'avant-bec de la fondation du mur de quai une surface de 1 mèt. carré soit 1 mèt. à front du fleuve et 1 mèt. en profondeur.

Le terrain est de l'argile, nous prendrons une densité $\delta = 2000$ kgs.

La résistance du terrain provenant de son propre poids (nous faisons abstraction du poids de l'eau qui le surmonte) est :

(1) $$\omega\delta h = 1 \times 2000 \times h.$$

La résistance pouvant provenir du frottement du terrain contre la paroi verticale du massif doit être considérée comme nulle, vu le très faible frottement de l'argile sur une paroi mouillée.

Reste à évaluer le frottement du flux virtuel d'argile, dont l'expression est :

$$f\delta\gamma\frac{1 + \sin\alpha}{1 - \sin\alpha}h^2$$

Le périmètre géométrique γ de ce flux est celui de la base 1 m. carré consi-

dérée, donc $\gamma = 4$ mèt.; mais comme le frottement contre la paroi même du mur est nul, nous devons prendre $\gamma = 3$ mèt.

Reste la question du frottement $f = tg\alpha$ de l'argile sur elle-même, dans l'argile vierge ce frottement est considérable, mais ici il serait imprudent de prendre f plus grand que 0,40, et nous prendrons pour $sin\alpha$ la même valeur ; nous avons donc :

(2) $$f\delta\gamma \frac{1 + sin\alpha}{1 - sin\alpha} h^2 = 0{,}4 \times 2000 \times 3 \frac{1.4}{0.6} h^2 = 5600\ h^2$$

La résistance totale du terrain par mèt. carré est donc

(3) $$P = 2000\ h + 5600\ h^2$$

Faisons $h = 2.5$; $P = 40000$ soit 4^k par cent.
$h = 5^m$; $P = 150000$ soit 15^k par cent.

La compression maximum sur le terrain étant calculée à 4 kgs, on voit que si la fondation descend à 2^m50 la marge de sécurité est nulle ; si on descend à 5 mèt. la sécurité est suffisante et en sus la butée du terrain est sensiblement augmentée.

Mais pour que la fatigue ne dépasse pas 4 kgs il faut que la saillie de la fondation soit de 4^m ; en réalité pour les nouveaux murs elle n'est que de 2^m50, et la fondation ne descend qu'à 2^m50 ; double facteur d'insécurité.

§ 13. Quelques types de Murs de quai.

83. Murs du quai de Bruxelles-Maritime. — Nous donnons, FIG. A, le type de mur de quai d'un des bassins des installations maritimes de Bruxelles, mur construit en 1904. — C'est un mur établi sur pilots parce que le sous-sol est tourbeux ; on a par économie monté la charpente aussi haut que possible, soit $0^m,90$ sous la flottaison, de façon à réduire au minimum le mur proprement dit ; celui-ci repose sur un plateau de 1 mètre d'épaisseur en béton armé dans lequel s'engagent et sont ancrées les têtes des pilots de fondation ; le plateau en béton fait l'office de l'ancien grillage en charpente, il répartit les charges entre les pilots.

Chaque file de pilots se compose de 3 pièces inclinées à 15 %, les files sont distantes de $1^m,50$; au milieu de l'intervalle des files il y a un pilot incliné de 65 % en sens inverse, pilot destiné à agir par traction ; le terrain entre les pilots est maintenu par deux écrans en palplanches jointives.

La paroi du mur est en moellons piqués de pierre de Meuse ou de Tournai ; la maçonnerie de briques est au mortier de trass bâtard ; le béton du plateau est composé de 325 kgs de Portland artificiel, $0^{m3}800$ de gravier du Rhin et

$0^{m^3}488$ de sable rude. — L'arrière du mur est protégé par une chape en trass bâtard de 15 millimètres, en outre sur le rabat d'eau D il y a une chape en asphalte de 13 millimètres d'épaisseur.

FIG. A

Le mur a été calculé en se basant sur une surcharge de 2000 kgs par mètre carré de terre-plein et un talus naturel de 35°, ce qui ici est plus justifié qu'à Anvers, puisqu'il n'y a pas de marée, donc pas de mouvement des eaux derrière le mur, toutefois il eût été préférable de descendre à 30°. — La poussée maximum au niveau A est de 44850 kgs par $1^m,50$ de longueur de mur, cette poussée se décompose en 49500 kgs agissant par compression sur les 3 pilots inclinés à 0,15 et 7200 kgs par traction sur le pilot incliné à 65 %. — On a vérifié par des expériences spéciales que la tête du pilot travaillant à la traction était assez solidement prise par le béton pour résister à ce genre d'effort (1) ; toutefois il est à noter que pour obtenir ce résultat il faut que le béton soit versé à sec et bien damé, le béton versé sous eau ne fait pas adhérence. Pour apprécier la résistance du pilot travaillant par traction il faut appliquer la form. (7) du n° 175 ci-après.

***

84. Mur de quai de Bremerhaven. — Le système de murs de quai sur

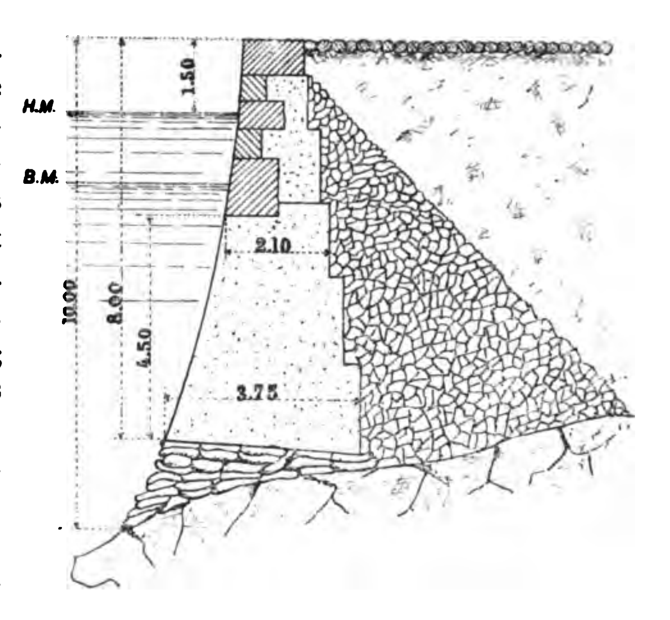
(1) Voir Ann. des *Travaux Publics de Belgique* n° d'Avril 1904, deux mémoires l'un de M. Roussel, l'autre de M. Ravaillon.

dérée,
est nul
R
vierge
plus
donc

'amé à la main et garni sur la face de fortes pierres de taille en granit ; le mur st consolidé à l'arrière par un remblai en moellons bruts.

***

FIG. C



Murs sur vase. — Il y a à New-York des parties où la vase et les alluvions sans grande consistance s'étendent sur des profondeurs atteignant 50 mt., les murs de quais en ces régions sont établis sur pilotis ; tous les 10 à 20 mt. ces murs présentent un joint vertical pour le tassement ; on a constaté au bout de 15 ans des tassements atteignant 1 mt. dont la majeure partie se produit d'ailleurs les premières années, quand l'équilibre paraît acquis on rétablit les niveaux et le mur est achevé.

Pour les murs de quai en terrain vaseux voir « *Rivières et Canaux* » par *P. Guillemain*, inspecteur général des Ponts et Chaussées. — Paris, Baudry, 1885, Tome I, p. 192.

Dans le cas de murs de quai sur vases, il y a à prévoir l'éventualité où le poids du remblai et de ses surcharges ferait refluer la vase vers l'avant par dessous le mur et entre les pilots, entraînant par le fait un hors d'équilibre de toute la construction. On peut enrayer ces mouvements ou tout au moins les atténuer en disposant à l'avant des enrochements qui surchargent le terrain et équilibrent le flux d'arrière, ou bien en disposant à l'arrière des fascinages qui donnent une certaine consistance à la vase.

***

85bis. Mur de quai de Valparaiso (Chili). — Le mur de quai (FIG. D) est constitué d'une série de caisses à 3 compartiments, de 6m50 de longueur sur 11 mètres de hauteur en béton armé, construites à terre puis coulées à leur emplacement préalablement dragué et nivelé au moyen d'enrochement ; le compartiment extérieur est rempli de béton et les deux autres d'un mélange de sable et d'enrochements ; l'épaisseur des parois de ce caisson varie de 20 à 35 centimètres seulement ; ce mur en caisson est surmonté d'un couronnement en maçonnerie de

moellons ordinaires au mortier de ciment avec galerie voûtée devant renfermer toutes les canalisations de gaz, eau, électricité, etc.

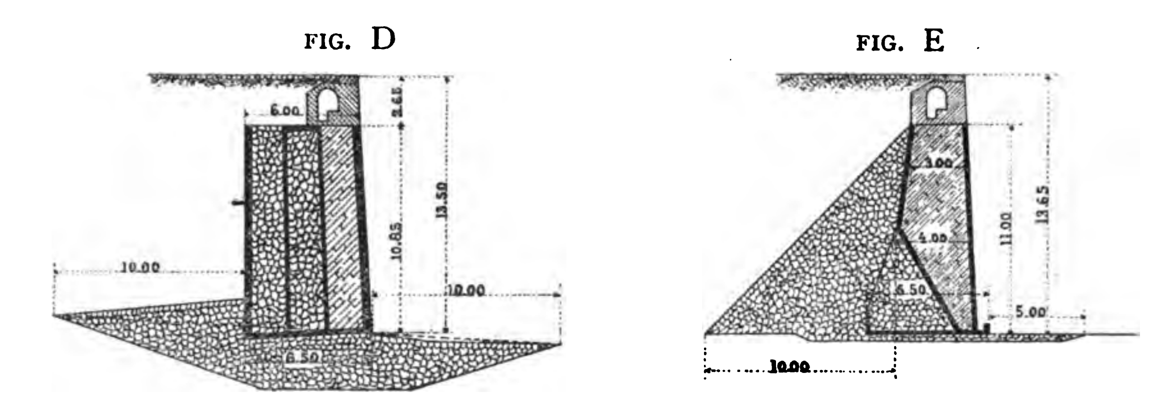


FIG. D   FIG. E

Un autre type (FIG. E) est celui des bassins, il n'est composé que d'une seule caisse en béton armé reposant au moyen de contreforts sur une large plateforme de 6^m50 également en béton armé ; la caisse est remplie de béton et la plateforme est chargée par des enrochements, le tout est surmonté d'un couronnement en maçonnerie comme dit ci-dessus (1).

La raison de la différence entre ces deux murs de quai est que le premier doit être établi dans une eau existante tandis que l'autre est à construire à sec dans un bassin à créer.

§ 14. Calcul de la Culée d'un Pont.

86. Nous étudierons la culée d'un pont métallique droit, voir Pl. VII.

Il y a tout d'abord à calculer la partie supérieure DC de la culée (FIG. 73), c'est un mur de soutènement de 5^m73 de hauteur maintenant un remblai surchargé par une série de locomotives à la file ; ensuite il y a à s'occuper de l'ensemble DE, il faut 1° que pendant la pose du pont ce mur soit à même de supporter le remblai et tout le poids des fers et engins qui y seront amenés, environ 3000 à 4000 kgs de surcharge par mètre carré, 2° qu'après le pont mis en place il puisse équilibrer les forces et charges suivantes :

a) la charge verticale P, cette charge sera évaluée avec et sans surcharge sur le pont.

b) l'effort horizontal fP dû à la contraction du pont sous les effets de la température ; le coefficient f dépend du dispositif du châssis, nous renvoyons pour ce détail à notre Tome II.

---

(1) Ann. des Ponts et Chaussées, 1er trimestre 1906. — Des murs de quai analogues ont été exécutés à Rotterdam, voir le *Génie Civil* du 25 août 1906 et A. P. C. de mai-juin 1911, p. 536.

c) la poussée Q du remblai, à évaluer avec et sans surcharge sur le terrain.

d) le poids propre du mur.

Il faudra naturellement rechercher la combinaison de ces forces réalisant le cas le plus défavorable, il se rencontrera assez généralement en prenant pour P le poids mort seul et en faisant intervenir dans Q le poids des locomotives les plus lourdes stationnant sur le remblai ; quant au détail des calculs, c'est absolument la même chose que ce qui vient d'être exposé au § 12.

Il est à remarquer que le prisme d'éboulement subit un assez fort frottement latéral sur les murs en retour (FIG. 74 et 75), frottement qui diminue sa poussée effective sur la culée, on peut en tenir compte en prenant une assez grande valeur pour l'angle α du talus naturel.

Les murs en retour se calculent comme il est dit au § 9 qui traite des murs jumeaux ; on les consolide quelquefois en les réunissant par des ancrages transversaux.

⁂

87. S'il s'agit de la culée d'une voûte en maçonnerie ou en métal on la calcule généralement en faisant abstraction de la contrebutée des terres à l'arrière (voir à ce sujet le chapitre des voûtes) ; toutefois pour une culée de grande hauteur il y aurait lieu de vérifier si la poussée du terrain ne peut lui faire prendre du ventre entre la voûte et les fondations ; en outre il faut vérifier si la poussée du terrain ne peut refouler la voûte, la faire gonfler et même briser à la clef, cette vérification serait surtout à faire dans le cas d'une voûte métallique.

§ 15. Murs de soutènement avec contreforts.

88. Les contreforts peuvent être intérieurs (c'est-à-dire du côté des terres) ou extérieurs ; ils peuvent occuper toute la hauteur du mur ou une partie seulement, ils peuvent être isolés (FIG. 78, Pl. VIII) ou réunis par des voûtes de décharge (FIG. 80).

La partie pleine du mur se nomme le ***masque***, les saillies constituent les ***contreforts*** proprement dits.



89. Première méthode de calcul. — *Epaisseur du Masque.* (FIG. 78). Cette épaisseur se calcule pour la portion BCED du masque comprise entre deux contreforts successifs ; on détermine la poussée Q du terrain sur la face BD et on établit l'équation des moments par rapport à l'arête CE du mur ; il y a :

1° le moment de la poussée $= mQ$.

2° le moment du poids du mur $= mP$.

3° enfin le moment des résistances par cohésion suivant les sections BC et DE des maçonneries du masque et du contrefort (FIG. 78 et 79) : nommant θ_y la résistance de cohésion par unité de surface à la distance y de l'axe de rotation, on a, en admettant que les choses se passent comme pour la torsion, que le moment a pour expression :

$$2\int y\theta_y \, d\omega = \frac{2\theta I''}{V}$$

θ est la valeur maximum de θ_y, elle se produit en G à la distance V de E ; la valeur de θ dépend de la qualité du mortier et de son degré de prise au moment de la mise en charge du mur ; si la prise est bonne et le mortier de bonne qualité on peut prendre $\theta = 2000$ kgmes par mètre carré. — I'' est le moment d'inertie polaire de la section EDGJ par rapport à l'axe CE qui passe par E.

L'équation statique des moments est, en désignant par K un coefficient de stabilité :

$$m.P + \frac{2\theta I''}{v} = K.mQ$$

Epaisseur du contrefort. Il faut que la somme des fatigues θ qui agissent sur les deux sections DE et AN, de part et d'autre d'un même contrefort, soit équilibrée par les fatigues par traction développées suivant la section DA de contact entre le masque et le contrefort, traction dont la valeur maximum peut être prise égale à 1000 kgs par mètre carré.

Nous ne nous étendrons pas plus longtemps sur l'exposé de cette méthode de calcul, car nous estimons qu'elle est sans valeur et même dangereuse ; nous en donnons une idée parce qu'on la rencontre dans les ouvrages et que nous voulions avoir l'occasion de la condamner :

1° parce qu'elle fait appel à la résistance par cisaillement et par traction des maçonneries, résistances très incertaines.

2° parce que l'emploi de la formule de la torsion en matière de maçonnerie est tout à fait arbitraire, sans justification aucune, d'autant plus qu'il s'agit de la rotation d'une section autour d'un de ses points extrêmes E (FIG. 79).

Notre conclusion est donc que les ingénieurs ne peuvent employer cette méthode de calcul.



90. Deuxième méthode de calcul. — Un calcul quelque peu exact ou plausible des murs avec contreforts n'est guère possible ; pour avoir une construction dont on puisse prendre la responsabilité il faut calculer le mur de masque FK (FIG. 78) en faisant abstraction complète des contreforts, donner donc au masque les épaisseurs requises pour que isolé il ait une bonne stabilité, les

contreforts n'intervenant que pour augmenter le coefficient de cette stabilité ; cette augmentation de stabilité se calculera approximativement en établissant l'équation des moments par rapport à l'arête extrême FK en comptant d'abord sur le masque seul, ensuite sur le masque associé à ses contreforts.

Si les contreforts sont du côté des terres il faut que l'ouvrage soit exécuté longtemps avant le remblai afin que les mortiers aient fait bonne prise et qu'il n'y ait pas de danger de disjonction entre les contreforts et le masque ; si les contreforts sont extérieurs ce danger n'existe pas ; les contreforts intérieurs se relient quelquefois par des ancrages au mur de masque.

Les contreforts se justifiaient pour les constructions militaires, car ils rendaient les murs de revêtement plus résistants à l'action des batteries de brèche ; les murs de soutènement militaires avaient à résister non seulement à la poussée du terrain mais aussi au choc des boulets, aussi le profil de Vauban était souvent consolidé par des contreforts dont voici les proportions en fonction de H, la hauteur totale du remblai (voir FIG. 78, Pl. VIII) :

espacement	5 à 6 m. d'axe à axe.
saillie	$h = \frac{1}{5}(H + 3^m25)$
épaisseur à la racine	$a = \frac{1}{10}(H + 6^m50)$
épaisseur à la crête	$a_1 = \frac{2}{3}a.$

On pourra consulter pour les murs avec contreforts un article de M. Leveillé, ingénieur en chef, dans les *Annales des Ponts et Chaussées* de mars 1844.

Quant aux murs de soutènement avec contreforts et voûtes de décharge (FIG. 80, Pl. VIII) ce sont encore des types tirés de l'ancienne architecture militaire, types justifiés par les nécessités d'ordre militaire (résistance aux batteries de brèche), mais qui ne sont guère à conseiller dans les constructions civiles ; leur calcul de stabilité s'établira en suivant l'ordre d'idées de la 2de méthode ci-dessus et en tenant compte que le bloc de terre au-dessus de la voûte intervient par son poids dans la stabilité contre le renversement autour de l'arête extérieure ; nous ne conseillons pas beaucoup ces types parce que le calcul de leur stabilité est incertain ; il est vrai qu'il en existe qui sont économiques, et qui tiennent très bien, mais nous estimons que ce résultat est un effet du hasard et il faut être très prudent dans l'imitation de ces exemples.

§ 16. Conditions générales de la stabilité d'un mur de soutènement et d'un mur de quai.

91. Indications générales. — Les dimensions du mur s'établissent à priori,

le calcul de la stabilité est un calcul de vérification ; pour les dimensions approximatives des murs de soutènement, voir le § 11.

On prendra pour talus naturel du terrain un angle déduit des indications du tableau du n° 43 et des considérations développées au § 12 au cours des calculs du mur de quai d'Anvers ; pour un même terrain l'angle α est toujours plus petit dans le cas d'un mur de quai à cause des imbibitions possibles.

Le frottement du terrain sur le mur sera pris nul, ou tout au plus égal à 10 ou 15°.

Le coefficient de frottement de la maçonnerie sur elle-même sera pris égal à 0.70. Le coefficient de frottement de la maçonnerie sur le terrain de fondation dépendra de la nature de celui-ci, on prendra :

0.70 pour du roc
0.30 pour du sable mouillé
0,25 pour du sable argileux
0.20 pour de l'argile mouillée.

On établira soigneusement le poids spécifique des matériaux constituant le mur et les remblais, on ne perdra pas de vue que pour ceux-ci la présence de l'eau augmente considérablement leur poids au mètre cube ainsi qu'il est dit au tableau n° 43 ci-avant.

Les équations statiques des moments et des glissements doivent comporter un coefficient de stabilité K dont la valeur ne peut être inférieure à 2 ; la section dangereuse au point de vue du glissement est généralement au contact des maçonneries et du terrain de fondation. — Le danger de glissement existe surtout pour les profils à faible poids propre, tel celui de Stephenson et aussi pour les demi-revêtements c'est-à-dire pour les murs soutenant un remblai beaucoup plus haut qu'eux. — Pour se prémunir contre le glissement sur la fondation il faut donner au mur de fortes épaisseurs, donc un fort poids, ou bien établir un pilotage sous les fondations, ou bien encore augmenter le talus naturel du remblai en le coupant par des couches de fascinages ou le constituant de moellons ; en tous cas s'il est exposé à être imbibé d'eau, eaux du terrain environnant ou eaux provenant des marées, il convient de le drainer.

Il est assez dangereux de compter sur la butée des terres contre les fondations pour équilibrer partiellement la tendance au glissement.

Il est rationnel d'établir le plan de contact des fondations sur le terrain suivant une inclinaison normale à la ligne de poussée, donc incliné en sens inverse du glissement possible.

On vérifiera l'équation des fatigues par compression sur les diverses sections du mur et notamment sur le terrain ; il importe d'être certain qu'à la longue le terrain ne tassera pas inégalement du chef de l'excentricité du centre de poussée;

le tassement inégal est toujours grave pour un mur de soutènement, car il pivote sur sa base et s'éloigne du terre-plein.

Dans le cas de murs de quai il y a quelquefois à tenir compte de la souspression des eaux.

Les murs de quai ont d'ailleurs toujours des dimensions très supérieures à celles de murs de soutènement de remblais secs (1).



92. Surcharge locale. — Les conditions de stabilité ci-dessus sont basées sur la seule considération de la poussée maximum, c'est parfait en ce qui concerne l'équation des glissements, c'est moins parfait en ce qui concerne l'équation des moments et celle des fatigues, en effet pour ces deux dernières équations le facteur essentiel est le moment de la poussée et non pas la poussée elle-même, ce qu'il faut c'est le maximum de ce moment qui peut ne pas coïncider avec le maximum de la poussée, car une poussée plus faible que la maximum peut, si son bras de levier est plus grand, c'est-à-dire son centre de poussée plus haut, donner un moment de poussée plus grand que le moment de la poussée maximum.

Dans le cas d'un terre-plein plan chargé uniformément le maximum de poussée donne le maximum du moment de poussée, coïncidence qui ne se produit pas si le terre-plein porte une forte charge locale, tel par exemple un haut mur (FIG. 77 Pl. VIII) ou un train de chemin de fer en stationnement ; M. Pichault a donné une solution générale de ce problème dans les « *Mémoires de la Société des Ingénieurs Civils de France* » bulletin du mois d'août 1890, solution un peu rebutante par la complexité des équations ; voici une solution plus simple, moins exacte, il est vrai, mais toutefois suffisamment, voir FIG. 77: on tracera le talus naturel BI, et celui BX de plus grande poussée dans le cas d'une surcharge uniforme ; si la charge locale P est comprise entre A et X on la supposera répartie uniformément sur AX, on prendra pour valeur de p :

$$p = \frac{P}{AX}$$

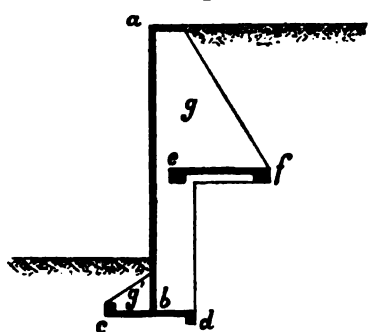
et on effectuera ces calculs comme pour une surcharge uniforme de valeurs p ; si la charge locale est en dehors de AX mais toutefois dans le prisme ABI du talus naturel on prendra :

$$p = \frac{P}{AI}$$

enfin si la charge locale est au delà de I on n'en tiendra pas compte.

(1) Un intéressant mémoire historique et descriptif des murs de quai à grand mouillage par *W. F. Druyvesteyn* a paru dans le *Tijdschrift van het Koninglijk Instituut van Ingenieurs* (1903-1904, 1re livraison), il donne la description de 56 murs dont 33 à profil plein, 8 sur piliers et 15 sur pilotis. — De ces 56 murs il y en a 12 qui ont subi des mouvements plus ou moins importants.

92bis. Murs de soutènement en béton armé à Paris. — Le *Génie civil* du 30 septembre 1899 contient la description d'une intéressante application du béton armé, système Hennebique, à la construction de murs de soutènement aux abords du pont du quai Debelly, à Paris.



Ces murs, de hauteur variable, sont divisés en une série de panneaux mesurant en moyenne 6 mètres de largeur. Chaque panneau se compose essentiellement:

1° d'un rideau vertical *a b* formant face du mur;

2° de deux semelles *c d* et *e f* horizontales régnant sur toute la longueur du panneau et placées, la première au-dessus de celui-ci, la seconde à peu près à mi-hauteur, et en retrait vers l'arrière par rapport au panneau;

3° de contreforts *g g'* établissant une solidarité complète entre le panneau et les semelles.

Toutes ces parties de l'ouvrage sont exécutées en béton armé; pour les panneaux de faible hauteur, la semelle supérieure est supprimée.

Un mur ainsi constitué résiste, non par son poids propre, mais par le poids des terres qui reposent sur les semelles.

L'emploi de la semelle intermédiaire *e f*, outre qu'il réduit le volume des terrassements nécessaires à l'exécution de l'ouvrage, offre l'avantage de diminuer la poussée des terres sur le rideau vertical.

Ce mode de construction a de plus pour résultat d'atténuer singulièrement l'influence des surcharges au point de vue de l'effort de renversement; si celles-ci- s'exercent au-dessus des semelles, elles contribuent à accroître la stabilité du mur; si elles se trouvent reportées au delà, vers les terres, elles sont hors du prisme de poussée et n'empiètent plus snr la zone dangereuse.

Les calculs de résistance de cet ouvrage ont été établis en admettant que la moitié du moment de renversement dû à la poussée est annulée par l'action du poids de terres sur les semelles arrières, sollicitant à l'extension les contreforts *g*, l'autre moitié étant contrebalancée par la résistance à la compression des contreforts *g'*.

L'armature métallique du rideau est formée de barres verticales et horizontales, ces dernières de plus en plus rapprochées au fur et à mesure que l'on approche de la base du mur.

L'armature des contreforts est constituée par des barres inclinées entretoisées par des fers horizontaux; celle des semelles comprend des fers entrecroisés disposés, les uns dans le sens de la longueur du mur, les autres normalement à cette direction.

Le béton, fabriqué à la main, comportait 300 kilogrammes de ciment à prise lente pour un mètre cube de gravier et de sable.

CHAPITRE V.

BUTÉE DES TERRES

---

93. Définition de la Butée. — Soit (FIG. 81, Pl. IX) un massif de maçonnerie pénétrant d'une certaine quantité AB dans un terrain, si ce massif se déplace dans le sens de la flèche il éprouvera de la part du terrain une double résistance provenant 1° du frottement sur BY, 2° du refoulement du terrain par la face AB ; cette dernière résistance se nomme la *Butée* du terrain, c'est une force passive tandis que la *Poussée* est une force active ; si la face AB est au repos elle reçoit la poussée du terrain ABX tandis que si elle tend à progresser dans le sens de la flèche elle subit la butée de ce terrain.

Pour parvenir à mettre le phénomène de butée en équation on admet une hypothèse analogue à celle de Coulomb pour la poussée, c'est-à-dire que le mouvement virtuel du terrain refoulé se fera par glissement suivant un plan incliné BX ; cette hypothèse est ici beaucoup moins plausible que dans le cas de la poussée, car l'expérience prouve que le refoulement du terrain se fera non pas suivant le prisme ABX mais par glissement suivant l'horizontale BY′ avec gonflement de la surface du terrain, donc dans des conditions toutes autres que l'hypothèse du calcul, aussi les résultats des formules de butée sont très incertains.

Quoi qu'il en soit on admet l'hypothèse et il s'agit de calculer le minimum de résistance que le terrain est à même d'opposer à la progression horizontale de la paroi AB, ce minimum est la *valeur de la butée* du terrain.

⁂

94. Calcul de la Butée. — En vertu de l'hypothèse ci-dessus nous savons que si le massif cède ce sera sous forme d'un prisme triangulaire ABX remontant le plan incliné BX ; recherchons donc la résistance de ce prisme à ce mouvement: l'isolant nous trouvons que les seules forces lui appliquées sont son poids P, la réaction R du massif sous-jacent et l'action Q de la paroi AB ; les deux forces R et Q sont complètement inconnues, le poids P (qui comprend les surcharges de A à X) est complètement connu.

Si nous admettons que le prisme ABX subit un petit déplacement les forces R et Q prennent immédiatement une direction connue : R devient normal à la

ligne BC faisant avec BX l'angle α du frottement du terrain sur lui-même (c'est-à-dire l'angle du talus naturel) et Q devient normal à la ligne BD faisant avec AB l'angle α' du frottement du terrain sur cette paroi, la raison en est exposée ci-avant au nº 47 ; nous pouvons donc construire en 81bis le triangle des 3 forces P, Q, R et par conséquent déterminer Q.

Le triangle BCD de la FIG. 81 construit sur les auxiliaires BC et BD avec l'horizontale DC est semblable au triangle des forces P, Q, R de la FIG. 81bis, car ces triangles ont les côtés respectivement perpendiculaires ; nous faisons pivoter BCD′ d'un angle α et l'amenons en BC′D′ ; si de B nous menons BE faisant avec l'horizontale l'angle α du talus naturel, cette ligne BE sera parallèle à C′D′ ; si nous tirons FG parallèle à la ligne d'orientation BD′, nous avons que le triangle BFG est semblable à BC′D′ et par conséquent semblable au triangle des forces P, Q, R de la FIG. 81bis ; si donc BF représente le poids P à une certaine échelle, la ligne FG tirée de F parallèlement à la ligne d'orientation et aboutissant au talus du glissement BX donnera la valeur de la butée Q correspondant à ce talus.

Il est à remarquer que les lignes BD′, BY′ et BE ont des directions fixes, c'est pourquoi on leur donne des noms spéciaux qui sont ceux inscrits sur la figure.

Si le talus de glissement BX prend la direction BD′ de façon que le prisme de butée soit ABD′ de poids P′, que nous représentons par BI, la construction ci-dessus nous indique que la valeur de la butée devient infinie.

Si le talus de glissement prend une direction BH correspondant à une valeur infinie pour P, la construction nous indique également que Q devient infini.

Entre ces deux valeurs infinies de la butée qui intermédiairement passe par des valeurs finies telles que FG il y a nécessairement ***une valeur minimum qui est la butée proprement dite***, voici comment graphiquement on la détermine : on prend divers talus de glissement BX et on recherche les points G correspondants, on réunit ces points G par une courbe continue, courbe qui a pour asymptotes IJ et BH, on mène ensuite la tangente ST à cette courbe, tangente parallèle à la ligne fixe BE, du point M de contact de cette tangente on tire MO parallèle à la ligne d'orientation BD′, et en vertu de l'exposé ci-dessus MO représente le minimum de Q, donc la butée cherchée ; BM est le talus de glissement correspondant à ce minimum.



95. Tracé de Poncelet. — Centre de butée. — Le tracé de Poncelet est applicable au cas de la butée tout comme au cas de la poussée. Nous tirons (FIG. 82) une sécante quelconque ZU qui coupe la direction fixe BE à la distance BZ = *a* et la ligne d'orientation à la distance BY = *l* et rencontre le talus de glis-

sement quelconque BX en un point U ; prenant BF égal au poids du prisme compris entre BA et BX et menant FG parallèle à la ligne d'orientation nous avons, en vertu de la démonstration du n° précédent, que FG est la butée correspondant au talus de glissement BX ; nous menons YW parallèle à BE ; le triangle YWB est semblable au triangle BGF, d'où

$$\frac{Q}{P}=\frac{BY}{YW}=\frac{l}{YW} \qquad \text{d'autre part nous avons :} \qquad \frac{YW}{BZ}=\frac{YU}{ZU}$$

posant : $\quad YU = x \quad , \quad YZ = L$

nous avons :

$$YW = a \cdot \frac{x}{L+x} \qquad \text{et par conséquent :} \qquad (1) \quad Q = P\frac{l(L+x)}{ax}$$

voilà une expression analytique de la butée qui, dans le cas d'un terrain à surface plane chargée uniformément, va nous permettre une solution graphique de la recherche du minimum de Q ; supposons donc (FIG. 83) que la surface AX du terrain soit plane et chargée uniformément, prenons comme sécante auxiliaire la ligne AX, c'est-à-dire que la sécante quelconque ZU de la FIG. 82 devient ici la ligne de surface du terrain ; nous avons (FIG. 83) :

$$l = BY \quad , \quad L = YZ \quad , \quad x = YX \quad , \quad a = BZ$$

en outre nous pouvons obtenir une expression analytique de P : désignons par λ la distance AY, par D le poids spécifique du terrain, par h la distance de B à AX et par p la surcharge par unité suivant AX, nous avons :

$$P = p\,(\lambda + x) + \frac{1}{2}\,Dh\,(\lambda + x) = (\lambda + x)\,(p + \frac{1}{2}\,Dh)$$

l'expression de la butée devient donc en appliquant la formule générale (1) :

$$Q = (p + \frac{1}{2}\,hD)\frac{l}{a}\,\frac{(L+x)\,(\lambda + x)}{x}$$

la condition $\frac{dQ}{dx} = 0$ nous donne $x = \sqrt{\lambda L}$ ce qui est la valeur de x correspondant au maximum, car la dérivée seconde est positive.

La valeur $x = \sqrt{\lambda L}$ est une moyenne proportionnelle qui peut se construire comme nous l'avons indiqué ci-avant au n° 50, la substituant dans l'expression de Q ci-dessus on obtient la butée proprement dite.

Le *centre de butée* se déterminerait comme précédemment nous avons déterminé le centre de poussée.

Nous ne développerons pas plus longuement ce qui concerne la butée, ce phénomène n'a pas grande importance en stabilité, car on ne peut pas en règle générale compter sur son intervention pour assurer l'équilibre d'un massif ou d'une fondation.

CHAPITRE VI.

MURS DE RÉSERVOIRS ET BARRAGES

§ 1. Poussée de l'eau.

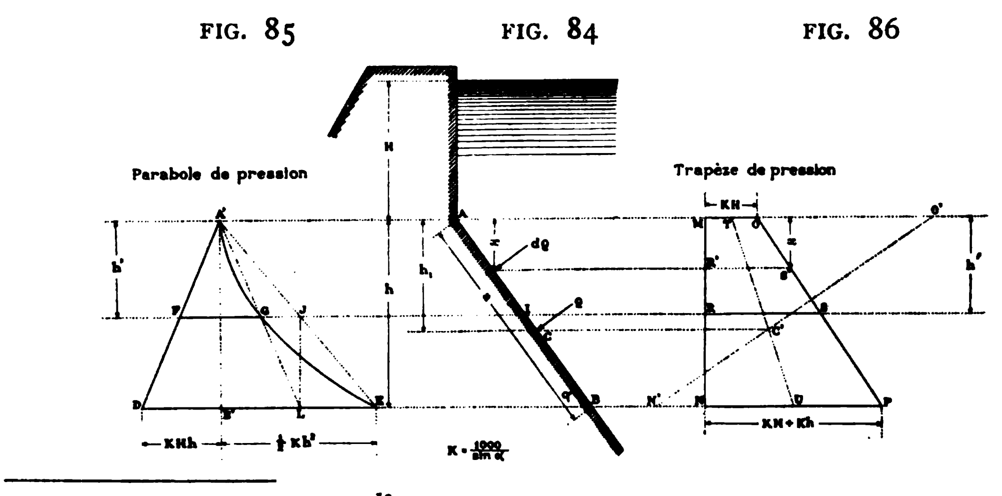
96. Calcul de la Poussée. — Soit à évaluer la poussée Q de l'eau sur une paroi plane AB (FIG. 84), située à une certaine profondeur H sous le niveau du liquide et inclinée de α sur l'horizontale ; nous désignons par a la longueur de AB, sa largeur est l'unité.

La poussée Q est normale à la paroi, puisque le frottement est nul, soit dQ sa valeur pour une paroi infiniment petite située à la profondeur $(H+x)$, la longueur de cette paroi est $\frac{dx}{\sin\alpha}$, nous avons :

$$dQ = 1000\,(H+x)\frac{dx}{\sin\alpha}. \qquad \text{d'où} \qquad Q = \frac{1000}{\sin\alpha}\left(Hh + \frac{h^2}{2}\right) \; (1)$$

posant $K = \frac{1000}{\sin\alpha}$ nous avons :

FIG. 85 FIG. 84 FIG. 86



(1) La formule $Q = \frac{1000}{\sin\alpha}\left(Hh + \frac{h^2}{2}\right)$ revient à celle

$$Q = 1000\,a\left(H + \frac{h}{2}\right)$$

que dans certains cas il est plus simple d'appliquer.

(1) $$Q = KHh + \frac{1}{2}Kh^2$$

formule semblable à celle trouvée au n° 54 pour la poussée d'un terrain ; le premier terme du second membre exprime la portion de poussée due à l'épaisseur H du liquide qui surmonte la tête A de la paroi, ce premier terme varie avec h suivant les ordonnées d'une droite ; le second terme représente la poussée due au liquide en contact avec AB, il varie avec h selon les ordonnées d'une parabole, voici le tracé de ces lignes (FIG. 85) : nous menons A'B' verticale et égale à h, nous prenons suivant l'horizontale $B'D = KHh$ et $B'E = \frac{1}{2} Kh^2$, nous tirons la droite A'D et la parabole A'GE dont le sommet est en A' et dont l'axe est horizontal ; l'horizontale tirée de I mesure en FG entre la droite A'D et la parabole A'E la poussée de l'eau sur la portion de paroi allant de A à I ; le point G d'intersection avec la parabole peut être déterminé rigoureusement sans avoir à tracer toute la courbe et ce comme suit : on joint A'E qui coupe en J l'horizontale FI, on mène la verticale JL, on tire A'L qui coupe l'horizontale FI au point G de la parabole et on a FG comme valeur de la poussée cherchée.

⁂

Il existe une autre représentation graphique de la poussée : nous menons (FIG. 86) MN vertical et égal à h, au niveau A nous prenons suivant l'horizontale une longueur $MO = K.H$, et au niveau B nous prenons $NP = K.H + K.h$; la superficie du trapèze MONP représente la valeur de la poussée maximum sur AB, en effet :

$$MONP = \frac{KH + KH + Kh}{2} \times h = KHh + \frac{1}{2}Kh^2$$

et par consequent la portion de ce trapèze correspondant à la hauteur quelconque h' représente la poussée sur la face AI ; comme vérification des tracés il faut que la superficie du trapèze MORS de la fig. 86 soit égale à la ligne FG de la fig. 85.

⁂

97. Centre de Poussée. — Nous avons à déterminer le centre de poussée C (FIG. 84), c'est-à-dire le point d'application de la poussée sur AB ; soit h_1 la distance verticale de A à C, nous avons :

$$Q = \frac{h_1}{\sin\alpha} = \int_A^B \frac{x}{\sin\alpha}\, dQ$$

l'expression (1) nous donne : $dQ = (KH + Kx)dx$. d'où :

(2) $$Qh_1 = \int_0^h x\,(KH + Kx)dx$$ (3) $$h_1 = \frac{h\,(3H + 2h)}{3\,(2H + h)}$$

voilà la valeur analytique de h_1, elle peut se construire graphiquement : nous remarquons (FIG. 86), que $R'S' = K.H + Kx$ et par conséquent le rectangle infiniment petit construit sur $R'S'$ avec dx comme hauteur représente dQ (tout comme le trapèze MONP représente Q), *d'où il résulte que l'équation* (2) *est l'équation du centre de gravité du trapèze MNOP* et par conséquent le centre de pression C est au niveau de ce centre de gravité, et le problème est ramené à sa détermination, pour cela on tire la médiane TU, on porte $OO' = NP$ et $NN' = MO$, on joint $N'O'$, l'intersection C' avec la médiane donne le centre de gravité cherché et l'horizontale menée de C' donne en C le centre de pression sur AB.



98. Cas particuliers. — Des formules générales (1) et (3), nous pouvons déduire tous les cas particuliers ; si la paroi AB se prolonge jusque la surface le point A de la fig. 84 affleure avec le niveau du liquide, $H = 0$, et nous avons :

(4) $$Q = \frac{1}{2} K.h^2$$ (5) $$h_1 = \frac{2}{3} h$$

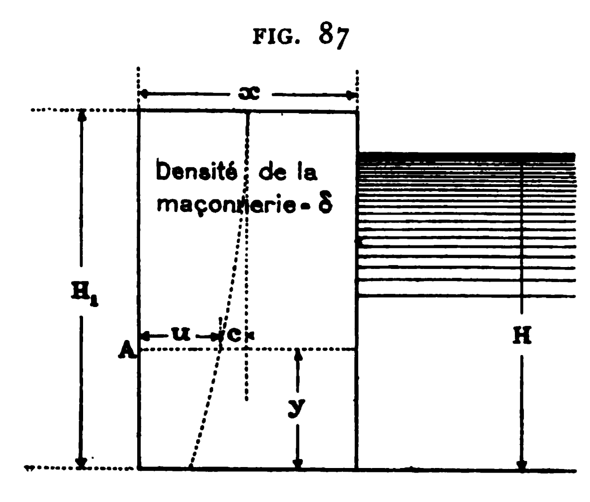
si en outre la paroi AB est verticale les expressions (4) et (5) ne changent pas sauf que $K = 1000$.

⁂

99. Paroi courbe. — Si la paroi amont du mur de réservoir est courbe on remplace cette courbe par un polygone et on évalue les pressions et le centre de pression sur chaque paroi plane, la résultante de ces pressions est la poussée totale sur la paroi courbe.

Nous possédons maintenant tous les éléments pour procéder au calcul de stabilité d'un mur de réservoir et d'un mur de barrage, calcul qui est d'ailleurs analogue à celui d'un mur de soutènement de terres.

FIG. 87



§ 2. Mur rectangulaire.

100. Calcul de l'épaisseur (1).— Soit (FIG. 87), un mur rectangulaire de hauteur H_1 ayant à maintenir une hauteur d'eau H ; l'épaisseur x du mur est constante, nous avons à déterminer sa valeur ; nous prenons une portion de mur limitée en A à la distance y du fond ; soit δ la densité de la maçonnerie, nous avons :

(1) Le calcul de cette épaisseur n'est que l'application de la théorie développée au Chap. II, § 1 et 2.

poids du massif $= \delta\,(H_1 - y)x$
poussée de l'eau $= 500\,(H - y)^2$.

L'équilibre de rotation autour de l'arête A nous donne, en prenant un coefficient de sécurité n

$$\delta\,(H_1 - y)\frac{x^2}{2} = 500\,(H - y)^2 \times \frac{1}{3}\,(H - y) \times n$$

d'où

$$x = \sqrt{\frac{1000\,n\,(H - y)^3}{3\,\delta\,(H_1 - y)}}$$

nous voyons que x varie en sens inverse de y et est maximum pour $y = 0$, d'où :

(6) $$x = H_1\sqrt{\frac{1000\,n}{3\,\delta}\left(\frac{H}{H_1}\right)^3}$$

L'équilibre de glissement sur le plan A nous donne, en prenant un coefficient de sécurité m :

$$f \times \delta(H_1 - y)\,x = 500\,(H - y)^2.m\,; \qquad x = \frac{500\,m\,(H - y)^2}{f\delta\,(H_1 - y)}$$

la valeur de x varie en sens inverse de y, son maximum correspond à $y = 0$ d'où :

(7) $$x = H_1 \times \frac{500\,m}{f\delta}\left(\frac{H}{H_1}\right)^2$$

L'équilibre élastique impose deux conditions :

1° la courbe de pression ne peut en aucune section sortir du tiers central, car en aucune section on ne peut tolérer de la traction dans un mur destiné à maintenir de l'eau.

2° la compression maximum ne peut dépasser la charge de sécurité des matériaux et du mortier employés.

Le centre de pression sur la section A est distant de l'axe du mur de la quantité c donnée par l'équation :

$$\delta\,(H_1 - y)\,xc = 500\,(H - y)^2 \times \frac{1}{3}(H - y)\,; \qquad c = \frac{1000\,(H - y)^3}{6\,\delta\,(H_1 - y)x}$$

qui nous indique que la ligne de pression s'éloigne de l'axe du mur au fur et à mesure que l'on descend, le maximum de c est à la base et a pour valeur :

$$c = \frac{1000\,H^3}{6\,\delta\,H_1\,x}$$

pour que la condition 1° ci-dessus soit satisfaite il faut que cette valeur ne dépasse pas $\frac{1}{6}$ de l'épaisseur, posant donc :

$c = \frac{1}{6}x = \frac{1000\,H^3}{6\,\delta\,H_1 x}$ nous en déduisons : (8) $x = H_1\sqrt{\frac{1000}{\delta}\left(\frac{H}{H_1}\right)^3}$

comparant cette valeur de x à celle donnée en (6) par l'équation de l'équilibre de rotation nous voyons que pour éviter de l'extension il faut que le coefficient de sécurité n à la rotation soit égal à 3 ; comparant (8) à (7) on trouvera également une valeur minimum du coefficient de sécurité m au glissement.

Nous avons maintenant à examiner la condition 2° ci-dessus, nous connaissons pour chaque section A l'excentricité c de la ligne de pression et par conséquent son complément u, il suffira d'appliquer la formule (2) du n° 27 à la section au pied du mur :

$$\frac{2\,\delta\,H_1 x}{x}\left(2 - 3\frac{u}{x}\right) = \frac{R'}{S} \qquad \text{d'où :} \qquad x = \frac{3u}{2 - \frac{1}{2\delta H_1}\frac{R'}{S}}$$

or $u = \frac{x}{2} - c = \frac{x}{2} - \frac{1000 H^3}{6\delta H_1 x}$ on a donc (9) $x = H\sqrt{\frac{1000 H}{\frac{R'}{S} - \delta H_1}}$

voilà l'épaisseur x requise pour satisfaire à la condition 2°.

Nous avons en définitive quatre expressions de l'épaisseur x du mur, celles (6) (7) (8) et (9), on prendra naturellement la plus forte de ces valeurs.

⁂

101. Exercice. — Soit un mur en briques, $\delta = 1750$ kgs, $f = 0{,}70$ et supposons pour simplifier les calculs que l'eau puisse affleurer la crête du mur $H_1 = H$; si nous prenons $n = 3$ les formules (6) et (8) nous donnent la même épaisseur :

$$x = 0{,}76\,H_1$$

et la formule (7) nous indique que pour cette épaisseur le coefficient de sécurité contre le glissement est : $m = 1{,}86$ ce qui est un chiffre déjà faible, on ne pourrait jamais descendre en dessous.

Si $H_1 = 6$ mèt., nous trouvons : $x = 0{,}76 \times 6 = 4^m56$, et puisque sur la section de base le centre de pression est à la limite du tiers central, $\frac{u}{x} = \frac{1}{3}$, la fatigue maximum sur cette section sera :

$$2\delta H_1 = 2 \times 1750 \times 6 = 21000 \text{ kgmes}$$

soit 2^k1 par cent. carré ; d'aucuns pourraient croire que ce mur de 6 mètres de hauteur qui a 4^m56 d'épaisseur et ne fatigue qu'à 2^k10 est établi dans des conditions de trop grande sécurité et qu'on pourrait sans inconvénient en diminuer l'épais-

seur, vérifions la chose et refaisons les calculs en prenant un coefficient de sécurité $n = 2$ contre le renversement, la formule (6) nous donne

$$x = H_1\sqrt{\frac{1000 \times 2}{3 \times 1750}} = 0{,}6165\,H_1 = 3^m{,}70$$

Le coefficient de sécurité contre le glissement sur la section de base nous est donné par l'équation :

$$0{,}7 \times 1750 \times 6 \times 3.7 = 500\,m \times \overline{6}^2 \quad \text{d'où} \quad m = 1.51$$

Si nous recherchons la valeur de l'excentricité c sur la section de base nous trouvons :

$$c = \frac{1000 \times \overline{6}^3}{6 \times 1750 \times 6 \times 3.7} = 0^m925 = \frac{3^m70}{4}$$

le centre de pression sort du tiers central, il est au quart de l'épaisseur, il y a donc des efforts de traction qui se développent, efforts que l'on peut évaluer en appliquant au mur les formules ordinaires de la flexion, on trouve :

$$t = \frac{1750 \times 6 \times 3.7}{3.7} \pm \frac{500 \times \overline{6}^2 \times 2}{\frac{1}{6} \times \overline{3.7}^2} \left\{ \begin{array}{l} t_1 = +\,26270 \text{ kgs par m. □} \\ t_2 = -\ \ 5270 \text{ kgs par m. □} \end{array} \right.$$

Nous trouvons donc 2^k62 par cent. carré à la compression et 0^k53 à la traction ; cette fatigue à la traction est trop élevée, car si on peut avoir des mortiers capables d'y résister avec sécurité il est impossible d'obtenir entre ces mortiers et les briques ou moellons une adhérence suffisante, voir ci-avant n°s 15 à 18 (c'est d'ailleurs pourquoi tout effort permanent de traction doit être évité dans les maçonneries), ***le mur se crevassera petit à petit sur toute l'épaisseur où des effets de traction se produisent, c'est-à-dire sur le quart de l'épaisseur,*** la compression augmentera avec les crevasses et prendra la valeur maximum

$$\frac{2\delta H_1 \times 3.70}{\frac{3}{4} \times 3.70} = \frac{8 \times 1750 \times 6}{3} = 28000 = 2^k8 \text{ par cent. carré.}$$

En résumé, en prenant $n = 2$ nous obtenons : $x = 3.70$, $m = 1.51$, $t_{max} = 2^k8$; on pourrait croire ces résultats satisfaisants et admissibles, malheureusement ils sont inexacts, car du chef de la crevasse il y a une nouvelle force qui entre en jeu, la *souspression* de l'eau, force qui change notablement les conditions de stabilité du mur.



102. La souspression (FIG. 88) s'exerce sur toute la portion crevassée, soit sur $\frac{3^m70}{4} = 0.925$, sa valeur est :

$$1000 \times \frac{3.70}{4} \times 6 = 5550 \text{ kgmes}$$

la valeur de *n* devient :

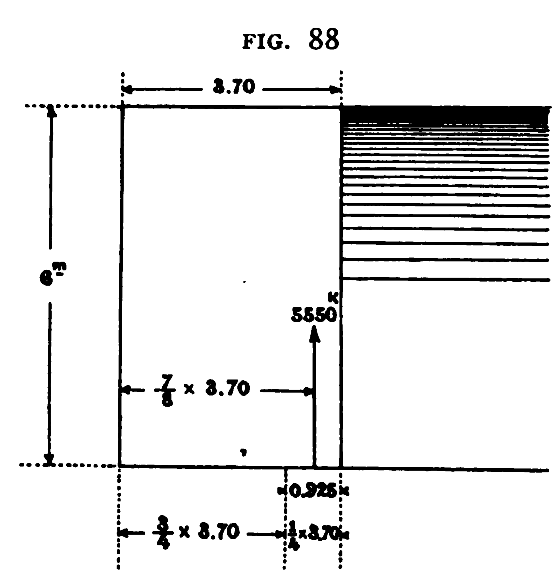
$$1750 \times 6 \times \frac{3{,}7^2}{2} = (500 \times \overline{6}^2 \times 2 + 5550 \times \frac{7}{8} \times 3.70)n \quad \text{d'où} \quad n = 1.33$$

nous obtenons pour *m* :

$$0{,}7(1750 \times 6 \times 3.7 - 5550) = 500 \times 6^2 \times m \quad \text{d'où} \quad m = 1{,}30$$

on voit que les coefficients de sécurité contre le glissement et le renversement diminuent dans de très fortes et même beaucoup trop fortes proportions (1), mais il y a plus : du chef de l'intervention de la souspression de 5550 kgmes le centre de pression sur la section de base recule, c'est-à-dire que la crevasse augmente, comme conséquence la souspression augmente aussi d'où nouvelle cause d'agrandissement de la crevasse et ainsi de suite, actions et réactions qui toutes concourent à aggraver les conditions de stabilité du mur, et en *définitive pour savoir où nous en sommes nous devons rechercher les conditions de stabilité dans l'hypothèse où la souspression s'exercerait sur toute l'étendue de la section de base*, dans ce cas sa valeur totale est :

FIG. 88



$$1000 \times 3.7 \times 6 = 22200 \text{ kgmes}$$

la valeur de *n* devient :

$$\frac{1750 \times 6 \times \overline{3.7}^2}{2} = \left(500 \times \overline{6}^2 \times 2 + 22200 \times \frac{3.7}{2}\right) n \quad \text{d'où} \quad n = 0.93$$

et pour *m* nous avons :

$$0.7(1750 \times 6 \times 3.7 - 22200) = 500 \times \overline{6}^2 \times m \quad \text{d'où} \quad m = 0.65$$

la distance *c* du centre de pression est donnée par l'équation :

$$1750 \times 6 \times 3^m.7 \times c = 500 \times \overline{6}^2 \times 2 + 22200c \quad \text{d'où} \quad c = 2^m20$$

(1) **Certains ingénieurs ont une tendance à admettre que toute valeur de *m* supérieure à l'unité est satisfaisante, nous estimons que c'est une erreur, il faut pour *m* une valeur supérieure à deux ; selon toute probabilité les catastrophes des barrages de *Bouzey* et *Austin* sont dues à l'insuffisance de *m*, ces barrages ont cédé par glissement.**

nous voyons donc que le centre de pression est rejeté en dehors de la base et en définitive ces résultats, coefficients de stabilité inférieurs à l'unité et centre de pression hors de la base, montrent que ce mur serait au bout d'un certain temps culbuté par la poussée de l'eau.

On voit combien la souspression aggrave la situation, puisqu'elle transforme la valeur 2 du coefficient de sécurité *n* en une valeur inférieure à l'unité et rend instable un mur qu'à priori on pouvait croire stable.

Voilà pourquoi dans les murs destinés à maintenir l'eau on ne peut jamais admettre de la traction, car celle-ci, quelque minime soit-elle, engendre presque immanquablement des crevasses et alors interviennent des souspressions qui peuvent être fatales.

Même à ce point de vue il est permis de soutenir qu'*il convient que sur toute la hauteur de l'amont du mur il y ait de la compression effective,* cela afin d'écarter toute possibilité d'ouverture d'une crevasse : ainsi dans le cas du mur de 4^m56 d'épaisseur étudié ci-dessus nous avons sur la section de base une compression nulle à l'amont, si donc du chef d'une défectuosité dans l'exécution des maçonneries une crevasse tend à s'y produire rien ne s'y opposera, elle s'ouvrira et recevra la souspression de l'eau avec toutes les conséquences d'instabilité que nous venons de détailler, tandis que si en ce point il y a compression effective les lèvres de la crevasse resteront serrées, l'eau ne pourra s'y introduire et on évitera la souspression ; c'est dans cet ordre d'idées que M. Maurice Levy, Inspecteur Général des Ponts et Chaussées de France, dans une communication faite en 1895 à l'Académie des Sciences de Paris, soutient que pour avoir toute garantie de sécurité *il faut que partout sur la face amont d'un mur de soutènement d'eau il y ait une compression par unité égale à la souspression qu'exercerait l'eau dans une fissure horizontale si pour l'une ou l'autre raison il s'en formait une ;* nous ne dirons pas que ce soit là une précaution exagérée, au contraire ; elle a d'ailleurs été observée lors de la construction du barrage de la *Gileppe* en 1876, voir ci-après le n° 109 ; et on peut dire qu'elle est observée dans tous les barrages récents, enfin nous la recommandons formellement.

Quoi qu'il en soit il sera toujours prudent de revêtir toutes les faces des maçonneries en contact avec l'eau *d'une chape en ciment ou asphalte,* laquelle a pour but de s'opposer à la pénétration capillaire de l'eau, car celle-ci dissout la chaux du mortier, l'entraîne, appauvrit le mortier et ainsi petit à petit diminue la stabilité du massif. — Sur la question de la *Sous-Pression* voir aussi ci-après le n° 114bis.

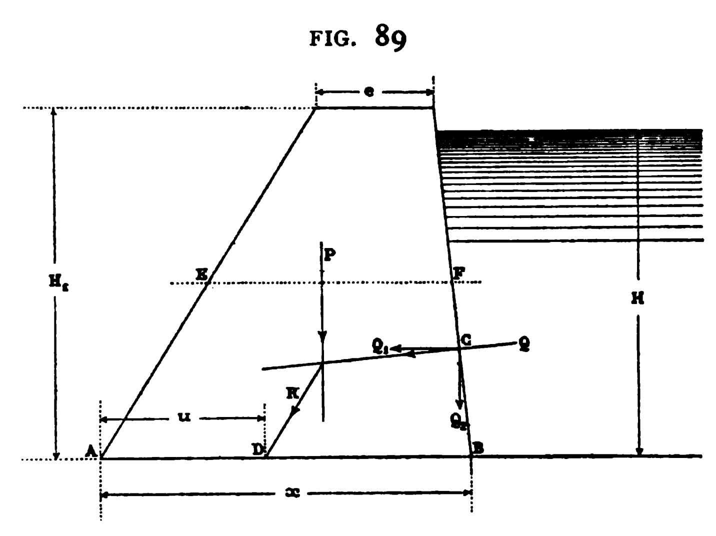
§ 3. Mur trapèze.

108. Calcul. (1). — Le mur de section rectangle s'emploie jusque 5 à 6

(1) Ce calcul n'est en fait que l'application de la théorie Chap. II, § 1 et 2.

mètres de hauteur, au delà on recourt au profil trapèze qui utilise mieux la matière au point de vue de la stabilité ; le profil trapèze s'emploie généralement jusque une hauteur de 20 mètres, et même à la *Gileppe* près de Verviers on a été jusque 50 mètres (voir Pl. X).

FIG. 89



L'épaisseur *e* en crête du mur (FIG. 89) se détermine à priori par des considérations d'ordre pratique, généralement *e* a au moins deux mètres d'épaisseur pour résister aux vagues et au choc des glaçons ; la face amont du mur est habituellement verticale, quelquefois cependant on lui donne une petite inclinaison de $\frac{1}{10}$; la seule inconnue est l'épaisseur x au pied du mur, voici comment on la calcule : on connaît la poussée Q de l'eau et son point d'application C, on évalue le poids P du mur en fonction de x, on établit l'équation de rotation par rapport à l'arête A :

$$\text{Moment de } P = n \times \text{moment de } Q$$

cette équation ne contient que la seule inconnue x et prenant $n = 3$ on la détermine. — On établit ensuite l'équation de glissement sur la base AB :

$$f(P + Q_2) = mQ_1$$

cette équation aussi ne contient que la seule inconnue x, prenant m égal à 2 (ou mieux égal à 3), on la détermine. — L'épaisseur AB définitivement admise est la plus grande des deux valeurs de x trouvées ci-dessus.

Arrivé à ce résultat il y a lieu de vérifier la stabilité élastique de l'ensemble du mur, pour cela on détermine le point de passage D de la résultante R sur la section AB, il faut : 1° que D soit à l'intérieur du tiers central, 2° que la compression maximum

$$\frac{2(P + Q_2)}{AB}\left(2 - 3\frac{u}{AB}\right)$$

qui se produit en A ne dépasse pas la fatigue de sécurité $\frac{R'}{S}$ de la maçonnerie ; si ces deux conditions sont satisfaites la valeur de x trouvée ci-dessus est admise, sinon on modifie cette valeur de façon à satisfaire aux 1° et 2°.

Connaissant x le profil trapèze est déterminé, toutefois avant de l'arrêter définitivement il y a lieu de vérifier si pour les diverses sections intermédiaires, telles que EF, les conditions énumérées ci-dessus sont aussi satisfaites, c'est-à-dire 1° si les coefficients de stabilité n et m ont une valeur convenable ; 2° si la ligne de pression passe à l'intérieur du tiers central et ne donne pas une compression dépassant la fatigue de sécurité.

Enfin si on veut avoir toute garantie on modifiera la condition 2° de façon à avoir partout à l'amont une compression égale à la sous-pression possible, ce qui exige que partout le centre de pression soit suffisamment à l'intérieur du tiers central.

Ayant déterminé les dimensions du mur pour le réservoir plein il faudra vérifier *si à vide* la compression n'est pas trop forte sur la paroi amont et notamment sur l'arête B (FIG. 89), c'est pour éviter cette trop forte compression que l'on est quelquefois amené à donner un certain fruit à la paroi amont, nous reviendrons ci-après sur ce point.

§ 4. Mur d'égale résistance

104. Calcul. — Lorsque les retenues d'eau dépassent une vingtaine de mètres de hauteur on donne généralement aux murs une forme d'égale résistance qui n'est en définitive qu'une superposition de trapèzes dont l'inclinaison des faces augmente à mesure que l'on descend, la forme générale du profil d'égale résistance est donnée en traits pleins Pl. X et fig 93 ci-après.

L'épaisseur en crête se détermine à priori, son minimum est 2 mt., elle augmente avec l'importance du mur, elle est nécessaire pour permettre au mur de résister à l'action des glaçons et des vagues ; de plus afin que celles-ci ne puissent jamais, même par les vents les plus violents, déferler par dessus le mur, on lui donne une certaine saillie au-dessus du niveau maximum que peuvent atteindre les eaux, niveau déterminé par un ou deux déversoirs latéraux taillés dans les flancs de la montaigne, cette saillie nommée *revanche* est généralement le dixième de la profondeur de l'eau ; quoique la *revanche* ne soit pas accessible à l'eau on calcule cependant le mur en supposant que celle-ci vient affleurer la crête.

Pour exposer le calcul d'un mur d'égale résistance nous prendrons comme exemple la retenue de la *Gileppe* qui est de 47 mètres au-dessus du fond de la vallée, et nous déterminerons son profil théorique en prenant une tranche de mur de un mètre de longueur et faisant abstraction de tout soutien latéral fourni par les flancs de la vallée, voici la marche (voir Pl. X) :

1° On calcule la hauteur h_1 pour laquelle la paroi amont du mur peut rester verticale.

2° La hauteur h_2 pour laquelle la paroi aval peut rester verticale,

3° On détermine le profil aval du mur depuis le niveau h_2 jusque h_1.

4° le profil amont depuis h_1 jusqu'au fond.

5° le profil aval depuis le niveau h_1 jusqu'au fond.

Le mur de la Gileppe est construit en moellons extraits de la montagne voisine, le mètre cube de cette maçonnerie pèse 2300 kgs ; la valeur admise comme fatigue de sécurité à la compression est de 6 k. par centimètre carré (Voir la *Revue Universelle des Mines*, 1876, 2d semestre). Nous supposons que l'eau affleure la crête du mur.



105. Détermination de h₁. — Le mur a 15 mètres d'épaisseur en crête (1), la hauteur verticale amont doit se calculer pour le réservoir vide, car c'est dans ce cas que les fatigues sont maxima à l'amont, nous avons :

$$h_1 \times 15^m \times 1^m \times 2300^k = 60000 \times 15 \times 1 \quad \text{d'où} \quad h_1 = 26 \text{ mètres}$$

Détermination de h₂. — Cette détermination doit se faire pour le réservoir plein.

Poids de la maçonnerie : $P = 2300 \times 15 h_2$

Pression de l'eau : $Q = 500 h_2^2$ appliquée à $\frac{1}{3} h_2$

$$u = DA = \frac{15}{2} - \frac{h_2^2}{207}$$

nous appliquons l'équation : $\frac{2N}{e}\left(2 - 3\frac{u}{e}\right) = \frac{R}{S}$

qui devient : $\frac{2 \times 2300 \times 15 h_2}{15}\left[2 - \frac{3}{15}\left(\frac{15}{2} - \frac{h_2^2}{207}\right)\right] = 60000$

d'où on tire approximativement : $h_2 = 16$ mètres et on a : $u = \frac{15}{2} - \frac{16^2}{207} = 6^m 26$

le centre de pression A est donc largement à l'intérieur du tiers central, il n'y a aucun danger d'ouverure du joint à l'amont. — Avant de continuer vérifions la stabilité contre *le renversement* et *le glissement :*

$$P = 2300 \times 15 \times 16 = 552000 \text{ kgmes}$$
$$Q = 500 \times 16^2 = 128000 \text{ kgmes.}$$

Moment de stabilité $= 552000 \times 7.5 = 4140000$ kgrmètres

Moment de renversement $= 128000 \times \frac{16}{3} = 682666$

(1) Cette épaisseur est fortement exagérée, elle a été prise telle parce que le haut du mur livre passage à une route importante.

le coefficient de stabilité contre le renversement est donc $\frac{4140000}{682666} = 6.1$.

La résistance au glissement = 552000 × 0,76 = 419520 kgmes, et le coefficient de stabilité contre le glissement est : $\frac{419520}{128000} = 3.2$.

Donc sur la hauteur h_2 toutes les conditions de stabilité d'ordre statique et élastique sont satisfaites.



106. Détermination du profil aval depuis h_2 jusque h_1. — Nous étudierons une tranche de 4 mètres de hauteur à partir du niveau 16 mètres, il s'agit de déterminer l'épaisseur x au pied de cette tranche, voici la marche pour cette détermination, elle est analogue à celle exposée ci-avant au § 3 :

a) on calcule la poussée Q de l'eau sur EF et son point d'application, ce sont des quantités complètement connues.

b) on calcule le poids P du mur de 20 mètres de hauteur et la position de sa verticale, ce sont des quantités fonction de x.

c) on détermine le point de passage de la résultante R de Q et P, ce point est déterminé en fonction de x et par le fait on connaît le u de la section au niveau 20 mètres en fonction de x.

En possession de ces divers résultats on établit l'équation :

$$\frac{2P}{x}\left(2 - 3\frac{u}{x}\right) = 60000$$

équation qui ne contient que la seule inconnue x, la résolvant on trouve que pour la section à la profondeur 20 mètres, $x = 16^{m}60$; l'inclinaison de la face aval est donc de $1^{m}60$.

Prenant une nouvelle tranche de 3 mètres de hauteur, allant du niveau 20 mètres au niveau 23 mètres, on trouve $x = 18^{m}50$. — Pour une nouvelle tranche de 3 mètres allant du niveau 23 à celui 26 mètres, on trouve $x = 20^{m}45$.

Voilà donc le profil du mur qui est déterminé à l'amont et à l'aval jusque la profondeur $h_1 = 26$ mètres ; avant de continuer il convient de résumer ses conditions de stabilité *à vide et à charge :* le poids du massif de 26 mètres de hauteur qui surmonte la section GH est de 953637 kgs et la verticale de ce poids passe à $8^{m}132$ de l'arête amont G, d'où sur cette arête une fatigue à vide de :

$$\frac{2 \times 953637}{20.45}\left(2 - 3\frac{8.132}{20.45}\right) = 75{,}000 \text{ kgmes}$$

soit $7^{k}5$ par centimètre carré ; si donc on voulait strictement se limiter à la fatigue 6^{k} par centimètre carré, l'inclinaison de la paroi amont devrait commencer avant le niveau 26 mètres.

Composant le poids 953637 kgs du mur et la poussée 338000 kgs de l'eau sur sa face verticale de 26 mètres de hauteur, nous trouvons que la résultante coupe la section GH en A_1 à la distance 9^m33 de l'arête H d'où sur cette arête une fatigue :

$$\frac{2 \times 953637}{20.45}\left(2 - 3\frac{9.33}{20.45}\right) = 59000 \text{ kgmes,}$$

donc à plein la compression maxima sur G H est de 5^k9 par centimt. carré, tandis qu'à vide elle est de 7^k5.

Le moment de la poussée de l'eau autour de l'arête H est :

$$338000 \times \frac{26^m}{3} = 2929333 \text{ kgrmètres ;}$$

le moment du poids du mur est :

$$953637\ (20.45 - 8.132) = 11753280 \text{ kgmètres,}$$

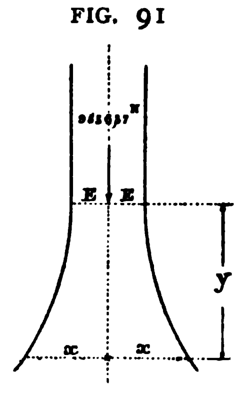
le coefficient de stabilité contre le renversement est donc : $\frac{11753280}{2929333} = 4$,

le coefficient de stabilité contre le glissement est : $\frac{953637 \times 0{,}76}{338000} = 2.1$, ce dernier coefficient est un peu faible, car il faut toujours prévoir l'éventualité d'une pénétration d'eau dans le massif, quand bien même ce ne serait que par l'effet d'une malfaçon, par exemple, un joint pas bien rempli de mortier.



107. Détermination de la paroi amont depuis le niveau 26 mètres jusqu'au fond. — Cette détermination se fait pour le réservoir vide, donc par la seule considération du poids propre du mur ; nous savons (voir ci-avant au n° 39) qu'un pilier d'égale pression est calibré suivant la formule

FIG. 91



$$2x = 2Ee^{\frac{\delta y}{R_s}}$$

et cette formule peut avec une grande approximation s'appliquer au cas du mur de barrage : la portion supérieure au niveau 26 mètres pèse 953637 kgs, nous supposerons que son épaisseur est uniforme et que la fatigue au pied atteigne la charge de sécurité 6 kgs, ce qui nous donne pour cette épaisseur (FIG. 91) :

$$2E = \frac{953637}{60000} = 15^m90 \text{ au lieu de } 20.45$$

et l'équation devient : $2x = 15.9 \times 2{,}71828^{\frac{2300}{600000}y}$

pour $y = 3$ mètres, $2x = 17.85$, d'où pour la paroi amont une inclinaison de

$$\frac{17.85 - 15.90}{2} = 0{,}975$$

de même p^r : $y =$ 7 mètres,	$2x = 20{,}80$,	inclinaison	$= 2^m45$
$y = 11$ mètres,	$2x = 24{,}30$,	id.	$= 4^m20$
$y = 15$ mètres.	$2x = 28{,}30$,	id.	$= 6^m20$
$y = 18$ mètres,	$2x = 31{,}70$,	id.	$= 7^m90$
$y = 21$ mètres,	$2x = 35{,}70$,	id.	$= 9^m90$

voilà le profil amont déterminé sur toute la hauteur du mur.

Voir ci-après au n° 117 quelques considérations spéciales sur le profil amont d'un mur de reservoir.



108. Détermination du profil aval depuis le niveau 26 mt. jusqu'au fond. — Nous prenons un tronçon de mur allant du niveau 26 au niveau 29 mètres, en tête de ce tronçon nous avons en A_1 une force horizontale (poussée de l'eau, de 338000 kgs) et une force verticale (poids du massif) de 953637 kgs ; A_1 est le centre de pression, il est à 11^m12 de la paroi verticale amont, la résultante de ces deux forces vient couper la base IJ du tronçon considéré à une distance de l'arête J qui a pour expression :

$$x - 11.12 - 3 \times \frac{338000}{953637} = x - 12^m182$$

la composante horizontale de la poussée de l'eau sur la face IG a pour valeur :

$$Q_1 = 500\,(\overline{29}^2 - \overline{26}^2) = 82500 \text{ kgmes}$$

sa distance à la base IJ est [voir formule (8) n° 96] : $3^m - \frac{1}{3} \times \frac{3 \times 84}{55} = 1^m48$

la composante verticale de la poussée de l'eau sur GI est égale au poids du liquide dont le volume est limité par EGI et la verticale issue de I :

$$1000\left(26 \times 0{,}975 + \frac{1}{2} \times 3^m \times 0{,}975\right)$$

soit en chiffres ronds 27000 kgmes, et la distance de cette composante verticale au point J est :

$$\left(x + 0{,}975 \times \frac{1.48}{3.00}\right) \text{ soit } (x + 0^m487)$$

Le poids P_1 du trapèze HGIJ est :

$$P_1 = \frac{1}{2}(x+0{,}975+20{,}45) \times 3 \times 2300 = 3450\ (x+21{,}425)$$

la distance z de la verticale de P_1 à la verticale EG a pour valeur :

$$z = \frac{x^2+20{,}45x+\overline{20{,}45}^2-\overline{0{,}975}^2}{3\ (x+20{,}45+0{,}975)} = \frac{x^2+20{,}45x+417{,}25}{3(x+21{,}425)}$$

la résultante de P_1 et Q_1 coupe IJ en un point K et nous avons pour valeur de JK :

$$JK = x - \frac{x^2+20{,}45x+417{,}25}{3\ (x+21.425)} - \frac{1.48 \times 82500}{3450(x+21{,}425)} = \frac{2x^2+43{,}825x-523{,}42}{3(x+21.425)}$$

Nous appliquons la formule du n° 27 :

$$\frac{2N}{e}\left(2-3\frac{u}{e}\right) = \frac{R}{S}$$

qui peut se mettre sous la forme :

$$\frac{2}{3}Ne - Nu = \frac{R}{S}\cdot\frac{e^2}{6} = 10000\,e^2$$

d'après les résultats trouvés ci-dessus nous avons :

$$e = x + 0{,}975.$$

$$N = 953637 + P_1 + 27000 = 953637 + 3450\ (x+21{,}425) + 27000$$

$$Nu = 953637\,(x-12{,}182) + 3450(x+21{,}425)\frac{2x^2+43825x-523{,}42}{3(+21{,}425)} + \\ + 27000(x+0{,}487)$$

l'équation est du second degré en x et on en déduit en chiffres ronds : $x = 21$ mèt. ce qui pour IJ nous donne 21ᵐ975 et la distance du point J de la verticale du point D est : $21 - 15 = 6$ mètres.

Il conviendrait maintenant de déterminer la fatigue qui à vide se produit en I sur la paroi amont et si cette fatigue était trop forte il faudrait modifier le profil en conséquence.

On prend ensuite une nouvelle tranche de mur allant du niveau 29 au niveau 33 mètres, la même marche que ci-dessus nous donne : $x = 26$ mètres
d'où pour l'épaisseur totale : $26 + 2{,}450 - 0{,}975 = 27^m475$ soit 27^m50
l'inclinaison de la paroi aval est : $27{,}50 - 2{,}45 - 15 = 10{,}05$

Une nouvelle tranche allant du niveau 33 au niveau 37 nous donne : $x = 30^m.8$, d'où largeur totale : $30{,}8 + 4{,}20 - 2{,}45 = 32^m{,}55$
et inclinaison de la paroi aval : $32{,}55 - 4{,}20 - 15 = 13{,}35$

du niveau 37^m au niveau 41^m nous avons : $x = 37.1$

$$37,1 + 6,2 - 4,2 = 39^m,10$$
$$39,1 - 6,2 - 15 = 17,90$$

du niveau 41^m au niveau 44^m nous avons : $x = 42.30$

$$42,30 + 7,9 - 6,2 = 44 \text{ mètres}$$
$$44 - 7,9 - 15 = 21,10$$

du niveau 44^m au niveau 47^m nous avons : $x = 46.85$

$$46,85 + 9,9 - 7,9 = 48,85$$
$$48,85 - 9,9 - 15 = 23,95$$

Il est à noter que beaucoup des opérations ci-dessus, compositions de forces et recherches du point de passage de résultante, etc., peuvent s'exécuter graphiquement.



109. Vérifications diverses. Profil renforcé. — Voilà donc le profil complet du mur qui est déterminé sur toute la hauteur 47 mèt. ; recherchons *la fatigue à vide* sur la base LM : le poids total du mur est de 2540 tonnes et la verticale de ce poids passe en A″ à 21^m04 de l'arête L, d'où sur cette arête une fatigue de :

$$\frac{2 \times 2540000}{48.85}\left(2 - 3.\frac{21.04}{48.85}\right) = 74.000 \text{ kgs par mètre carré}$$

Fatigue à plein : Comme vérification des calculs ci-dessus supposons le réservoir plein et recherchons le point de passage de la ligne de pression sur la base LM et la fatigue maximum qui en résulte : au poids du mur s'ajoute la composante verticale de la poussée de l'eau, composante qui est égale au poids du volume de liquide limité entre EGIL et la verticale de L, soit 375600 kgmes, ce qui nous donne une charge verticale totale de :

$$2540 + 375.6 = 2915,^{\text{tonnes}}6$$

la composante verticale 375600 kgs passe à 4^m40 de l'arête L et la distance horizontale de cette arête à la verticale de $2915^{\text{ton}}\cdot6$ est

$$\frac{2540000 \times 21.04 + 375600 \times 4.40}{2915600} = 18^m90$$

la composante horizontale de la poussée de l'eau est :

$$500 \times \overline{47}^2 = 1104500 \text{ kmges}$$

dont le point d'application est à $\frac{47}{3}$ au-dessus du fond.

La résultante de la charge verticale totale et de la composante horizontale coupe la base LM en A′ à la distance 24^m83 de l'arête L, et 24^m02 de l'arête M ; la fatigue maximum a donc lieu à l'aval en M et a pour valeur :

$$\frac{2 \times 2915600}{48,85}\left(2 - 3\frac{24.02}{48.85}\right) = 62000 \text{ kgmes}$$

donc 6^k2 par cent. carré, tandis que ci-dessus nos calculs ont été basés sur 6 kgs, la concordance est donc satisfaisante et les calculs peuvent être considérés comme exacts. — Du côté amont la compression est de 5,7 kgs tandis que la pression de l'eau est de 4^k7 au maximum, la précaution indiquée ci-avant à la fin du n° 102 est donc observée.

Voilà (Pl. X) le profil théorique du mur qui est complètement déterminé par la considération des sections horizontales ; pour être mieux d'accord avec la théorie de la flexion il y aurait lieu maintenant de tracer l'axe neutre de ce profil, puis prendre des sections normales sur cet axe et sur ces sections recommencer les calculs ; nous ne voulons pas dire que ce soit bien utile, mais ce serait plus correct ; on pourrait, par ex., faire le calcul pour l'une ou l'autre de ces sections normales.



Les coefficients de stabilité du mur, le réservoir étant plein, sont :

$$\text{Contre le renversement} = \frac{2915600 \times 24,02}{1104500 \times \frac{47}{3}} = 4.1$$

$$\text{Contre le glissement} \quad = \frac{2915600 \times 0.76}{1104500} = 2.0$$

En exécution, le profil théorique auquel nous venons d'arriver a été considérablement renforcé, on a pris le profil en traits interrompus de la Pl. **X**, profil composé de deux trapèzes superposés, le cube du mètre courant de ce profil est d'environ 1744 mètres, d'où un poids de :

$$1744 \times 2300 = 4011200$$

la composante verticale de la pression de l'eau sur toute la hauteur est :

$$\left[10,125 \times 47 - 1 \times 10.5 - \frac{1}{2}(1 + 10.125)(47 - 10.5)\right] 1000 = 262344 \text{ kgs}$$

et le coefficient de sécurité contre le glissement (1) est :

$$\frac{(4011200 + 262344)\, 0,76}{1104500} = 2,94$$

(1) Nous ne savons cependant pas si la considération du glissement a été la cause déterminante du renforcement du profil.

Sous le profil renforcé, Pl. X, le barrage de *La Gileppe* subit une compression maxima de 9 kgs à plein et 10 kgs à vide, tandis que sous le profil théorique la compression maxima n'est guère que de 6^k2 à plein et 7^k5 à vide, donc notablement moindre, il semblerait que de ce chef le profil renforcé offre moins de sécurité que le profil d'égale résistance, et cependant il n'en est rien : en effet la compression maxima n'est pas le seul facteur de la sécurité d'un barrage, et même du moment que sa valeur reste dans certaines limites on peut dire que ce n'est pas le facteur important ; les deux facteurs les plus importants sont le coefficient de stabilité au glissement et l'existence de la ligne de pression dans le tiers central.

On connaît des barrages qui ont péri par pénétration d'eau sous les fondations, on en connaît qui ont péri par glissement, on en connaît aussi qui ont péri parce que la règle du tiers central n'était pas observée, peut-être y en a-t-il qui ont été culbutés parce que le coefficient de stabilité contre le renversement était trop faible, mais nous ne croyons pas que la trop forte compression ait jamais été une cause de ruine de barrage, nous disons cela non pour qu'on néglige le taux de la compression, certainement pas, mais pour qu'on ne commette pas la grande erreur de s'en tenir comme criterium de la stabilité d'un barrage à la seule valeur de la compression maxima. (1)



La maçonnerie du barrage de la Gileppe a été profondément encastrée au pied et latéralement dans la roche compacte, c'est-à-dire dans la roche solide, inaffouillable et absolument impénétrable à l'eau (voir aussi le Furens, FIG. 93), c'est en effet là une condition *sine qua non* de la bonne tenue d'un barrage, il faut qu'il soit absolument impossible que l'eau pénètre par des fissures du rocher et vienne exercer une pression sous la base du mur ; et si semblable sol de fondation ne se rencontre pas il faut renoncer à l'exécution d'un mur, il faut employer des digues en terre (voir « *Rivières et Canaux* » par P. Guillemain, Inspecteur général des Ponts et Chaussées, Tome II, p. 297, 1885, Paris, Baudry) ; à la *Gileppe*, tout comme au *Furens*, le contact entre le mur et le rocher de fondation est établi en chicane, par gradins et redans, afin d'éviter toute surface unie le long de laquelle un glissement pourrait se produire, c'est un supplément de précaution qu'il ne faut jamais négliger.

Il faut que le roc des flancs de la vallée dans lequel aboutit et s'encastre le mur du barrage présente les mêmes qualités que le roc de fondation et que l'encastrement se fasse par gradins et redans tout comme pour les fondations.

---

(1) Pour le calcul des barrages, voir aussi le mémoire de M. Resal « *Grands barrages en maçonnerie* ». Annales des Ponts et Chaussées, 1919, mars-avril, p. 165.

Les murs de barrage sont constitués de moellons de volumes sensiblement égaux afin d'éviter des tassements irréguliers, ces moellons sont disposés par assises enchevêtrées afin d'opposer un supplément de résistance au glissement ; les parois amont et aval sont toutefois en blocs appareillés mais de volume analogue aux moellons intérieurs.

Avant de commencer la maçonnerie, le roc des fondations doit être soigneusement nettoyé et lavé à l'eau sous forte pression, les fissures doivent être bétonnées, les premières assises posées sur un lit de mortier fluide.

La mise en charge du barrage, c'est-à-dire la fermeture des vannes de retenue de l'eau, ne doit se faire que lorsque l'on a acquis la certitude que la maçonnerie a complètement fait prise ; et en tout cas la mise en charge ne doit se faire que très lentement.

⁂

110. Ligne de pression. — Ayant arrêté le profil du mur de barrage (soit le profil théorique de la Pl. X, soit le profil renforcé de la même planche) il importe de tracer sur toute la hauteur les lignes de pression à vide et à plein, ce tracé se fera graphiquement en suivant la méthode que ci-dessus, aux n°s 76 et 77, nous avons indiquée pour les murs de soutènement ; ces lignes de pression doivent sur toute la hauteur être contenues dans la zone du tiers central.

Il existe des barrages tels que ceux de *Le Ban* et *Ternay* en France où la ligne de pression sort du tiers central et qui cependant tiennent (voir *Ann. des Ponts et Chaussées*, 1875, et aussi *Guillemain « Rivières et Canaux »*, T. II, p. 338), ces exemples ne sont pas à imiter, d'ailleurs depuis la catastrophe de *Bouzy* survenue en 1895 l'administration française a ordonné que la charge d'eau fût diminuée sur ces barrages afin de les faire rentrer dans la règle du tiers central.

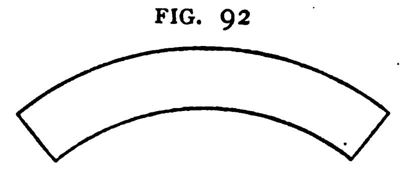
Nous venons de calculer le profil théorique de la Pl. X en prenant pour base le taux de la fatigue par compression et puis nous avons vérifié les coefficients de stabilité au renversement et au glissement, on pourrait faire l'inverse : prendre pour bases des calculs les valeurs de ces coefficients et déterminer le profil ainsi que nous l'avons fait au n° 100 et au n° 103, puis vérifier le taux de la fatigue à vide et à plein, et ce serait peut-être plus expéditif.

⁂

111. Mur courbe en plan. — La plupart des murs de barrages sont établis en courbe avec bombement vers l'amont, ils se présentent à la poussée de l'eau à la façon d'une voûte dont les flancs de la vallée formeraient les culées, voir FIG. 92 ; on ne tient pas compte dans les calculs du supplément de résistance provenant de cette forme en voûte, cependant il est très important.

Toutefois il sera toujours bon de vérifier par la théorie des voûtes quelle est la fatigue qui peut résulter dans la maçonnerie de cette forme en voûte recevant la poussée de l'eau, cela afin d'être certain que cette fatigue ne peut présenter des inconvénients.

FIG. 92



C'est en règle générale une faute d'établir des barrages en alignement droit, parce que la forme courbe donne gratuitement un supplément de stabilité et aussi parce que cette forme atténue l'effet des crevasses verticales que le jeu des températures peut provoquer dans les maçonneries d'une certaine longueur (voir n° 20) ; on sait que la maçonnerie se dilate et se contracte presque autant que le métal (son coefficient de dilatation est 0,000008), il en résulte que sous les effets de la température les parois amont et aval du barrage prennent des mouvements auxquels ne participent pas les parties intérieures du mur, d'où des disjonctions et des crevasses suivant la section verticale du mur, crevasses qui peuvent d'ailleurs se ramifier irrégulièrement dans sa masse ; si le mur est en voûte la poussée de l'eau resserre ces crevasses et le danger de pénétration de l'eau dans le mur est diminué si pas écarté, tandis que si le mur est droit ce resserrement n'a pas lieu, l'eau a libre entrée, d'où des pressions intérieures dans tous les sens, très défavorables à la stabilité ; certains accidents de barrages ont été attribués à ces pressions qui agissent à la façon de coins.

Au barrage de la *Salt River* (États-Unis) on a interrompu la besogne de maçonnerie pendant les 3 mois de forte chaleur, on a voulu qu'elles fussent exécutées par des températures relativement basses afin que les variations se produisant par la suite engendrassent plutôt de la compression que de la traction.

Certains barrages courbes dans des vallées très étroites, ont été calculés comme des voûtes et de ce chef n'ont qu'une très faible épaisseur, seulement nous nous demandons comment on obtient leur étanchéité dans le corps et au pied (1).



112. Étanchéité des barrages. — Le mortier doit être de toute première qualité, il faut qu'il soit le plus compact possible et les joints maçonnés bien pleins afin que, sous la pression, l'eau ne puisse le pénétrer et l'appauvrir en dissolvant et entraînant sa chaux ; cet appauvrissement se produit d'ailleurs toujours malgré toutes les précautions prises, on le constate par les concrétions calcaires qui se forment à la paroi aval du mur ; même à la Gileppe, dont les épaisseurs sont cependant si fortes, il y a des suintements d'eau à travers le mur et entraînement de chaux dissoute qui vient se déposer à la surface aval. — On prend aujourd'hui les plus grandes précautions pour assurer l'étanchéité de la paroi amont des murs

(1) Voir *Construction des Barrages-Réservoirs*, par A. DUMAS. — 1902, Paris, Beranger.

de barrage, non seulement on soigne tout particulièrement la maçonnerie et la qualité du mortier mais en outre on munit cette paroi d'une chape en ciment recouverte d'une couche d'asphalte, et celle-ci est protégée par un revêtement exécuté en briques bien cuites ; de plus à l'intérieur du massif et à environ un mètre de la paroi amont on dispose des lignes verticales de tuyaux de drainage de 50 millimètres de diamètre, lignes écartées de 2 mètres et aboutissant inférieurement à un collecteur général qui conduit à l'aval les eaux qui, malgré toutes les précautions prises, auraient pu pénétrer dans le mur et que les tuyaux verticaux de drainage ont captées au passage les empêchant ainsi d'aller exercer leur action dissolvante dans la masse de la construction (v. FIG. 93bis).

* * *

112bis. Mortier. — L'étanchéité d'un mur de barrage dépend directement de la qualité du mortier employé : il faut un mortier solide pour résister aux pressions ; il faut en outre un mortier étanche par lui-même et un mortier sans retrait, car le retrait crée des disjonctions et fissures par où l'eau s'insinue et passe ; le retrait doit d'autant plus être évité que dans les maçonneries à moellons irréguliers des murs de barrage les joints sont toujours très épais ; on aura une idée de leur épaisseur si on remarque que dans une maçonnerie de barrage il entre comme cube de 35 à 40 °/o de mortier.

Le barrage de la Gileppe a été maçonné avec un mortier de 1 trass + 5 chaux hydraulique de Tournai + 4 sable, le tout en volume ; c'est un mortier très gras et à fort retrait ; d'après le Prof. Van der Kloes de Delft il contient 4 fois trop de chaux (1).

Il est certain que le mur de la Gileppe, qui est le plus épais des murs de barrage, est aussi le moins étanche : à l'origine il perdait 24 mèt. cube d'eau par jour, et cela a été en augmentant au point que fréquemment il faut le rejointoyer pour l'étancher.

Le Prof. Intze dans ses barrages de la Prusse Rhénane a employé des mortiers de 3 trass + 4 chaux + 3 sable ; les murs construits avec ce mortier ne sont pas encore étanches.

Pour certains autres barrages on a employé un mortier 1 ciment + 4 chaux hydraulique + 10 sable.

L'idéal en matière de mortier est de l'avoir solide, adhérant bien aux matériaux, étanche par lui-même et sans retrait.



113. Barrage du Furens. — Nous donnons FIG. 93 la coupe du mur du *Furens* situé près de St-Étienne (France), il maintient une masse d'eau d'environ

(1) Voir *Index Technique.* — *Revue de l'Ingénieur :* Mortiers mal composés, par le Prof. Van der Kloes — Août 1912, p. 160.

50 mètres de hauteur, donc une retenue de l'importance de celle de *La Gileppe* ; *Le Furens* a été construit en 1862-66, *La Gileppe* en 1867-75, *Le Furens* tout comme *La Gileppe* repose au fond et latéralement sur le roc vif et sain, inaffouillable et imperméable.

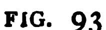
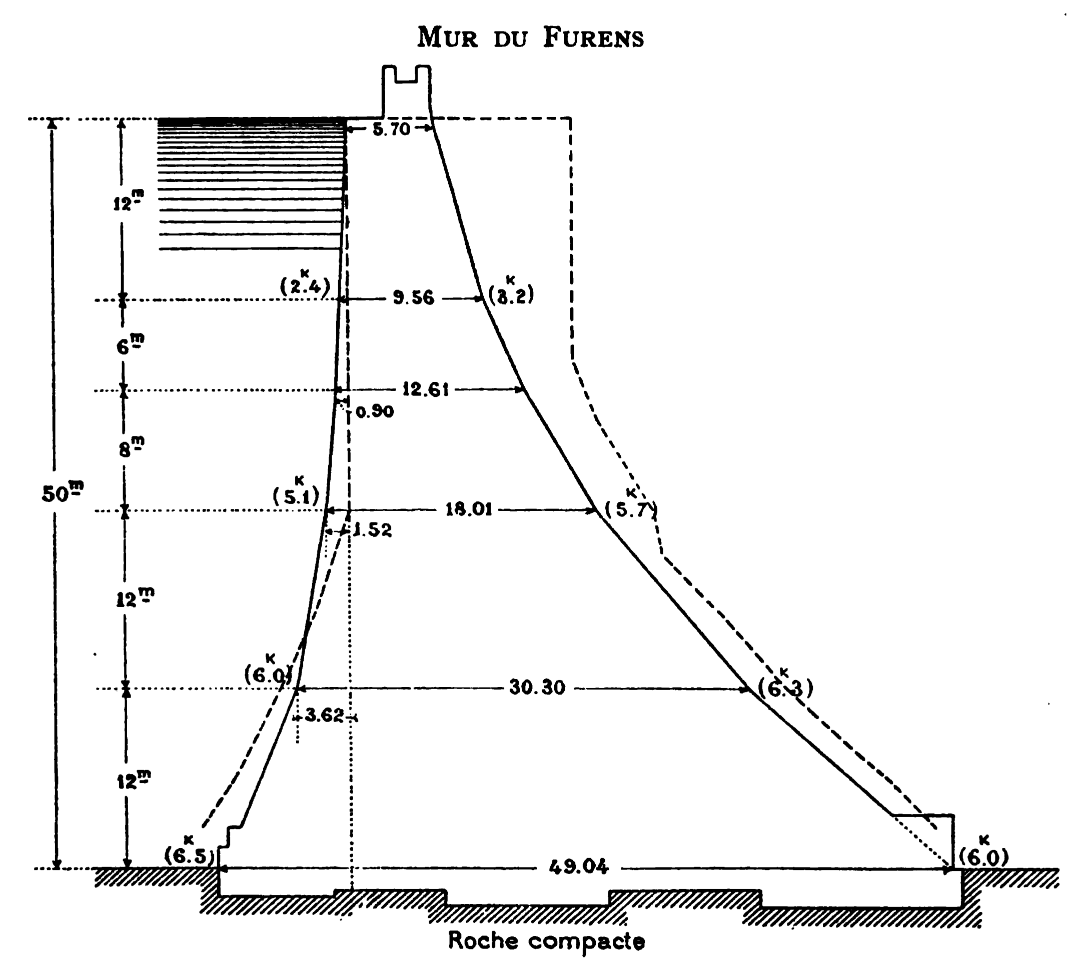


FIG. 93

MUR DU FURENS



Le Furens et *La Gileppe* sont tous les deux établis en courbe, mais le développement du premier est beaucoup moindre que celui du second, *Le Furens* a 10 mètres de longueur au fond et n'atteint pas 100 mètres au sommet, tandis que le mur de *La Gileppe* a 82 mètres au fond et 235 mètres de développement au sommet ; le rayon de l'arc du *Furens* est de 250 mètres, celui de *La Gileppe* est de mètres.

La compression maximum au *Furens* est de 6k5 à vide et 6k3 à plein ; les courbes de pression sont partout dans le tiers central (voir Ann. des Ponts et Chaussées, 1866, 2e semestre).

La section droite du Furens sur la hauteur 50 mètres est de 1046 mètres carrés, soit par mètre courant un poids de $1046 \times 2^{T}3 = 2406$ tonnes, d'où pour la valeur du coefficient de sécurité contre le gisement : $\frac{2406 \times 0{,}76}{500 \times 50^2} = 1{,}46$ seulement.

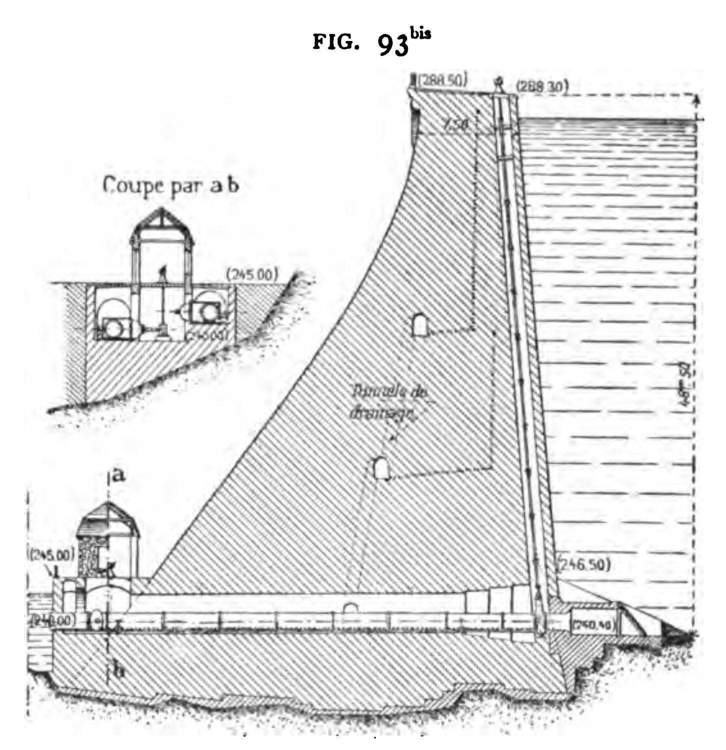
Le profil exécuté du Furens se rapproche du profil théorique que nous avons trouvé pour la Gileppe (voir Pl. X et trait interrompu de la FIG. 93) ; il n'y a de différence que dans le haut, et cela provient de ce que à la crête du premier on a pris une épaisseur de $5^{m}70$ tandis que pour le second, à cause de l'importance de la route qui le franchit, on a pris 15 mètres ; dans les parties inférieures les deux profils théoriques se confondent presque. — La quantité de maçonnerie du profil réalisé à la Gileppe diffère beaucoup de celle du Furens, le cube du premier par mètre courant est sensiblement le double de celui du second, mais aussi la stabilité du Furens contre le glissement n'est que de 1.46 tandis que pour le mur de la Gileppe le coefficient atteint 2.92, ainsi le double ; il est vrai que le supplément de stabilité dû à la courbure est bien plus élevé pour le Furens qui est court que pour la Gileppe dont le développement est beaucoup plus grand : le mur du Furens est bien mieux soutenu par les flancs de la vallée que le mur de la Gileppe.

Il est certain que les suppléments de maçonneries de la Gileppe n'ont pas trouvé d'imitateurs et que les barrages exécutés depuis lors ont des épaisseurs se rapprochant de celles des profils théoriques de la Gileppe et du Furens, ainsi que le prouve le tableau ci-après.

Nom du barrage	Date d'exécution	Pour une hauteur de retenue	Epaisseur à ce niveau	Epaisseur à ce niveau du profil théorique de la Gileppe	Compr. max. par cent. carré	
Cotatay	1900	$37^{m}.5$	30	33^{m}	9^{k}	A. P. C.
Ondenon	1904	33^{m}	28.5	27.5	$6^{k}.5$	9 décembre 1908
Echapre	1897	$35.^{m}00$	24.5	30^{m}	$10^{k}.5$	p. 35
Nest	1904	20^{m}	18.60	16^{m}	5^{k}	*G. civil*, 2 janv. 1904, p. 131.—
Chartrain		49	42		9.5	Dumas. — *Barrages-réservoirs*, p. 31.
Sioule		27.5	25	$21^{m}.50$		*Idem.*, p. 43.
Mauer	1912	48.5	41^{m}		10^{k}	voir n° 113 bis.
Urft	1907	58	55^{m}		10^{k}	
Komotau	1903	31.4	25^{m}	25^{m}	$6^{k}.1$	*G. civil*, 2 juillet 1904, p. 150.
Gileppe (profil théorique)	1875	47	48.85	48.85	$6^{k}.2$	
Furens	1866	50^{m}	49.04		$6^{k}.3$	

118bis. Barrage de Mauer sur le Bober (Silésie). — La FIG. 93bis donne la coupe du mur au point le plus bas du réservoir ; la hauteur du mur est de 48^m50 et son épaisseur au niveau du fond est de 41 mètres, il est construit en courbe suivant un rayon de 250 mètres et son développement en crête est de 280 mètres entre les parois rocheuses de la vallée; il a absorbé 254000 mètres cubes de pierres. Le dosage du mortier est de 1 ciment $+\frac{1}{2}$ trass $+\frac{1}{3}$ chaux + 5 sable.

FIG. 93bis



Le barrage fut inauguré en 1912 ; la contenance du réservoir qu'il limite est de 50 millions de mètres cubes (240 hectares au plan d'eau), et il recueille les eaux d'un bassin de 1200 kilom. carrés. Outre un déversoir de crête de 85 m. de longueur et 1^m50 sous le niveau du mur capable d'évacuer 500 mètres cubes par seconde, le barrage est muni de deux tunnels de décharge (dont l'un est visible sur la figure) avec conduites d'évacuation de 1^m50 de diamètre. L'autre tunnel est la galerie qui a servi à dévier le Bober pendant les travaux de construction : c'est un tunnel de 400 mètres de longueur, sur 9 mètres de largeur et 7 mètres de hauteur ; après les travaux cette galerie fut fermée par un serrement en béton de 16 mètres de longueur, à travers lequel est ménagé le passage de trois conduites de vidange, de 1^m50 de diamètre, capables de débiter 250 mètres cubes par seconde, quand on ouvre leurs vannes.

Une usine électrique, accolée à la face aval du barrage et recevant l'eau par quatre tunnels, avec conduites de 1^m60 qui comme les conduites précitées, traversent le mur à sa partie inférieure, renferme quatre groupes électrogènes triphasés (10000 volts), à turbines horizontales développant chacune 1800 chevaux sous une charge moyenne de 28^m50 d'eau (on ne peut, en effet, remplir normalement le réservoir qu'à moitié environ, l'autre moitié devant rester disponible pour emmagasiner les eaux des crues exceptionnelles du Bober) ; la consommation d'eau est de 6 m. c. par seconde pour chaque turbine.

La puissance moyenne de l'usine pendant vingt-quatre heures est évaluée à 3000 chevaux, ce qui correspond à une production annuelle de 16 millions de kilowatts-heure.

Cette usine travaille en parallèle avec celle du barrage de Marklissa, et dessert un ensemble important de villes et de villages de la région. Le réseau est d'ailleurs relié à d'autres usines à vapeur, de sorte que la fourniture du courant est assurée même en cas d'indisponibilité des usines de Marklissa et de Mauer.

D'après les renseignements donnés par le *Zentralbl. des Bauverw.*, du 16 novembre 1912, le barrage sur le Bober, dont les travaux ont duré exactement dix ans, a coûté 8 300 000 marks, y compris l'achat des terrains du réservoir (2 400 000 marks) ; l'usine électrique a coûté 8 200 000 marks.

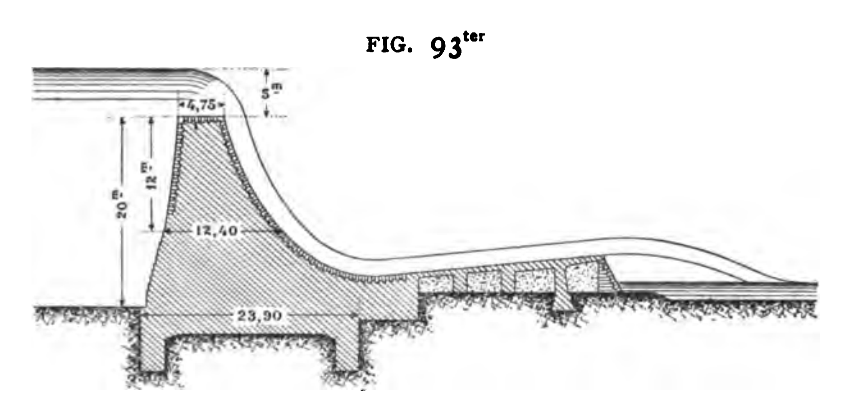
Le barrage de l'*Urft* près de Gmünden (Eifel) a 58 mèt. de hauteur et une épaisseur de 55 mèt. à la base.

Les calculs des barrages allemands sont faits en supposant l'eau affleurant avec la crête du mur et prenant pour les maçonneries un taux de 8 à 12 kgs par cent. carré; le poids admis pour les maçonneries est de 2300 kgs le mèt. cube.



114. Barrage à déversement. — Aujourd'hui on construit quelquefois des barrages à déversement, tel est celui de l'usine électrique d'Avignonnet (Isère), exécuté en 1899-1903 dans la gorge du Drac, voir FIG. 93ter (1).

FIG. 93ter



Le mur est construit en courbe de 200 mètres de rayon dans une gorge très encaissée, son développement est de 45 mètres au pied et 60 mètres en couronne, c'est un vrai bouchon maçonné entre deux parois rocheuses; on n'a pas pu descendre les fondations jusqu'au roc vif, on s'est arrêté sur un terrain de gravier roulé colmaté par du sable, terrain très homogène, très incompressible et très imperméable à l'eau, toutefois c'est là un terrain qui est loin d'offrir des garanties absolues, mais on peut être moins exigeant dans un pays relativement désert que là où les parties d'aval du barrage sont très habitées.

(1) *Génie Civil*, n° du 14 novembre 1903.

Du fond de la rivière à la crête du mur, il y a une hauteur de 20 mètres, et on a compté que l'épaisseur de la nappe de déversement pouvait atteindre 5 mètres au-dessus de la crête.

Le mur, fondation et élévation, est complètement en béton ; le dosage du béton de fondation est :

300^{k} ciment de la *Porte de France*
0^{mc}.400 de sable lavé
0^{mc}.800 de gravier.

pour l'élévation le ciment est réduit à 200 kgr.

Le béton est protégé contre l'usure due au déversement de l'eau par un revêtement de 0^{m}50 à 0^{m}60 d'épaisseur en moellons têtués, à fortes saillies, de calcaire dur de la région.

Il importait de protéger l'aval du mur contre l'affouillement de la nappe de déversement qui par son remous a une tendance à affouiller vers l'arrière (1), c'est pourquoi on construisit un radier qui va rejeter la nappe à une quarantaine de mètres de la fondation du mur, ce radier est constitué par une dalle en béton armé porté par des murettes en béton.

Le calcul du mur se fait d'après les principes exposés pour le mur sans déversement, toutefois afin de tenir compte de la pression due à la force vive de l'eau en mouvement à la crête du mur, il convient d'introduire dans les formules une pression statique supérieure à la hauteur réelle de l'eau, on augmentera la hauteur réelle de une fois l'épaisseur de la nappe déversante, ainsi dans le cas actuel la hauteur maximum réelle de l'eau est de 25 mètres, on calculera en tablant sur 30 mètres.

⁂

114bis. Sous-pression. — Ci-dessus au n° 102, nous avons montré les effets de la sous-pression et nous en avons reparlé au n° 109 ; la nécessité de tenir compte de la sous-pression dans les calculs de stabilité des barrages a été beaucoup discutée parmi les ingénieurs allemands. Depuis 1906, *la majorité tend à la prendre en considération*, vu que des expériences faites avec soin sur divers barrages bien exécutés des bassins de la Ruhr et de la Wupper, ont mis cette action hors de doute ; les recherches sur le barrage de la vallée de l'Oester poursuivies par Intze et Schaefer, celles de Borchardt sur le barrage de la Neye comportaient l'emploi de tubes Mannesmann de 50 à 60 millimètres de diamètre disposés parallèlement à la galerie de service et se terminant dans celle-ci par un bout fileté sur lequel on pouvait visser un manomètre.

---

(1) C'est à un affouillement analogue qu'est due la ruine du barrage à déversement d'*Austin* (Texas), le 7 avril 1900 (voir *Engeneering News* du 10 mai 1900), il avait 20 mètres de hauteur et a été emporté lorsque la nappe de déversement atteignait 3^{m}50 d'épaisseur sur la crête.

La sous-pression observée se manifeste dans les parties où il y a quelque solution de continuité dans le rocher et dans sa liaison à la maçonnerie de fondation, il y a donc vraisemblablement pour chaque mur de réservoir une portion plus ou moins considérable de la surface de fondation qui est pénétrée d'eau sous pression, le maximum de pression étant la hauteur piézométrique correspondant à la retenue.

Il ne peut cependant jamais être question de sous-pression sur toute l'étendue des fondations, car ce serait l'indice d'une grave négligence d'exécution et cela n'est pas admissible.

Pour être autant que possible à l'abri de la sous-pression il convient que le mur descende d'autant plus profondément dans le massif rocheux que la hauteur de la retenue est plus grande.

Quoi qu'il en soit, c'est à cause des éventualités de sous-pression qu'il faut pour le coefficient de sécurité contre le glissement un chiffre élevé, car si la sous-pression intervient la résistance au glissement diminue, d'abord parce que la charge verticale effective diminue, ensuite parce que le coefficient de frottement subit aussi une diminution, car l'eau qui pénètre est une sorte de lubrifiant.

§ 5. Étude approfondie de la stabilité d'un mur de barrage.

115. — La marche ci-avant en vue de la détermination des dimensions d'un mur de barrage, s'est limitée à la seule recherche de la fatigue par compression sur les diverses sections horizontales, de plus elle a complètement fait abstraction de la fatigue par cisaillement et a tablé sur le seul frottement.

Il est certain qu'au point de vue de la stabilité proprement dite, compter sur le frottement et ne pas se préoccuper du cisaillement est la marche rationnelle, car le frottement de l'ensemble du massif agit et résiste avant que le cisaillement qui exige un mouvement de déformation ne puisse entrer en jeu ; toutefois il importe d'élucider la question de fatigue par cisaillement, car il se pourrait que localement et malgré le frottement cette fatigue atteigne des taux excessifs d'où des crevasses locales possibles dans le massif, des dislocations, peut-être des pénétrations d'eau et des sous-pressions.

D'autre part il importe aussi de rechercher quel peut être le taux de compression sur des sections d'une orientation autre que celle horizontale.

Nous admettons que les maxima de compression et cisaillement se produisent dans le voisinage des parois du mur, cela paraît plausible, notre étude se limitera donc aux parois, notre science ne permet d'ailleurs pas d'aborder l'intérieur du massif.

⁂

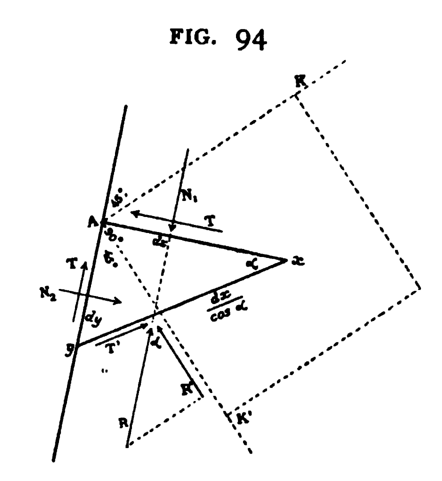
Paroi aval. — Nous isolons sur la paroi aval un prisme droit Axy infini-

ment petit, ayant l'unité de longueur, prisme semblable à celui FIG. 37 et 38, n° 60 du Tome I ; en vertu des données du problème nous avons sur la face Ay:

$$N_2 = 0 \qquad \text{et} \qquad T = 0$$

donc sur la face Ax l'effort tangentiel T est aussi nul, donc les faces Ax et Ay sont deux orientations principales au point A ; la troisième orientation principale est celle Axy, cette face ne supporte aucune fatigue.

FIG. 94



Les fatigues normales sur Ay et Axy sont nulles, donc celle N_1 sur Ax est maximum, nous devons l'évaluer.

Désignons par R la fatigue résultante par unité sur la face xy ; le prisme Axy étant en équilibre et aucune fatigue n'agissant sur les 2 faces Axy distantes de l'unité nous avons, en exprimant l'équation des composantes suivant l'axe des Y et négligeant le poids du prisme qui est un infiniment petit du 2e ordre :

$$N_1\, dx - R\frac{dx}{\cos\alpha} = 0 \qquad \text{d'où} \qquad N_1 = \frac{R}{\cos\alpha}$$

or $$R = \frac{R'}{\cos\alpha} \qquad \text{donc} \qquad N_1 = \frac{R'}{\cos^2\alpha}$$

Si l'orientation yx est prise suivant l'horizontale, la composante R' est la fatigue t calculée par la théorie ordinaire exposée ci-avant, et nous avons donc :

(1) $$N_1 = \frac{t}{\cos^2\alpha}$$

L'angle α dans cette expression est l'angle du fruit de la paroi aval du mur, en d'autres termes, l'angle de cette paroi avec la verticale

Si $\alpha = 0$ $N_1 = t$
Si $\alpha = 30°$ $N_1 = 1.4\ t$
Si $\alpha = 45°$ $N_1 = 2\ t$

On voit qu'il convient que la paroi aval du barrage ne soit pas trop inclinée sur la verticale.

Si cette formule (1) est applicable à un matériau hétérogène comme une maçonnerie de barrage il en résulterait que pour le profil théorique de la *Gileppe* et le profil réel du *Furens* (dont l'inclinaison vers le pied aval est sensiblement de

45°), les compressions maxima de 6^k données ci-dessus par la théorie ordinaire devraient être doublées et atteindraient 12 kgs.

En somme, voilà en fonction de la fatigue t donnée par le calcul habituel dont la théorie est exposée ci-avant, l'expression du maximum absolu de la fatigue par compression en un point quelconque A de la paroi aval d'un mur de soutènement ou de barrage, et ce maximum se produit sur une section normale en A à la paroi du mur.



Étudions maintenant les fatigues tangentielles ou fatigues de cisaillement: en vertu de la formule (8) du n° 60 du Tome I nous avons que l'angle α des orientations qui autour de A (FIG. 94) correspondent au cisaillement maximum, a pour expression :

$$tg2\alpha = \frac{N_2 - N_1}{2T} = \pm \infty \qquad \text{d'où} \qquad \alpha = \pm 45^\circ$$

donc les deux orientations des T maxima sont celles AK et AK′ inclinées à 45° sur les sections principales Ay et Ax (FIG. 94) ; et la valeur de ces fatigues tangentielles maxima est donnée par l'expression (9) du n° 60 du Tome I :

$$(2) \qquad T' = \pm \frac{1}{2}\sqrt{4T^2 + (N_2 - N_1)^2} = \pm \frac{N_1}{2} = \pm \frac{t}{2\cos^2\alpha}$$

donc une fatigue de cisaillement moitié de la compression maximum et cette fatigue est dirigée suivant AK et AK′ ; ces fatigues passent à travers la masse des blocs de maçonnerie, donc elles s'équilibrent aisément ; il convient d'ailleurs que ces blocs vers la face aval soient plus ou moins disposés à joints normaux sur cette face.

Le cisaillement sur le plan xy supposé horizontal (FIG. 94) est donné par la formule (2) du n° 60, Tome I, en y faisant T = o et $N_2 = o$ ce qui donne :

$$(3) \qquad T' = \frac{N_1}{2} \sin 2\alpha = t \cdot tg\alpha$$

Ces formules (1), (2) et (3) montrent que le fruit d'aval α ne peut dépasser certaines limites, car toutes ces fatigues augmentent avec α.



Paroi amont. — Supposons maintenant que le prisme FIG. 94 soit pris sur la paroi amont du barrage : on a toujours T = o et par conséquent la compression N_1 et la pression hydrostatique N_2 sont les fatigues principales, donc les fatigues maxima autour du point A.

La formule (1) du n° 60 du Tome I nous donne :

$$(4) \qquad R' = t' = N_1 \cos^2\alpha + N_2 \sin^2\alpha$$

Si la section xy est prise horizontale, nous avons que t' est la fatigue déduite des calculs basés sur la loi du trapèze.

Les plans des cisaillements maxima sont orientés à 45° sur les sections principales Ay et Ax (FIG. 94), et leur valeur déduite de l'expression (9) du n° 60 du Tome I est

$$(5) \qquad T' = \pm \frac{N_2 - N_1}{2}$$

Le cisaillement sur la section xy supposée horizontale (FIG. 94) est donné par la formule (2) du n° 60, Tome I en y faisant T = 0, d'où

$$(6) \qquad T' = \frac{N_2 - N_1}{2} \sin 2\alpha$$

On remarquera que pour l'amont α est toujours très peu différent de 0° et peut même être pris tel, ce qui simplifie les formules (4) et (6), et notamment pour le cisaillement sur la section horizontale donne $T' = 0$.

On voit que de l'amont à l'aval le cisaillement sur une section horizontale varie de zéro à $(t \cdot tg\alpha_1)$ et on admet que de l'un à l'autre la variation se fait suivant une ligne droite donc suit une loi trapèze.

Si le profil du mur est à parois verticales, $\alpha = 0$, et le cisaillement est nul sur les 2 faces, dans ce cas, sa loi de variation est parabolique, voir T. I, n° 97, FIG. 77 bis.

***

Nous pouvons par une autre marche déterminer le cisaillement sur une section horizontale et en même temps déterminer la fatigue sur les sections verticales à l'amont et à l'aval.

FIG. 94 bis

Si (FIG. 94 bis) sur la paroi aval nous isolons un prisme triangulaire droit infiniment petit, nous avons la sollicitation indiquée par la figure ; ce poids du prisme est négligeable étant un infiniment petit supérieur ; l'équation d'équilibre suivant la verticale est :

$$t h tg\alpha = \theta h \qquad \text{d'où} \qquad \theta = t \cdot tg\alpha$$

ce qui est le même résultat que celui (3) ci-avant.

Nous avons en établissant l'équation des composantes horizontales :

$$\theta h tg\alpha = p h \qquad \text{d'où (7)} \qquad p = \theta tg\alpha = t \cdot tg^2\alpha$$

Voilà la compression sur le plan vertical.

Si nous considérons la paroi amont qui, elle, supporte une pression hydrostatique N_2 par unité, nous avons en établissant l'équation des composantes verticales et remplaçant t' par sa valeur (4) :

$$\theta' = \frac{N_1 - N_2}{2} \sin 2\alpha'$$

ce qui au signe près est l'expression (6).

L'équation des composantes horizontales nous donne :

$$(8) \qquad p' = \theta' tg\alpha' + N_2 = N_1 \sin^2\alpha' + N_2 \cos^2\alpha'$$

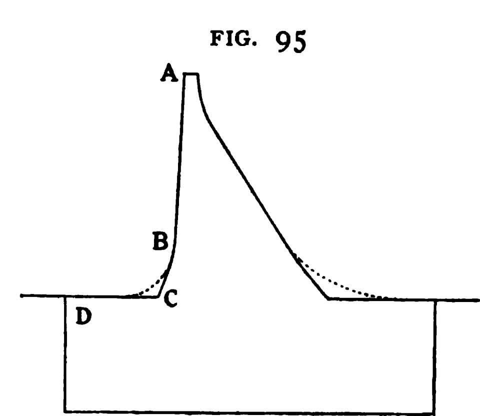
voilà la pression sur le plan vertical à la paroi d'aval.

Voilà ce que nous donne la théorie, mais il importe de vérifier ces formules par l'expérience et en outre de rechercher expérimentalement ce qui se passe à l'intérieur du massif.



116. Expériences. — Pour élucider la question des fatigues dans les murs de barrages, MMrs Wilson et Gore firent des expériences sur deux modèles en caoutchouc du type FIG. 95 (1) : l'un avait le profil trait plein, l'autre celui traits interrompus ; les deux profils étaient solidaires de leur massif de fondation également en caoutchouc.

FIG. 95



Ces modèles étaient chargés de poids verticaux représentant le poids propre de la maçonnerie du mur ; ils étaient sollicités par des efforts agissant normalement sur la face amont ABD, efforts gradués de façon à représenter la poussée de l'eau : la règle du tiers central était pour ces efforts observée en toutes les sections.

Une série de lignes et cercles répérés étaient au préalable tracés sur le profil des modèles et ces lignes furent photographiées avant, pendant et après l'action des charges et efforts ; une expérience préalable avait d'ailleurs prouvé la parfaite élasticité du caoutchouc, voir sur ces expériences le n° 67 du Chap. VIII du Tome I.

Des micromètres optiques ont permis d'évaluer les déformations linéaires à $^1/_{80}$ de millimètre, et les déformations angulaires à $^1/_{500}$ près.

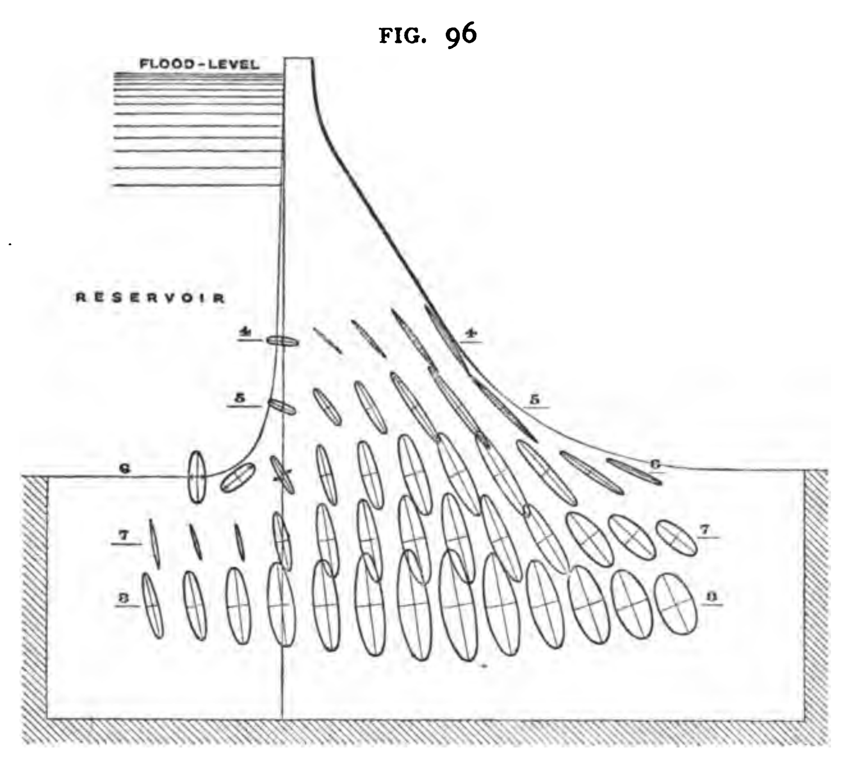
(1) *Experimental Investigations of the stresses in Masonry Dams*. Edited by *Tudsbery*, secretary of the Institution of Civil Engineers. — Proceedings, session 1907-1908.

D'après les relevés faits on a tracé sur la FIG. 96 les ellipses de fatigue agissant sur le profil à angles de base arrondis ; chacune de ces ellipses représente par ses rayons et à l'échelle la valeur et la direction de la résultante des efforts agissant sur un plan d'orientation quelconque passant par l'intersection des 2 axes principaux.

Les axes principaux munis de flèches indiquent des tensions ; partout ailleurs ce sont des compressions.

De ces ellipses on peut déduire en chaque point et pour une orientation quelconque les efforts normaux et tangentiels agissant sur cette orientation, voir Tome I, n° 67.

FIG. 96



Le maximum d'effort tranchant se produit toujours sur les plans bissecteurs des plans principaux, leur valeur est représentée par la demi-différence des 2 rayons principaux, voir la formule (9) du n° 60, Tome I, formule dans laquelle faisant T = o on a :

$$T' = \pm \frac{N_2 - N_1}{2}$$

Pour la face aval ce maximum est exprimé par la formule (2) du n° 115 ci-avant et les chiffres donnés par cette formule et ceux relevés expérimentalement sont quasi égaux.

Du relevé des ellipses de tension et des autres relevés faits par les expérimentateurs on peut déduire les indications suivantes.

1° Il y a des efforts de tension vers le pied amont du mur là où il se raccorde à la fondation. Partout ailleurs ce sont des compressions.

Pour le mur formant à l'amont un angle vif avec sa fondation (FIG. 94), ces efforts de tension sont plus élevés.

2° Le maximum d'effort de compression se produit sur la face aval et sur une section normale à cette face, ce qui est conforme aux indications théoriques du n° 115 ci-avant ; et le maximum de cisaillement se produit suivant un plan à 45° sur cette section normale.

3° Du côté amont la compression maximum est plutôt normale à la face, et cela est conforme aux formules (4) et (8) du n° 115, car si la paroi d'amont est proche de la verticale, $\alpha' = 0$, et on a : $t' = N_1$ et $p_1 = N_2$, or t' est souvent plus petit que N_2.

4° Les pressions normales sur les plans horizontaux suivent assez bien la loi du trapèze ; jamais on n'a relevé une pression normale dépassant celle déduite de la loi du trapèze.

5° Le maximum de compression horizontale sur plan vertical se rencontre vers le pied de la face aval du mur, ce qui est en somme conforme à la formule (7) ci-avant, que voici :

$$p = t \; tg^2\alpha$$

formule qui de plus indique que p augmente au fur et à mesure que α augmente.

Comparant à (8) on voit d'ailleurs que p est toujours plus grand que p' ce qui est aussi confirmé par l'expérience.

6° Des expériences il résulte aussi que le cisaillement suivant l'horizontale est sensiblement nul sur la paroi amont et maximum sur celle aval, c'est la confirmation de ce qui a été trouvé analytiquement au n° 115.

On a aussi constaté expérimentalement que du minimum de cisaillement au maximum sa variation suit assez bien une loi linéaire.

7° Tous les résultats ci-dessus ont été obtenus en expérimentant du caoutchouc, c'est-à-dire une matière isotropique ou presque, tandis que la maçonnerie d'un mur de barrage est une matière très hétérogène ne jouissant même pas de la continuité dont il est question au N. B. du n° 62bis du Tome I, néanmoins si nous tenons compte des expériences du n° 119 ci-après d'où il résulte que les voûtes en maçonnerie se comportent comme des arcs métalliques, on voit que sans faillir à la rigueur technique on peut appliquer aux murs les résultats obtenus sur les modèles en caoutchouc, résultats qui d'ailleurs ont été confirmés par d'autres expériences exécutées par MM^rs Ottleg et Brightmore sur des modèles en *plasticine* cuite (espèce d'argile), et rapportées dans le mémoire anglais mentionné ci-avant.

Quiconque aurait un mur de barrage à construire doit d'ailleurs prendre connaissance de ce mémoire, car nous n'avons pu que très brièvement le résumer.

⁂

Conclusion. — En somme de l'ensemble de l'étude ci-dessus il résulte que le profil d'un mur de barrage peut être calculé en suivant la marche indiquée au § 4

ci-avant, c'est-à-dire : prendre des sections horizontales et appliquer la loi du trapèze ; puis faire les vérifications complémentaires indiquées au § 5 et pour cela tabler sur les charges de sécurité indiquées ci-après.

Quant au profil en lui-même ce sera un profil d'égale résistance toutefois en ne dépassant pas pour l'angle α de l'aval une trop grande valeur, et en prenant pour l'angle α' à l'amont une petite valeur, nous verrons ci-après pourquoi, lors de l'étude des tensions.

⁂

117. Charges de sécurité. Compression. — Quand on parle de la fatigue de sécurité d'un mur de barrage, il s'agit toujours de la compression maximum sur une section horizontale, compression déterminée par l'application de la loi du trapèze.

Si on applique cette méthode au barrage d'Alicante exécuté vers la fin du XVI[e] siècle pour une retenue de 40 mèt. et qui fonctionne toujours on trouve que sur cette vieille maçonnerie, dont le mortier n'a pas la valeur de nos mortiers modernes, la fatigue est de 12 $^1/_2$ kgs par cent. carré.

Le barrage d'Almanza qui date de la même époque et retient 20 mèt. d'eau fatigue à 14 kg., il est vrai qu'il est dans une gorge très étroite et que sa forme en voûte doit sensiblement diminuer cette fatigue.

Il est toujours intéressant de connaître ces chiffres qui sont de tout repos, puisqu'ils se rapportent à des ouvrages qui depuis longtemps font leurs preuves.

En matière de taux de résistance, on sait d'ailleurs que celui-ci dépend de la qualité des moellons, du mortier et de l'exécution.

⁂

Cisaillement. — Dans la théorie dont question au § 4 nous n'avions pas à considérer les fatigues par cisaillement, puisque nous tablions uniquement sur le frottement, mais, ainsi que nous avons vu au § 5, le cisaillement agit quand même et sa valeur maximum se produit à la paroi aval là où on ne peut guère compter sur le frottement, il importe donc que nous soyons fixés sur la résistance qu'avec sécurité une bonne maçonnerie à joints chicanés comme celle d'un mur de barrage peut offrir aux effets de cisaillement, or il paraît bien établi qu'une telle maçonnerie peut avec sécurité équilibrer 5 kgs par cent. carré, soit le dixième de sa charge de rupture par cisaillement lorsque le mortier a bien fait prise et adhère bien aux moellons.



Tension. — L'existence d'une fatigue de tension au pied de la paroi amont constatée sur les modèles essayés et ce malgré que la condition du tiers central

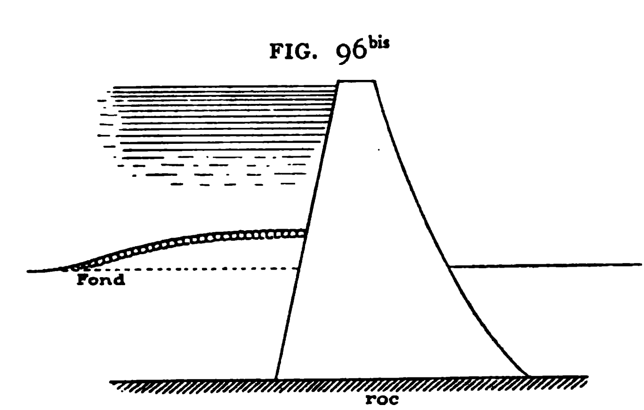
fût observée, est un fait assez imprévu et qui cependant paraît bien certain puisqu'il a été constaté sur les modèles en caoutchouc et en plasticine.

Cette tension avant-coureur de crevasse est assez troublante ; elle nous paraît être l'effet de la réaction du massif de fondation qui dans les modèles essayés a, à notre avis, une trop forte saillie vers l'amont ; il faut aussi dire que jamais dans les nombreux barrages connus, ceux qui tiennent, tout comme les quelques qui ont péri, on n'a eu la sensation, et à fortiori pas la confirmation de l'existence de cette tension.

Quoi qu'il en soit il est sage de prendre des précautions contre cette éventualité, même incertaine ; voici ce que nous estimons convenable.

1° Calculer la paroi amont pour le réservoir vide en tablant sur un taux de compression plus élevé que pour la paroi aval dans le cas du réservoir plein ; chose permise vu que le cas du réservoir vide est un cas tout à fait passager ; le facteur « temps » y est réduit au minimum (v. n° 9 ci-avant) donc la charge de sécurité peut être plus élevée.

FIG. 96bis



Ainsi pour le barrage calculé ci-avant où le taux de compression était de 6^k, on pourrait pour l'amont à vide prendre 10^k, et alors on trouverait en appliquant la formule du n° 107 ci-avant que pour $y = 21$ mèt. la saillie au fond est de 5 mèt. au lieu de 9^m90 et par conséquent la compression, le réservoir étant plein, y sera sensiblement plus élevée et l'éventualité de la tension dont question ci-dessus beaucoup moindre.

Ce que nous disons revient à abandonner pour la paroi amont et pour le réservoir vide la règle du tiers central, donc à admettre dans ce cas spécial du réservoir vide une possibilité de traction sur la paroi aval, traction dont les effets ne se produiront pas, le temps faisant défaut.

2° Il convient que la paroi d'amont se continue d'une venue et sans fondation saillante jusque sur le roc ; il sera même bon de remblayer quelque peu son pied (ce qui ne diminue guère le cube utile du réservoir) afin de mettre plus ou moins les parties basses à l'abri de la poussée de l'eau (toutefois ne pas compter là-dessus dans les calculs) et paver ce remblai pour en assurer le maintien.

***

117bis. Observation. — Un point important quand on étudie des barrages exécutés est de se renseigner si l'aval est habité ou non ; l'ingénieur qui construit

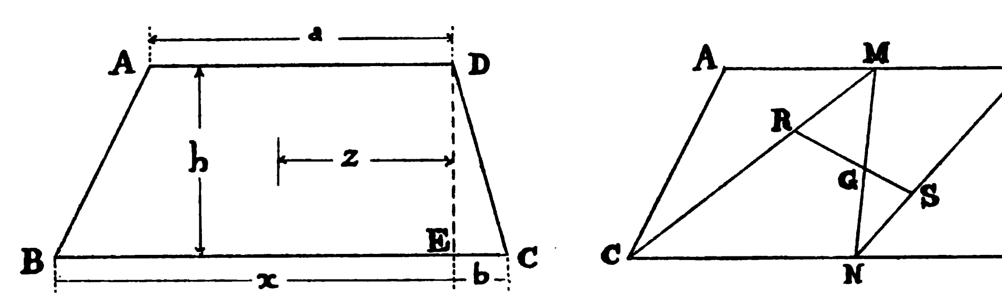
dans une contrée inhabitée fera plus économiquement et par le fait sera plus hardi, cela parce que un accident éventuel ne sera pas une catastrophe détruisant des lieux habités et entraînant mort d'hommes ; bref on ne peut dans des vallées habitées imiter des hardiesses permises dans des vallées désertes.

§ 6. Centre de gravité de trapèzes.

Nous avons vu ci-avant que pour le calcul des murs de barrages l'on doit assez fréquemment déterminer les centres de gravité des sections de forme trapèze, voici quelques indications à ce sujet :

1° Soit un trapèze ABCD, la distance z de son centre de gravité à la verticale DE a pour expression :

$$z = \frac{x^2 + ax + a^2 - b^2}{3(x + a + b)}$$



2° Soit un trapèze ABCD : on prend M milieu de AB et N milieu de CD, on tire MN, CM, BN, on prend $MR = \frac{MC}{3}$ et $NS = \frac{NB}{3}$, on joint RS et son intersection en G avec MN est le centre de gravité du trapèze.

Ci-avant au n° 97 et FIG. 86 nous avons indiqué un autre mode de détermination graphique du centre de gravité d'un trapèze.

§ 7. Bibliographie.

Outre les ouvrages mentionnés dans le corps de ce chapitre nous signalerons encore parmi les principaux mémoires sur les murs de barrages :

Annales des Ponts et Chaussées, 1895, 2d semestre, une étude de M. l'ingénieur Le Rond sur les fissures dans les murs de barrage et les sous-pressions qui en sont la conséquence.

Annales des Ponts et Chaussées, 1897, 1r trimestre, p. 90 : *Profils des barrages en maçonneries dans leurs rapports avec les sous-pressions*, par M. l'ingénieur en chef Pelletreau. — p. 291 Note de M. l'inspecteur-général Durand-Claye sur les fissures dans les barrages en maçonnerie.

Mémoires de la Société des Ingénieurs Civils de France, bulletin de Novembre 1897, p. 666 une note de M. Lencauchez sur l'action de la température dans les grands barrages en maçonnerie.

Rupture du Barrage de Bouzey, par L. Langlois, ingénieur. Paris, P. Vicq-Dunod, 1898.

Rivières et Canaux, par M. l'Inspecteur-général Guillemain, tome II, p. 330.

Annales des Ponts et Chaussées, 1898, 1r trimestre : p. 403, *le barrage du Croton* dont le mur a 79 mètres au-dessus de son plan de fondation. — p. 457 et p. 467, *Barrage du Periyar*, par J. Gaudard.

Annales des Ponts et Chaussées, Novembre et Décembre, 1908. — Constructions de trois barrages, par M. Reuss, Ingénieur en chef.

Annales des Ponts et Chaussées, Mars-Avril 1919. — Formes et dimensions des grands barrages en maçonnerie, par M. Resal, Prof. à l'École des Ponts et Chaussées de Paris.

CHAPITRE VII.

VOUTES. CULÉES. PILES

§ 1. Voûtes non articulées.

118. Formules empiriques. — Une voûte est un massif de maçonnerie à joints radiaux maintenu à ses extrémités par des piles ou culées inébranlables. (1) — Nous ne nous occuperons ici que des voûtes droites (berceau) en plein cintre, anse de panier, arc de cercle ou ogives, voûtes pour ponts sous route ou sous chemin de fer.

Le calcul d'une voûte est toujours un calcul de vérification (2), on se donne à priori les dimensions de la voûte et ensuite on vérifie si les conditions de stabilité sont satisfaites ; les dimensions à priori se déterminent soit en les prenant sur des constructions existantes, soit en les déduisant de formules empiriques dont voici quelques-unes : appelant L l'ouverture de l'intrados au niveau des naissances et e l'épaisseur à la clef, exprimés l'un et l'autre en mètres, *Perronet* a proposé la formule :

$$e = 0,^{m}325 + 0,035 L.$$

cette formule donne pour les grandes voûtes des épaisseurs trop considérables ; *Gauthey* a proposé de la remplacer à partir de 16 mètres d'ouverture par :

$$e = \frac{1}{24} L = 0,042 L$$

et à partir de 32 mètres par :

$$e = 0^{m},67 + 0.021 L$$

M. Dupuit (3) propose pour les voûtes en plein cintre et en anse de panier, la formule :

$$e = 0,20 \sqrt{L}$$

(1) L'invention de la voûte avec voussoirs appareillés est due non pas aux Etrusques, comme on l'a longtemps cru, mais aux Egyptiens ; les plus anciennes connues datent de la VI[e] dynastie soit environ 3000 ans avant J.-C.

(2) A moins qu'elle ne soit à trois articulations.

(3) *Traité de l'équilibre des voûtes*, par M. Dupuit, Inspecteur-général des Ponts et Chaussées. Paris, Dunod, 1870.

et pour les voûtes en arc de cercle :

$$e = 0{,}15\sqrt{L}$$

ces deux formules sont recommandables. — (Voir aussi ci-après le n° 142).

Il est à remarquer que ces diverses formules ne tiennent pas compte de la nature des matériaux de la voûte, ni de l'importance du poids des remplissages, ni de la destination de la voûte : voie ferrée ou route.

Pour des voûtes portant des remblais élevés de hauteut *h* on a proposé la formule :

$$e = 0{,}^{m}12 + 0{,}1\sqrt{h} + 0{,}03L$$

formule à employer lorsqu'elle donne une épaisseur dépassant celle obtenue par les formules précédentes.

Ayant déterminé de l'une ou de l'autre manière l'épaisseur à la clef on trace l'extrados de façon que pour les joints à 60° de distance de la clef l'épaisseur soit environ doublée.

Pour la question des épaisseurs à donner aux voûtes il convient de consulter le magistral ouvrage de *M. Séjourné* : LES GRANDES VOÛTES, en six volumes, paru de 1913 à 1916 ; voir notamment le T. III, p. 343.

En somme voilà les dimensions de la voûte qui sont arrêtées provisoirement, il nous reste à procéder au calcul de vérification de sa stabilité.



119. Loi du trapèze. — On ne connaît guère les lois de la déformation de la matière hétérogène qui constitue une maçonnerie, toutefois il semble que dans les limites où on la fait travailler habituellement les déformations sont proportionnelles aux fatigues subies et que par conséquent on peut appliquer aux maçonneries les formules ordinaires des matériaux homogènes, ce qui revient à dire que *si une voûte a été bien construite la Loi du Trapèze est applicable* tout comme elle l'est aux murs de soutènement, aux phares, cheminées, etc. (voir les nos 25 à 30 ci-avant).

Pour qu'une voûte soit réputée bien construite il faut que ses tassements sur cintre et au décintrement aient été faibles afin qu'on puisse avoir la certitude que les mortiers n'ont pas été disloqués pendant leur durcissement et que des disjonctions ne se sont pas produites entre les voussoirs, donc que partout il y a de la compression ou tout au moins que les tractions sont suffisamment faibles pour ne pas avoir donné lieu à des crevasses.

Or en employant des cintres fixes bien calculés, en recourant aux mortiers de ciment et en ne décintrant pas trop tôt, les conditions ci-dessus peuvent être réalisées et par conséquent la loi du trapèze est applicable, c'est ce qui résulte de tous

les faits constatés et dont voici quelques-uns : nous donnons, FIG. 100, Pl. XI, le pont *Antoinette* construit en 1884, son tassement sur cintre, c'est-à-dire le tassement du cintre lui-même, ne dépassa pas 20 millimètres ; la voûte resta sur cintre pendant 135 jours après le clavage du dernier rouleau et lors du décintrement l'abaissement de la clef fut de six dixièmes de millimètres seulement, enfin en aucun point de la voûte on n'a pu constater à la loupe l'existence d'une seule fissure (1) ; ces résultats (qui d'ailleurs se sont rencontrés pour nombre d'autres voûtes encore) montrent que les déformations de la voûte du pont *Antoinette* sont des déformations élastiques provenant de la compression sans écrasement ou de l'extension sans déchirure des mortiers, donc déformations comme il s'en produit dans un arc métallique.

Nous donnons FIG. 101 Pl. XI, l'arche d'essai exécutée en 1864 aux carrières de *Souppes* avec mortier de ciment, arche dont le surbaissement est de $\frac{1}{18}$, le tassement sur cintre fut de 18 millimètres, l'abaissement à la clef lors du décintrement fut encore de 18 millimètres, et sous l'effet du remplissage des tympans un nouvel abaissement de 9 millimètres se produisit ; on constata que la flèche variait constamment sous les effets de la température, le plus grand écart entre les positions extrêmes provoquées par la température fut 20 millimètres ; on fit passer sur la voûte un poids roulant de 5510 kilogr., la voûte ondulait comme un tablier métallique et reprenait sa position primitive après le passage du poids, l'abaissement momentané à la clef n'a pas dépassé 3 dixièmes de millimètre ; la voûte fut soumise au choc d'un poids de 4975 kgs tombant de 30 centimètres, elle oscillait comme un arc métallique en prenant une flèche maximum de 3 millimètres et finalement reprenait sa position primitive ; pendant toutes ces expériences aucun joint ne s'est ouvert et les maçonneries sont restées parfaitement intactes, enfin comme le dit M. de Lagréné en résumant les expériences de Souppes : « *en ce* » *qui concerne la dilatation due à la chaleur ou les ondulations dues au passage* » *d'un fardeau, ou les vibrations dues à un choc, la voûte s'est comportée exacte-* » *ment comme une arche métallique* » (2).

En 1844-46 on a exécuté à *Vassy* une expérience analogue à celle de *Souppes*, l'arche de *Vassy* avait 31 mètres d'ouverture et une flèche de 3 mètres, l'épaisseur était de 1^{m}30 à la clef et 2 mètres aux naissances, la voûte était en moellons bruts grossièrement dressés noyés dans un bain de mortier de moitié sable et moitié ciment de Vassy en volume, cette voûte subit les mêmes effets de charges, de chocs et de température que celle de Souppes et se comporta exactement de la même façon.

(1) Construction des ponts du *Castelet*, de *Lavaur* et *Antoinette* par M. Sejourné. *Annales des Ponts et Chaussées*, octobre 1886.

(2) *Annales des Ponts et Chaussées*. — 1866 et 1868.

La conclusion de ces diverses constatations est que pour une voûte bien construite avec mortier trass ou mortier de ciment (comme on le fait toujours aujourd'hui) les formules des arcs homogènes sont applicables *pourvu que les dimensions des voûtes soient telles que partout et dans toutes les circonstances il y ait compression et jamais traction ou tout au plus traction très faible*, résultat que toujours il est possible de réaliser.

***

Dans son « *Mémoire sur le tracé et le calcul des voûtes en maçonnerie* (Annales des Ponts et Chaussées, 4e trimestre 1900) M. Legay dit : « *Nous estimons, d'ac-* » *cord en cela avec beaucoup d'ingénieurs, qu'en l'etat actuel de la science, les ponts* » *en maçonnerie doivent être calculés d'après les mêmes principes que les arcs* » *métalliques.* »

C'est aussi l'avis de la *Société des Ingénieurs et Architectes de Vienne* qui au cours de ses expériences sur la résistance des voûtes en maçonnerie a constaté que la *théorie des arcs homogènes donne des résultats complètement d'accord avec les faits* (1), voici d'ailleurs les principales conclusions des auteurs de ces expériences (voir p. 39 de leur rapport).

A. Les déformations des voûtes montrent que la loi de proportionnalité des charges et des déformations, donc la loi de Hook, se vérifie à peu près dans les premières phases de chargement; il y a ensuite quelque chose d'analogue à la limite d'élasticité, cette limite a pu être déterminée facilement par les diagrammes de déformation et les valeurs trouvées pour les coefficients d'élasticité sont approximativement, en fonction du centimètre :

pour les voûtes en moellons	E = 70000
pour les voûtes en briques	E = 30000
pour les voûtes en béton	E = 100000

B. Tous les résultats, et en particulier la loi démontrée de la proportionnalité des charges et des déformations, permettent de conclure que les voûtes essayées se sont comportées en général comme des arcs métalliques. Il convient donc d'appliquer aux voûtes en berceau les calculs des arcs élastiques.

C. Bien que les essais aient montré que les voûtes pouvaient supporter des efforts d'extension dans leurs sections dangereuses, et bien qu'il n'y ait aucune raison d'éviter des efforts modérés de cette nature, cependant il est bon de prévoir des sections suffisantes pour que ces efforts ne se présentent pas ou seulement dans une faible mesure. Le travail admissible à la compression dépend

(1) *Mémoires de la Société des Ingénieurs Civils de France.* – Février 1896, p. 177. — Voir aussi l'ouvrage original « *Essais comparatifs des voûtes en matériaux divers.* » Rapport de la commission des voûtes de l'association des ingénieurs et architectes autrichiens.— Paris, librairie de la « Revue Technique », Juven, Editeur, 10, rue St-Joseph. — Ces expériences ont coûté environ 100.000 frs.

naturellement de la qualité des pierres et de celle du mortier. Il est clair que c'est sur celui de ces deux matériaux qui jouira de la moindre résistance à la compression qu'il faudra se régler.

D. L'application de la théorie de l'élasticité permet de calculer les voûtes de pont sans recourir à des hypothèses arbitraires. Cependant cette application ne sera valable que si l'ouvrage est construit dans les conditions sur lesquelles cette théorie se base ; il faut donc faire attention : 1° que les culées ne puissent céder ni horizontalement ni verticalement ; 2° que les cintres conservent leur forme aussi rigoureusement que possible pendant toute la durée de la construction ; 3° que l'on emploie de bons matériaux et surtout de bons mortiers ; 4° que la mise en œuvre soit faite avec soin ; 5° que la voûte ne soit pas décintrée avant que le mortier n'ait atteint la résistance suffisante ; 6° enfin que le décintrement se fasse avec prudence, uniformément et lentement.

E. La théorie basée sur les formules des arcs homogènes donne des résultats se rapprochant beaucoup plus de la vérité que toute autre en usage dans les voûtes (p. 61 du rapport). — Mr Séjourné dans son ouvrage cité ci-dessus au n° 118 mentionne de nombreuses voûtes très hardies, établies d'après les indications du seul calcul élastique et qui tiennent parfaitement.

Les voûtes essayées avaient toutes 23m de portée et 4m6 de flèche. Les moellons étaient en grès résistant à 800 kgs par centimètre carré ; les briques étaient des briques mécaniques résistant à des charges variant de 150 à 200 kgs par centimètre carré ; le mortier pour les moellons et les briques était composé de 500 kgs de ciment Portland artificiel pour un mètre cube de sable lavé bien propre ; les joints en mortier entre les briques étaient coniques suivant les rayons de la voûte et avaient une épaisseur moyenne de 8 m/m ; les faces de joint des moellons étaient brutes ; les deux voûtes en moellons et en briques restèrent 6 semaines sur le cintre ; le décintrement provoqua un tassement de 1 millimètre dans la voûte en moellons et 5 millimètres dans la voûte en briques. — La voûte en béton était à dosage variable, nous renvoyons pour ce détail à la page 10 du rapport.

Le mortier des voûtes en moellons et en briques résistait après durcissement à environ 80 kg. par centimètre carré.

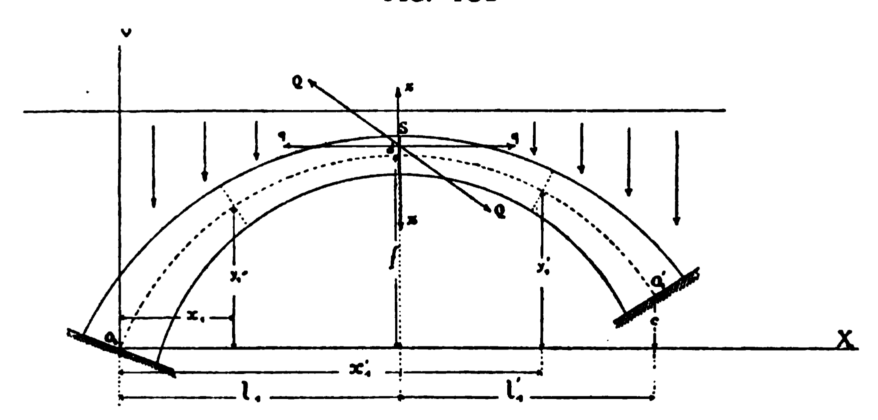


120. Équations de la voûte. — Nous traiterons donc les voûtes comme des arcs métalliques ; nous étudierons une portion de voûte ayant l'unité de largeur. — Les culées sont toujours construites de façon à constituer un massif absolument inébranlable, les sections d'appui aux naissances de la voûte sont donc invariables d'orientation, par conséquent une voûte est un arc encastré aux naissances et ses équations sont celles que nous avons établies au § 3, chap. II, de notre Tome IV. Nous prenons (FIG. 102), le cas général d'une voûte dont les

naissances sont à des niveaux différents, cas qui peut se présenter si la voûte rencontre le roc sur une des rives ou sur les deux rives, voir le pont de *Castelet* (1).

Nous coupons cette voûte en deux tronçons par une section S, qui peut être


FIG. 102



quelconque mais qui généralement sera la section verticale à la clef ; dans le cas général d'une charge inégale sur les deux tronçons la réaction en S entre ceux-ci sera une force oblique Q passant à une certaine distance d du centre de gravité de S, les inconnues du problème sont les composantes q et π de Q et la distance d, donc elles sont au nombre de trois ; nous rapportons les deux tronçons à un même système d'axes coordonnées O_1XY dont l'origine O_1 est à l'extrémité de la ligne moyenne ou axe de la voûte ; si nous désignons par Δx Δy et $\Delta\alpha$ les variations linéaires et angulaires de S dues aux déformations du tronçon SO_1 encastré à la naissance O_1, et par $\Delta x'$ $\Delta y'$ et $\Delta\alpha'$ celles de la même section S provoquées par les déformations du tronçon SO'_1 encastré en O'_1 nous avons les 3 équations fondamentales

$$+\Delta x = +\Delta x' \qquad +\Delta y = +\Delta y' \qquad +\Delta\alpha = +\Delta\alpha'$$

Soit $(x_1 y_1)$ le centre de gravité d'une section quelconque du tronçon SO_1 ; nommons M_1 le moment fléchissant des forces connues et inconnues agissant depuis S jusque cette section ; ds_1 l'élément de la courbe moyenne et I_1 le moment d'inertie en $(x_1 y_1)$, nous avons :

$$\Delta x = \int_{o_1}^{s} (f - y_1) \frac{M_1\, ds_1}{EI_1}$$

$$\Delta y = \int_{o_1}^{s} (l_1 - x_1) \frac{M_1\, ds_1}{EI_1}$$

$$\Delta\alpha = \int_{o_1}^{s} \frac{M_1\, ds_1}{EI_1}$$

(1) *Annales des Ponts et Chaussées.* — Octobre 1886.

Soient $(x'_1 y'_1)$ une section quelconque du tronçon SO'_1, M'_1 le moment fléchissant des forces connues et inconnues agissant sur cette section ; ds'_1 l'élément de la courbe moyenne et I'_1 le moment d'inertie, nous avons

$$\Delta x' = \int_s^{o'_1} (f - y'_1) \frac{M'_1\, ds'_1}{EI'}$$

$$\Delta y' = \int_s^{o'_1} (x'_1 - l_1) \frac{M'_1\, ds'_1}{EI'_1}$$

$$\Delta \alpha' = \int_s^{o'_1} \frac{M'_1\, ds'_1}{EI'_1}$$

d'où les trois équations entre les 3 inconnues du problème (1) :

$$\int_{o_1}^{s} (f - y_1) \frac{M_1\, ds_1}{I_1} = \int_s^{o'_1} (f - y'_1) \frac{M'_1\, ds'_1}{I'_1}$$

$$\int_{o_1}^{s} (l_1 - x_1) \frac{M_1\, ds_1}{I_1} = \int_s^{o'_1} (x'_1 - l_1) \frac{M'_1\, ds'_1}{I'_1}$$

$$\int_{o}^{s} \frac{M_1\, ds_1}{I_1} = \int_s^{o'_1} \frac{M'_1\, ds'_1}{I'_1}$$

Il importe en développant ces équations de ne jamais perdre de vue la convention des signes, convention qui peut être faite *ad libitum* mais qui une fois faite doit être observée rigoureusement ; ainsi, par exemple, on conviendra de prendre comme positifs tous les mouvements Δx et Δy dirigés dans le sens des X et des Y positifs et on considérera comme positives les variations angulaires dans les sens de O_1Y vers O_1X, et cela convenu on ne le perdra jamais de vue, voir le n° 29 du Tome V.

Si nous désignons par μ_1 le moment des forces connues par rapport à la section $(x_1 y_1)$ du tronçon SO_1 et par μ'_1 le moment analogue pour la section $(x'_1 y'_1)$ du tronçon SO'_1, les 3 équations ci-dessus deviennent :

$$\int_{o_1}^{s} (f - y_1)[+\mu_1 - \pi(l_1 - x_1) - q(d + f - y_1)] \frac{ds_1}{I_1} =$$

$$= \int_s^{o'_1} (f - y'_1)[-\mu'_1 + q(d + f - y'_1) - \pi(x'_1 - l_1)] \frac{ds'_1}{I'_1}$$

$$\int_{o_1}^{s} (l_1 - x_1)[-\mu_1 + \pi(l_1 - x_1) + q(d + f - y_1)] \frac{ds_1}{I_1} =$$

$$= \int_s^{o'_1} (x'_1 - l_1)[-\mu'_1 + q(d + f - y'_1) - \pi(x'_1 - l_1)] \frac{ds'_1}{I'_1}$$

---

(1) **Nous croyons être le premier qui avons établi ces 3 équations de la stabilité des voûtes.**

$$\int_{o_1}^{s}[+\mu_1-\pi(l_1-x_1)-q(d+f-y_1)]\frac{ds_1}{I_1}=$$

$$=\int_{s}^{o'_1}[-\mu'_1+q(d+f-y'_1)-\pi(x'_1-l_1)]\frac{ds'_1}{I'_1}$$

trois équations d'où on déduit les trois inconnues q, π, d et par conséquent Q et d.

Si les naissances sont au même niveau et que la voûte est symétrique par rapport à la section verticale à la clef, les équations ci-dessus se simplifient, voir le n° ci-après ; si en outre la voûte est symétriquement chargée, on a $\pi=0$, $q=Q$ et le problème ne comporte plus que deux inconnues Q et d qui sont fournies par les deux équations :

$$\Delta x=0 \qquad \Delta\alpha=0$$

lesquelles deviennent :

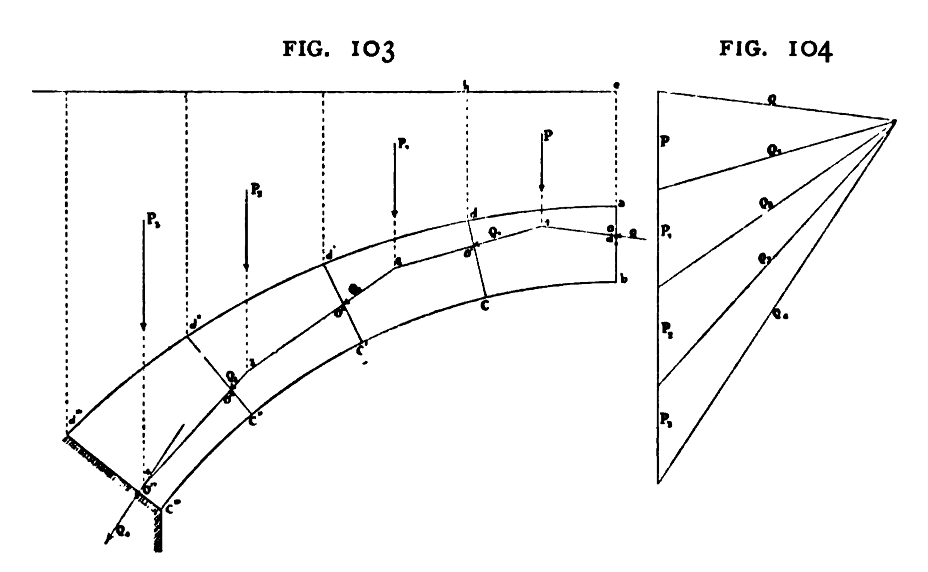
$$\int_{0}^{s}(f-y_1)[\mu_1-Q(d+f-y_1)]\frac{ds}{I}=0$$

$$\int_{0}^{s}[+\mu_1-Q(d+f-y_1)]\frac{ds}{I}=0$$

⁂

121. Conditions de stabilité d'une voûte (1). — Ayant exécuté les calculs ci-dessus nous connaissons pour la portion de voûte SO_1 de la FIG. 102 que nous

FIG. 103 FIG. 104



reproduisons en $abc'''d'''$, FIG. 103, la poussée Q en la section ab et son point d'application O ; nous divisons la voûte en un certain nombre de voussoirs $abcd$,

(1) Ces conditions sont en fait celles énumerées au Chap. II, § 1 et 2 ci-avant.

dcd'c', etc., qui chacun comprennent un ou plusieurs voussoirs réels ; le premier voussoir *abcd* est soumis aux forces suivantes :

1° La poussée Q sur la face *ab*.

2° Une charge verticale P composée du poids du voissoir plus le poids du tympan *adhe* au-dessus du voussoir, plus le poids de la portion de chaussée *he* et de la surcharge d'épreuve correspondante ; ce poids P est connu ainsi que sa verticale d'action.

3° Enfin sur la face *cd* du voussoir nous avons une réaction ou poussée Q_1 qui est précisément égale et diamétralement opposée à la résultante de Q et P.

Sur la FIG. 104 nous composons Q et P ce qui nous donne Q_1 dont un point de passage est le point d'intersection 1 de Q et P, FIG. 103 ; menant par 1, une parallèle à la direction Q_1 de la FIG. 104, nous avons la direction 1 à 2 (FIG. 103) qui coupe la face *cd* du premier voussoir en O' ; O' est le *centre de pression* sur le joint *cd* et Q_1 la poussée sur ce joint.

Le second voussoir *cdd'c'* est soumis aux forces connues Q_1 et P_1 et à la réaction inconnue sur sa face *c'd'* ; sur la FIG. 104 nous composons Q_1 et P_1 ce qui nous donne Q_2 la réaction sur *c'd'* ; les forces Q_1 et P_1 se coupent en 2, menant par 2 une parallèle à Q_2 nous avons en vraie position la réaction ou poussée Q_2 sur le joint *c'd'* et son point d'application, ou *centre de pression*, O'' sur ce joint.

Poursuivant la même marche nous trouverons la résultante ou poussée Q_3 sur le joint *c''d''* du 3e voussoir, et ainsi de voussoir en voussoir jusqu'au dernier qui nous donnera la poussée Q_n sur le joint des naissances, sur la FIG. 103 cette poussée dernière Q_n est celle Q_4.

La ligne 010'20''30'''40'''' de la FIG. 103 se nomme la *ligne de poussée* de la voûte, ou *ligne de Mery*, du nom de l'ingénieur qui le premier l'a introduite dans le calcul des voûtes, on dit encore *ligne des résultantes successives.*

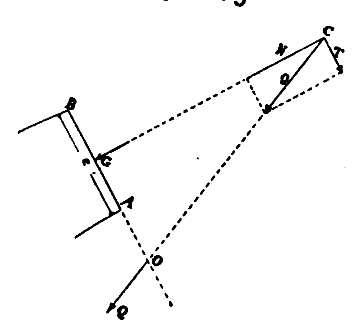
Les côtés de cette ligne représentent en direction les résultantes successives ou poussées Q à Q_n sur les joints des voussoirs et leur intersection O, O', O'' etc. sont les *centres de pression* des joints ; à la limite et pour une série de voussoirs infiniment petits les centres de pression forment une ligne continue qui porte le nom de *courbe de pression.*

Nous possédons maintenant tous les éléments pour déterminer les conditions de stabilité et de résistance de la voûte que nous étudions, ces conditions dérivent des principes exposés ci-avant au Chap. II, nos 21 et suivants.

1ère *Condition.* Il faut que sur chaque joint le centre de pression soit à l'intérieur du joint, c'est-à-dire que partout la *courbe de pression* soit à l'intérieur de la voûte, en aucun point elle ne peut sortir de son épaisseur ou sinon il y aurait une forte traction sur les joints correspondants et nécessairement la voûte se briserait; soit par exemple (FIG. 105) un joint AB sur lequel le centre de pression est O et la poussée Q, nous menons par le centre de gravité G de AB une normale GC

sur AB et au point d'intersection C de cette normale et de Q nous décomposons la poussée en une pression N et un effort tranchant T, la fatigue directe de compression sur AB est $\frac{N}{e}$, la fatigue de flexion est :

FIG. 105



$$t = \frac{6T.\,GC}{e^2}$$

$$T.\,GC = N.\,GO > N.\,GA$$

$$T.\,GC > \frac{Ne}{2}$$

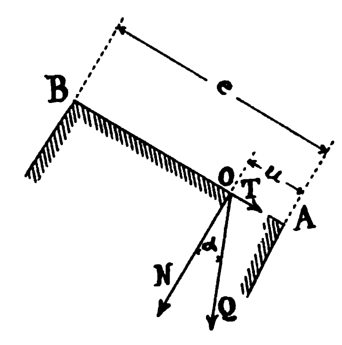
$$t > \frac{6}{e^2} \cdot \frac{Ne}{2} \qquad \text{d'où} \qquad t > \frac{3N}{e}$$

donc en B la traction dépasse considérablement la compression directe et comme conséquence une crevasse s'y formera qui petit à petit envahira toute la surface de la section et entraînera la rupture de la voûte.

Là où la courbe de pression sort de l'épaisseur de la voûte on dit que celle-ci *pousse au vide.*

2e *Condition.* De la première condition il résulte que le centre de pression O doit tomber à l'intérieur du joint (FIG. 106), mais cela ne suffit pas, il faut en outre qu'il tombe à l'intérieur du tiers central de ce joint, il faut $\frac{2}{3}e > u > \frac{e}{3}$ ou sinon il y a de la traction sur une partie du joint, d'où danger de disjonctions.

FIG. 106



Pour u compris entre $\frac{e}{3}$ et $\frac{e}{2}$ nous avons :

$$t_a = \frac{2N}{e}\left(2 - 3\frac{u}{e}\right)$$

c'est l'expression de la compression maximum sur le joint AB, elle se produit en A, elle ne peut dépasser la charge de sécurité des matériaux employés. — La compression minimum est :

$$t_b = \frac{2N}{e}\left(3\frac{u}{e} - 1\right)$$

Si u était compris entre $\frac{e}{2}$ et $\frac{2}{3}e$, la compression maximum se produirait en B et la minimum en A.

Il est à noter que la 2e condition n'est pas d'une rigueur absolue comme la première, on tolère quelquefois une légère traction sur certains joints, c'est-à-dire

que l'on admet que la courbe de pression sorte quelque peu du tiers central.

3e *Condition.* Sur le joint AB (FIG. 106) nous avons une composante T parallèle au joint, composante qui tend à faire glisser les deux portions de voûte l'une sur l'autre suivant le joint AB ; on ne peut compter pour équilibrer ce cisaillement sur l'adhérence des voussoirs au mortier, on ne peut compter que sur leur frottement mutuel, frottement dû à la pression normale N, il faut donc :

$$fN > T \qquad \text{or} \qquad \frac{T}{N} = tg\alpha \qquad \text{donc} \qquad f > tg\alpha$$

d'autre part nous avons pour le frottement de pierre sur pierre

$$f = 0.70 = tg\ 35^\circ$$

la 3e condition de stabilité revient donc à l'inégalité

$$\alpha < 35^\circ$$

qui indique que, pour pouvoir équilibrer le cisaillement T par le simple frottement dû à N, il faut que l'angle α de la poussée Q avec la normale au joint soit plus petit que l'angle du frottement des pierres.

4e *Condition.* Il faut que la voûte soit prémunie avec une sécurité suffisante contre toute éventualité de pivotement autour de l'arête intrados ou extrados d'un joint quelconque. — Considérons le joint $c'd'$ de la FIG. 103 et soit une rotation éventuelle autour de l'arête c', le moment de la puissance est $M_{c'}(P+P_1)$, celui de la résistance $M_{c'}Q$, soit k un coefficient de sécurité, on doit avoir l'équation :

$$M_{c'}Q = kM_{c'}(P+P_1)$$

Pour une rotation éventuelle autour de d', rotation qui pourrait se produire si on fait abstraction complète de la résistance des tympans de la voûte, le moment de la puissance est $M_{d'}Q$, celui de la résistance $M_{d'}(P+P_1)$, et on doit avoir :

$$M_{d'}(P+P_1) = kM_{d'}Q$$

dans les deux cas le coefficient k de la stabilité ne peut être inférieur à 2.



Voilà les quatre conditions de stabilité d'une voûte ; s'il s'agit d'une voûte de pont cette stabilité doit être vérifiée dans les trois cas suivants :

A. La voûte est isolée, c'est-à-dire la voûte est considérée immédiatement après son décintrement et avant l'exécution des tympans.

B. La voûte porte ses tympans, et la voie supérieure, c'est-à-dire le pont est complet.

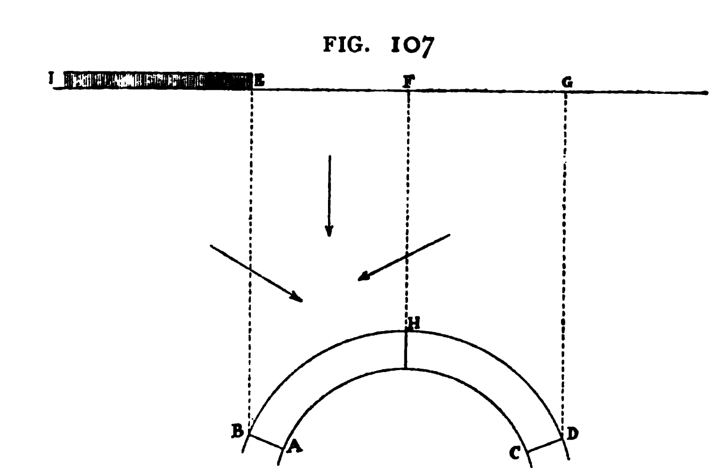
C. Enfin le pont livre passage à la surcharge, celle-ci occupe diverses positions,

on peut en règle générale se limiter aux trois suivantes : la surcharge recouvre tout le pont, la surcharge va d'une culée à la clef, enfin la surcharge recouvre la moitié de l'ouverture de milieu à milieu des tympans ; bien souvent et surtout pour les ponts importants on peut se limiter à l'examen du 1er cas, car le poids mort est tellement grand en comparaison de la surcharge que l'influence de celle-ci est très faible.



122. Mode d'action des charges. — Dans nos calculs ci-dessus (voir notamment la FIG. 103) nous avons admis que tout ce qui se trouvait verticalement au-dessus de l'extrados d'un voussoir pesait directement et verticalement sur lui, cela est admissible si la ligne de la chaussée est à une faible distance de la clef mais ne l'est plus si la distance est grande, notamment cela ne serait plus si la voûte portait un haut remblai, tel serait par exemple le cas de la FIG. 107 : sur l'extrados HB d'un voussoir nous avons la charge verticale provenant de tout ce qui est compris entre les verticales BE et HF, mais nous avons en sus la poussée exercée sur BE par le terrain à gauche et celle exercée sur HF par le terrain à droite, poussées à évaluer pour diverses positions de la surcharge, par exemple de E vers I, puis de F vers I, etc. ; on a donc en définitive sur HB une force verticale et une ou plusieurs forces obliques, l'effet de ces forces obliques doit être introduit dans la valeur de M des équations de la voûte, pour le surplus la marche des calculs est la même.

FIG. 107



Il est à noter que l'existence de ces poussées latérales peut modifier du tout au tout la façon de se rompre d'une voûte ainsi que les expériences de M. Boistard l'ont montré.

L'effet de la poussée du remblai serait surtout sensible si la voûte était en ogive, car alors les valeurs des poussées suivant BE et HF seraient très différentes.



123. Voûtes de Tunnel. — Les voûtes de tunnel exigent des calculs spéciaux pour lesquels nous renvoyons aux ouvrages traitant de ce genre de constructions. — Voir aussi *Le Génie Civil* nº du 17 février 1900.

Pour les tunnels peu profonds, sous des cours d'eau ou bras de mer, voir Tome IV, Chap. I, § 11.

***

124. Calcul des cintres. — Nous avons vu ci-avant au n° 119 l'importance des cintres qui doivent porter la voûte pendant sa période d'exécution et la porter avec le minimum de déformation et de tassement (quelques millimètres au maximum), il s'agit donc de calculer le cintre de façon que ce résultat soit atteint, nous renvoyons pour ce calcul à notre Tome III et au mémoire de M. Séjourné « *La construction des Ponts du Castelet, de Lavaur et Antoinette* » paru aux *Annales des Ponts et Chaussées*, octobre 1886. — Voir aussi : *Le Génie Civil* n° du 18 janvier 1902.

***

125. Vieille théorie. — Les trois équations du § 3 ci-avant constituent la théorie nouvelle des voûtes en maçonnerie, il y a une théorie ancienne visant au même résultat, c'est-à-dire la détermination de la poussée à la clef et de son point de passage, cette théorie est basée :

1° Sur l'existence de joints de rupture dont la position approximative se déduit des expériences de Gauthey, Rondelet, Boistard et autres.

2° Sur l'hypothèse que la stabilité d'une voûte est assurée si on peut, en utilisant les indications expérimentales quant aux joints de rupture, y insérer une courbe de pression répondant aux conditions du § 4 ci-avant.

Nous ne donnons pas cette théorie ancienne, parce que nous la jugeons de beaucoup inférieure à la théorie nouvelle et pas plus simple comme application, au contraire ; pour les développements de cette théorie ancienne nous renvoyons aux ouvrages ci-après : Mémoire de M. Mery, *Annales des Ponts et Chaussées*, 1840. — Mémoires de M. A. Durand-Clayes, *Annales des Ponts et Chaussées*, 1867-1868-1880. — *Traité de l'Equilibre des voûtes* de M. Dupuit, 1870.

§ 2. Voûtes articulées.

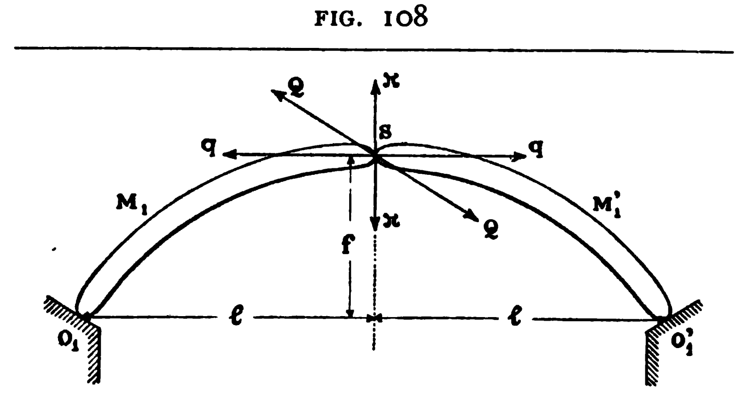
126. Equations. — On a déjà construit, surtout en Allemagne, des voûtes en maçonnerie à trois articulations, FIG. 108 ; pour ces voûtes le problème des réactions à la clef est résolu par la statique seule, soit en effet M_1 le moment par rapport à O_1 de toutes les charges appliquées à la demi-voûte SO_1 et M'_1 le moment par rapport à O'_1 de toutes les charges appliquées à la demi-voûte SO'_1, nous avons :

$$qf + \pi l = M_1 ; \qquad qf - \pi l = M'_1$$

deux équations qui déterminent q et π donc Q, et il ne reste plus qu'à tracer le polygone des poussées (voir § 4) sur chaque demi-voûte.

Il est cependant à noter que, du chef du frottement aux articulations, la réaction ne passe pas rigoureusement par leur axe, il y a donc dans le système à trois articulations une certaine indétermination quant aux valeurs de l et f entrant dans les équations ci-dessus. — Nous renvoyons pour les détails d'exécution des voûtes à 3 articulations aux :

FIG. 108



Annales des Ponts et Chaussées, juin 1891. — Pont en maçonnerie avec semi-articulation au plomb construit en 1885 sur l'Enz près de Hofen (Allemagne).

Annales des Ponts et Chaussées, 3e trimestre de 1898. Un mémoire de M. Bourdelles sur les ponts articulés en maçonnerie.

Le Génie Civil, n° du 12 août 1899.

Annales des Ponts et Chaussées, 3e trimestre de 1899, un mémoire de M. H. Tavernier sur les maçonneries avec joints métalliques coulés et les maçonneries articulées.

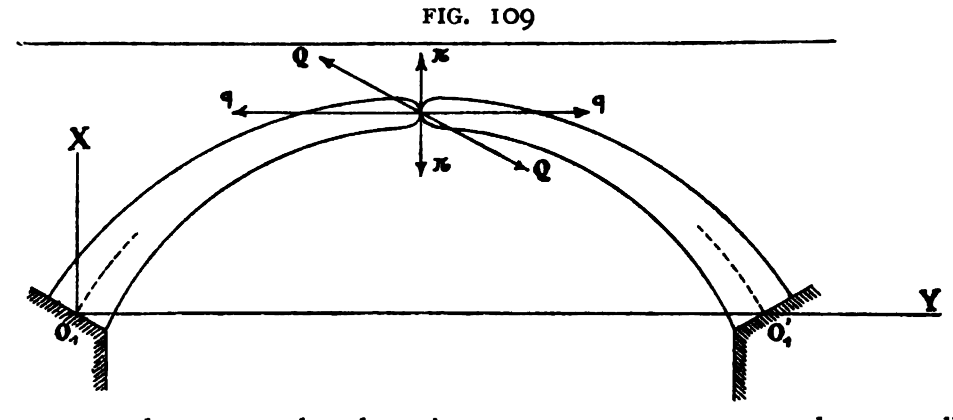
Annales des Travaux Publics de Belgique, octobre 1901, août 1903 et février 1904.

Enfin voir aussi le Tome IV de l'ouvrage de Mr *Séjourné* cité ci-avant au n° 118.



On pourrait aussi exécuter des voûtes avec une seule articulation, celle à la clef, FIG. 109, dans ce cas les deux inconnues sont q et π car $d=0$, et elles se déterminent par la méthode exposée au § 3, les deux équations sont :

FIG. 109

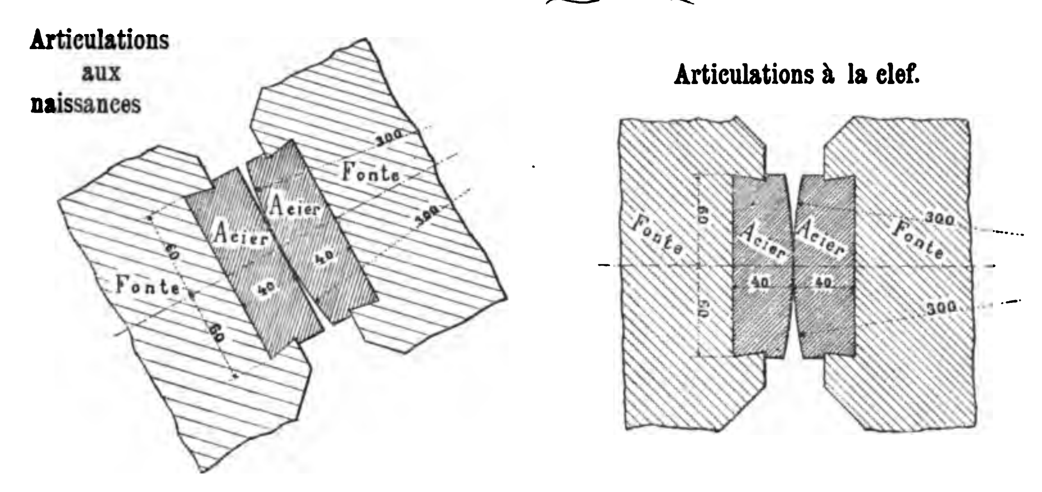


$$\Delta x = \Delta x' \; ; \qquad \Delta y = \Delta y'$$

Si les deux demi-voûtes sont identiques et identiquement chargées il n'y a plus qu'une seule inconnue q, car $\pi = 0$, et q est déterminée par l'équation : $\Delta x = 0$.



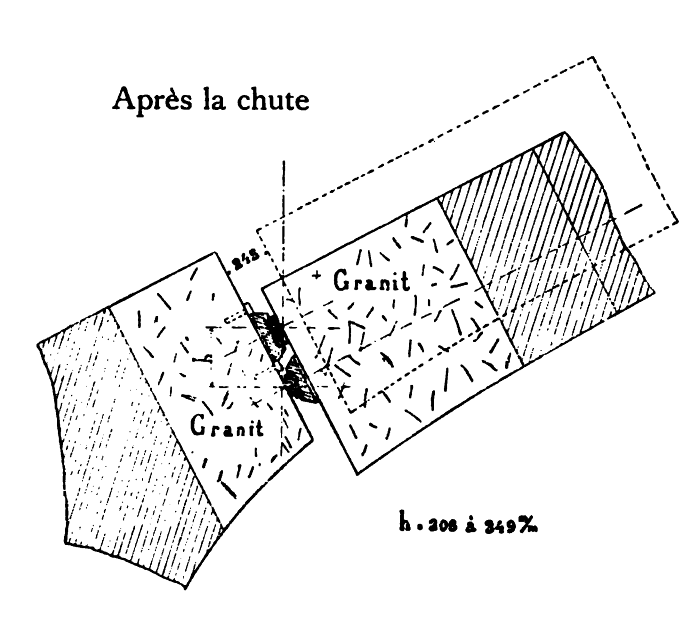
127. Condition d'exécution. — Dans les voûtes à une ou à trois articulations le serrage ou clavage de la voûte doit se faire au moyen des contre-clefs ; ces voûtes présentent l'inconvénient d'exiger des cintres plus solides que les voûtes ordinaires, car on doit avant le clavage les exécuter d'une pièce sur toute leur épaisseur, on ne peut les exécuter par rouleaux clavés isolément ainsi que cela se



pratique pour les voûtes ordinaires, or on sait qu'après le clavage du premier rouleau le cintre est en grande partie déchargé et ne fatigue plus guère sous le poids des rouleaux suivants ; il ne faut cependant pas perdre de vue que les voûtes articulées peuvent être construites avec des dimensions moindres que les voûtes ordinaires, d'où une économie qui compense en partie le coût supplémentaire du cintre et même peut le compenser complètement et quelquefois au delà.

Les articulations doivent être du type à axe emboîté dans des mâchoires que nous indiquons FIG. 39 de notre Tome IV et non pas du type sans axe employé quelquefois en Allemagne et notamment au pont de Munich, nous le représentons ci-contre : le contact se faisait par deux lentilles en acier ; aux naissances celle inférieure était légèrement creuse suivant un rayon de 3 mètres, celle supérieure était bombée suivant un rayon $0^m,30$; à la clef, les deux étaient bombées ; ces lentilles étaient portées par des sabots de fonte scellés sur les pierres de taille ; il y avait 33 articulations semblables sur la longueur $21^m,80$ de la voûte. — Peu après le décintrement la voûte glissa sur les deux lentilles de naissance et tomba sur son échafaudage qui heureusement n'était pas encore enlevé ; ce fait était dû à ce que

la composante transversale T de la poussée sur les lentilles était supérieure à f N (voir la 3e condition du no 121, f est le coefficient de frottement des deux lentilles l'une sur l'autre) et le mouvement en était résulté ; semblable accident qui aurait pu aboutir à une catastrophe n'aurait pu arriver si l'articulation avait été realisée au moyen d'axes; (pour les détails, voir le *Génie Civil* du 22 septembre 1905).



§ 3. Culées de voûtes.

128. Calcul. — Au chap. IV, § 14 ci-avant nous avons donné une étude du calcul de stabilité des culées des ponts droits, nous allons la compléter pour les culées de voûtes, voir FIG. 110 ; les dimensions de ces culées se donnent à priori et on procède ensuite à un calcul de vérification.

Q est la poussée sur un mètre de longueur de voûte, sa valeur maximum, sa direction et son point d'application sont déterminés par les calculs de la voûte ; $P_1 P_2 P_3 P_4 P_5$ sont les poids des massifs 1 à 5 de la culée ; *on fait abstraction de la contrebutée des terres.*

La composante horizontale q de la poussée tend à faire glisser le massif supérieur de la culée sur la section AB, l'équation de stabilité est :

$$f(P_1 + P_2) = nq$$

n est un coefficient de sécurité contre le glissement, coefficient qui ne peut être inférieur à 2 ; on fait abstraction dans cette équation de π la composante verticale de Q parce que, agissant à l'extrémité A de la section, elle est pratiquement peu efficace au point de vue du frottement.

Afin de mieux se prémunir contre toute possibilité de glissement les constructeurs ont l'habitude de prolonger l'appareil de la voûte à l'intérieur de la culée par une série d'assises inclinées ainsi que l'indique le trait interrompu de la figure, moyennant ce dispositif le glissement n'est plus guère possible que sur la section CD, pour cette section la composante verticale π de la poussée Q joue un rôle efficace dans le frottement et l'équation de stabilité devient :

$$f\ (P_1 + P_2 + P_3 + \pi) = nq$$

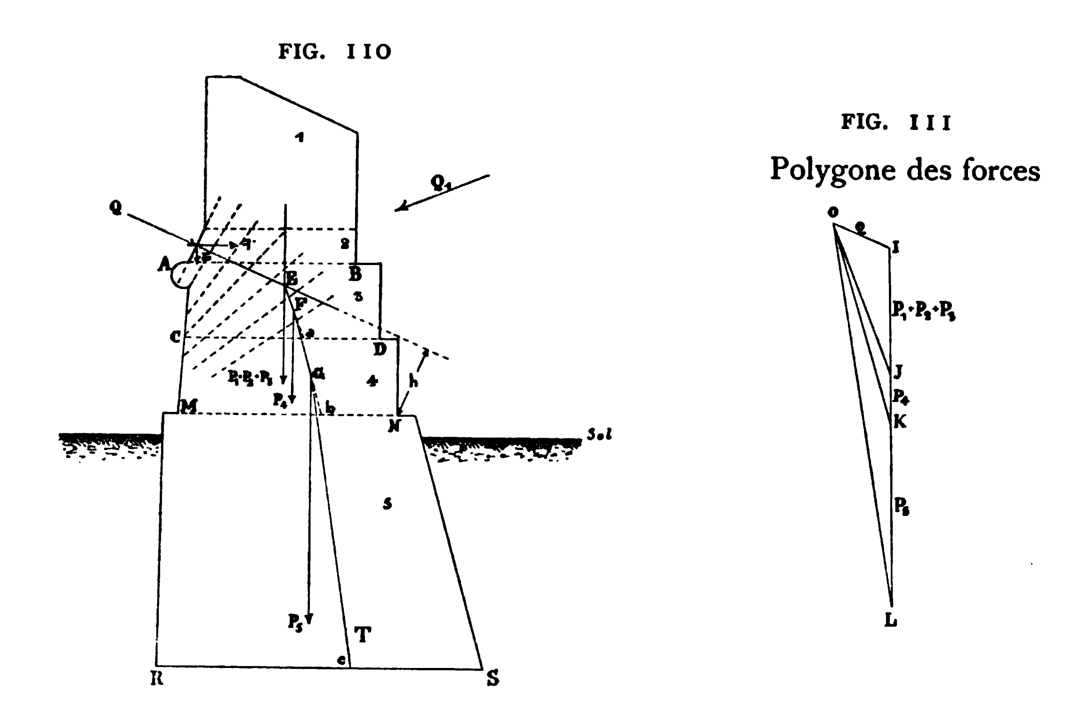
ce qui est une équation beaucoup plus favorable que la précédente.

Nous avons maintenant à vérifier les conditions de fatigue par compression et pour cela tracer le polygone de poussée et les centres de pression : la poussée Q se compose avec le poids $P_1 + P_2 + P_3$ des trois premiers tronçons (FIG. 110 et

FIG. 110

FIG. 111

Polygone des forces



111) et donne la résultante EF parallèle à OJ du polygone des forces, EF prolongé donne en *a* le centre de pression sur CD.

La résultante EF = OJ étant composée avec le poids P_4 du 4e tronçon donne la résultante FG parallèle et égale à OK du polygone des forces, le prolongement de FG donne en *b* le centre de pression sur MN.

La résultante FG composée avec le poids P_5 donne GT égal et parallèle à OL, cette résultante GT coupe RS en *c* qui est le centre de pression sur le terrain de fondation.

Nous possédons donc EFGT le polygone de poussée et *a*, *b* et *c* les différents centres de pression ; appliquant les notions déjà maintes fois exposées (voir notamment le n° 121) nous sommes à même de vérifier toutes les conditions de stabilité de la culée, ainsi par exemple, si on considère le renversement par rotation autour du point N il faut que l'on ait :

$$\text{Moment de } (P_1 + P_2 + P_3 + P_4) \text{ par rapport à } N = kQh$$

k est le coefficient de stabilité dont la valeur ne peut être inférieure à 2.

La méthode de calcul est évidemment la même s'il s'agit d'une culée résistant à la poussée d'un arc métallique.

⁂

129. Poussée du terrain contre la culée. — Ainsi que dit ci-dessus nous n'avons pas tenu compte de la poussée Q_1 du terrain, cela pour le motif que le remblai peut très bien ne pas être fait au moment du décintrement de la voûte et pour cet autre motif encore qu'on n'a pas l'absolue certitude que Q_1 agira avec l'intensité qu'indique le calcul, il serait donc imprudent de baser une stabilité de voûte sur cette valeur assez aléatoire.

Toutefois il importe de vérifier si la valeur maximum de Q_1, celle correspondant au remblai portant la surcharge roulante, ne peut pas dépasser la valeur minimum de Q (celle correspondant à la voûte non chargée), car dans semblable cas la voûte serait refoulée et brisée par la poussée du terrain ; cette éventualité est à craindre si le remblai a une grande hauteur et surtout si on a affaire à une voûte métallique qui donne une poussée moins forte par le fait qu'elle est plus légère ; dans un semblable cas il faudrait augmenter le poids mort porté par la voûte afin d'augmenter Q, ou mieux augmenter les dimensions de la culée afin de lui permettre d'équilibrer la différence de poussée $(Q_1 - Q)$.

Dans le cas de hautes culées, c'est-à-dire de grande hauteur depuis les naissances A de la voûte (FIG. 110) jusqu'au sol, il y a à vérifier si le bloc de maçonnerie AM maintenu en A par la voûte, en M par le terrain et refoulé par Q_1 n'est pas en danger de prendre du ventre : ce massif AM résiste comme une pièce appuyée aux extrémités et équilibrant par flexion une force Q_1 intermédiaire.

⁂

129bis. Exercice. Calcul de la culée du Pont Alexandre III à Paris. — Ce pont en arc est à 3 rotules, il y a 107m,50 d'axe à axe des rotules, 6m28 de flèche et une largeur de 40 mètres entre garde-corps ; il est constitué de 15 arcs en acier moulé distants de 2m857.

En raison du grand surbaissement de l'ouvrage, on a donné aux fondations un empâtement considérable, voir FIG. 111bis. Les culées sont en état de résister aux poussées de l'ouvrage par le simple effet du frottement sur le sol de fondation : leur stabilité a été calculée dans quatre hypothèses différentes savoir :

1° charge permanente seule, culée plongée dans l'eau jusqu'à la côte (27,00) niveau normal déterminé par la retenue de Suresnes.

2° charge permanente et surcharge sur le pont, culée plongée jusqu'à la cote (27.00).

3° charge permanente seule, culée entièrement submergée.

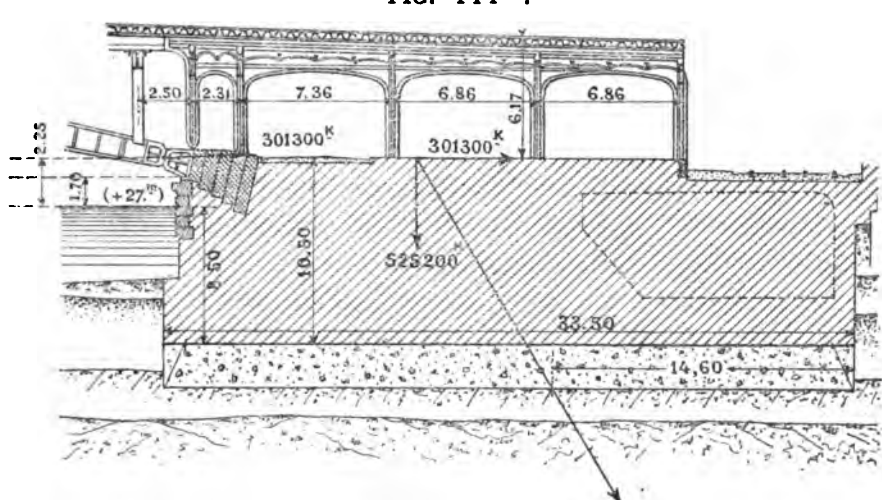
4° charge permanente et surcharge sur le pont, culée entièrement submergée.

Les forces agissant dans la 1re et la 4me hypothèses sont celles correspondant aux intensités minima et maxima des poussées horizontales, leurs valeurs calculées pour une tranche de un mètre de largeur de culée sont :

	1re hypothèse	4me hypothèse
Charges verticales.		
Poids mort du pont	51.470	51470
Surcharge du pont, 400 kilogr. par m²		20940
Poids mort du viaduc	36700	36700
Poids de la culée	484330	416090
Total charges verticales	572500	525200
Poussée	211800	301300

Dans la première hypothèse la résultante des forces verticales est de

FIG. 111bis.



572500 kgr. et la poussée horizontale de 211800 kgr., leur résultante coupe la base d'appui à 15^m97 de l'arête extérieure de la culée.

Dans la quatrième hypothèse la résultante des forces verticales n'est plus que de 525200 kilogr., tandis que la poussée horizontale atteint 301300 kilogr., leur résultante ne coupe plus la base d'appui qu'à 14^m60 de l'arête extérieure ; sans être tout à fait aussi bonne que dans le cas précédent, cette répartition de la charge est encore très convenable, car la résultante est loin de sortir du tiers central du mur.

La quatrième hypothèse étant la plus défavorable au point de vue du glissement c'est dans ce cas qu'il faut vérifier la stabilité de la culée : pour que le glissement ne puisse avoir lieu entre la culée et le terrain il suffirait que l'on ait :

$$301\,300 < 525\,200 . f \qquad \text{d'où} \qquad f > \frac{301\,300}{525\,200} = 0.573$$

ce chiffre est inférieur à celui 0.75 qui représente le frottement du massif sur le terrain de fondation.

Le coefficient de sécurité est donc $\frac{0.75}{0.57} = 1.3$, de plus il y a les butées latérales du sol dont on fait abstraction.

Quant à la résistance verticale du sol, elle ne sera pas soumise à une bien grande épreuve, car la pression maximum qu'elle aura à supporter ne dépassera pas 2 kgrs par centimètre carré.

Chaque culée constitue un massif dont la base est un parallélogramme ayant $33^{m}50$ dans le sens de la longueur du pont et 44 mètres dans le sens de l'axe de la voie navigable, soit une surface de 1474 mètres carrés, cet empâtement n'est guère dépassé que par celui des piles du pont de Brooklyn dont la base a 51 mèt. de longueur sur 32 mètres de largeur soit une surface de 1632 mètres carrés.

Les fondations des culées du pont Alexandre III sont établies chacune sur un caisson unique descendu à l'air comprimé jusqu'aux couches de sable de la base du lutétien inférieur, couches qu'on rencontre à une profondeur de 8 à 9 mètres au dessous du plan d'eau.

Les massifs sont constitués par des maçonneries de moellons de roche et mortier à ciment Portland, à l'exception de la partie inférieure qui est en béton de ciment. Le parement du côté de la rivière est constitué au dessous de la côte (25.00) par des moellons piqués et, au-dessus de cette côte jusqu'au bandeau, par des assises de pierre de taille granitique. Le bandeau, les sommiers d'appui des arcs et les premiers voussoirs de la voûte de retombée formant libages sont également en pierres granitiques. La charge maximum supportée par les sommiers est de $49^{k}9$ par centimètre carré.

Les maçonneries de béton remplissant la chambre de travail des caissons sont faites dans la proportion de trois volumes de cailloux pour deux de mortier de ciment de Portland, ce mortier est au dosage de 450 kgrs de ciment par mètre cube de sable. Les maçonneries de roche sont hourdées au mortier de ciment Portland au dosage de 400 kgrs et les maçonneries de moellon piqué ou de pierre de taille avec du mortier au même dosage mais avec du sable tamisé (1).

§ 4. Piles de voûtes.

180. Calcul. — La pile (FIG. 112) d'une voûte en maçonnerie ou d'une voûte métallique reçoit latéralement l'action de deux poussées Q et Q_1, si les deux

(1) Le *Génie Civil*, n° du 26 juin 1897.

voûtes sont égales et également surchargées les deux poussées sont identiques et se composent en une résultante verticale, si les deux voûtes sont inégales et inégalement surchargées (le cas le plus défavorable est l'une sans surcharge et l'autre avec surcharge complète) alors Q et Q_1 sont différents et la pile doit se calculer d'après la même méthode que ci-dessus indiquée pour la culée.

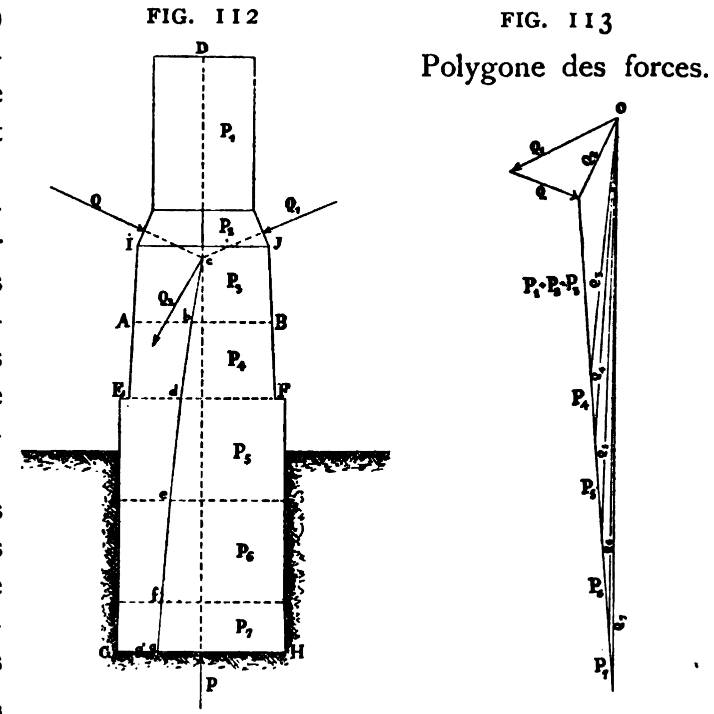
Supposons $Q_1 > Q$ le polygone des forces (FIG. 113) nous donne Q_2 comme résultante des deux, et c'est à cette force oblique que la pile doit pouvoir résister.

Pour permettre aux poussées Q et Q_1 de s'équilibrer dans de bonnes conditions sur la pile on constitue la retombée des naissances des deux voûtes d'un seul bloc de pierre, ou de deux blocs comme l'indique la figure 112.

Composant Q_2 et le poids P_{1+2+3} des trois premiers tronçons de pile le polygone des forces nous donne la résultante Q_3, nous menons (FIG. 112) la parallèle *cb* à Q_3 et nous obtenons le centre de pression *b* sur la section AB.

FIG. 112

FIG. 113
Polygone des forces.



Composant Q_3 et P_4 nous obtenons Q_4 ; sur la FIG. 112, Q_3 et P_4 se coupent en *c*, nous tirons une parallèle *cd* à Q_4 et nous obtenons *d* centre de pression sur EF. Et ainsi de suite.

Nous voyons que dans le cas actuel les résultantes successives ne forment pas polygone de poussée, car elles émanent toutes d'un même point *c*. Les centres de pression sur les diverses sections forment le polygone des centres de pression *cbdefg*.

Nous possédons maintenant toutes les données pour vérifier la stabilité de la pile (voir n° 121) :

1° Il faut que sur la section IJ le frottement dû à $P_1 + P_2$ plus la composante verticale de Q_2 équilibrent avec la sécurité voulue la composante horizontale de Q_2.

2° La stabilité contre le renversement doit être assurée pour les diverses arêtes de la pile.

3° La compression maximum sur les maçonneries ne peut dépasser la charge de sécurité, et sur le terrain elle ne peut dépasser en G le taux au delà duquel des tassements se produiraient, cela est très important, car ces tassements se produiraient inégalement, la pile s'inclinerait et les voûtes pourraient se crevasser.

4° Il ne peut en aucune section se produire de la traction.

***

181. Souspression. — Il arrive quelquefois que l'on tient compte de la souspression P exercée par l'eau sous les fondations de la pile, cette intervention de P a pour effet de reporter, dans le cas figuré, le centre de pression g sur la base GH vers la gauche, car pour le tronçon GHD les forces agissantes sont l'oblique Q_2 et la verticale $(P_{1+2+3.....+7}—P)$ et la résultante est plus inclinée que celle trouvée précédemment, donc g est rejeté vers la gauche en g' ; il faut vérifier si cela a pour conséquence d'augmenter sensiblement la fatigue de compression sur le terrain de fondation, ce qui n'est pas toujours le cas, car si g est plus excentré par contre la charge de compression verticale $(P_{1+......+7}—P)$ est moindre.

Il est à noter que la souspression P n'agit pas sur les autres sections de la pile par exemple celle EF, car elle est équilibrée par le poids des maçonneries EFGH, elle n'a d'influence que sur les sections inférieures là où le bloc en dessous de la section considérée a un poids P' moindre que la valeur P et son influence est représentée par (P—P').

***

182. Fondation. — La pression de la pile sur le terrain de fondation GH est diminuée de tout le frottement du terrain sur les faces GE et HF ; pour avoir une notion claire de la stabilité et de la façon de résister du terrain de fondation nous renvoyons au chapitre XI ci-après.

On ne tient pas compte de la butée que le terrain d'enracinement de la pile présente à l'action latérale Q_2.

On est quelquefois obligé d'augmenter les dimensions des piles au delà de ce qu'exigent les conditions de stabilité pure, et cela pour lui permettre de résister aux chocs des glaces en débâcle ou à l'action torrentielle du courant.

Pour les piles en rivière à fond mobile on est aussi quelquefois obligé de descendre les fondations plus bas que ce qu'exige la stabilité, cela afin de mettre leur base à l'abri des affouillements possibles, dans ce cas on protège le pied de la pile par des enrochements avec ou sans fascinages, ou par des radiers généraux.

§ 5. Pile en maçonnerie de grande hauteur.

133. Calcul. — Pour les piles de hauts viaducs en maçonnerie ou en métal il y a un nouveau facteur, le vent, dont il importe de tenir compte ; nous donnons

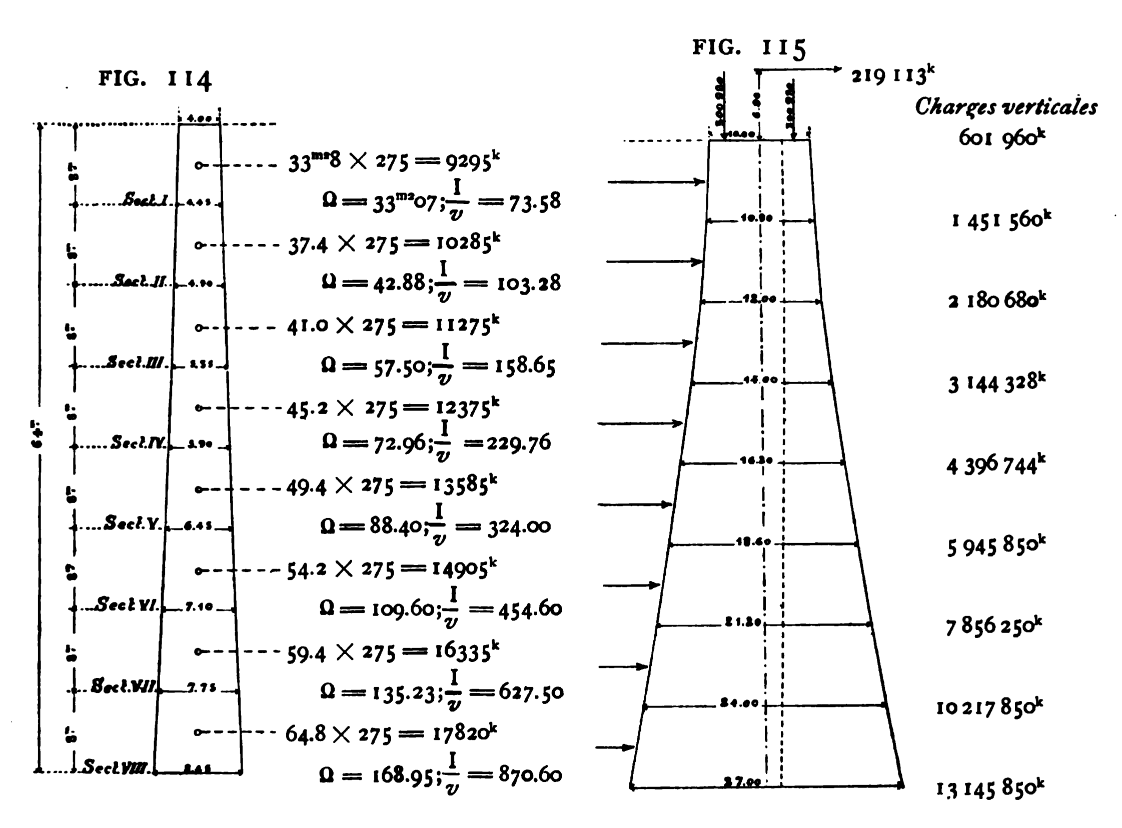


FIG. 114 FIG. 115

FIG. 114 à 116, le schéma d'une pile en maçonnerie de 64 mètres de hauteur portant un viaduc métallique (1).

Les dimensions de la tête de la pile se déterminent d'après les dimensions et poids du viaduc porté, les autres dimensions se déterminent à priori par un calcul approximatif et puis on procède, ainsi que nous allons faire, au calcul définitif de vérification.

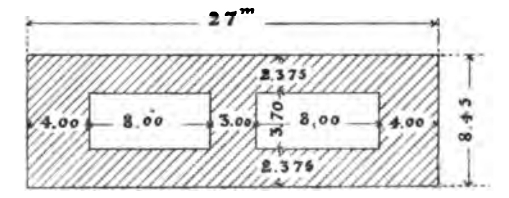


FIG. 116
Coupe de la section VIII

Nous supposons que le vent agit norma-

(1) Les détails de cette pile et les calculs sont extraits de la *Statique Graphique* de M. Koechlin.
A Fades en France on a construit un viaduc métallique porté par deux piles de 92 mètres de hauteur, voir *Annales des Ponts et Chaussées*, 3e Trimestre de 1903 ; quiconque aura à construire des piles de grande hauteur doit lire attentivement ce mémoire ; il examine notamment la question de l'oscillation de ces piles.

lement à l'axe longitudinal du pont ainsi qu'il arrive toujours pour les vents les plus violents et les plus dangereux, car ils suivent en ce cas l'axe de la vallée.

Nous divisons la pile en 8 parties égales de 8 mètres de hauteur chacune et vis-à-vis de chaque section nous inscrivons ses dimensions, sa superficie Ω, et son module de flexion $\frac{I}{v}$.

Toutes les sections sont creuses, leur creux est proportionné à celui de la section de base, FIG. 116.

Pour l'étude de l'action du vent il y a deux cas à considérer : celui d'un vent à 275 kgs sans surcharge sur le tablier, et celui d'un vent à 150 kgs avec surcharge ; nous examinerons ici le premier cas qui en général donne les fatigues maximum.

L'effort vertical exercé par le tablier (du chef de son poids mort) sur la tête de la pile est de 601960 kgmes ; l'effort horizontal du vent sur le tablier, effort calculé à raison de 275 kgr, est de 219113 kgs, cette action horizontale passe à 6^m90 au-dessus de la tête de la pile.

La charge verticale agissant sur chacune des sections de la pile se compose du poids mort du tablier, 601960 kgs, plus le poids de la maçonnerie comprise entre la tête de pile et la section considérée, ce poids est inscrit au droit de chacune des sections.

L'action du vent sur chaque élément de pile de 8 mètres de hauteur est égale à la surface choquée multipliée par 275 kgs, ces efforts sont inscrits sur le dessin vis-à-vis de chaque tronçon de pile ; ces efforts sont appliqués au centre de gravité de chaque trapèze du tronçon de piles, la forme trapèze étant très peu accusée le centre de gravité est très sensiblement à mi-hauteur.

La besogne ainsi préparée nous pouvons maintenant vérifier les diverses conditions de stabilité de la pile.

Le glissement. La section dangereuse est à la tête, nous avons l'équation :

$$0,70 \times 601960 \text{ kg} = n \times 219113 \qquad \text{d'où} \qquad n = 1,9$$

La résistance au glissement est en réalité supérieure au coefficient 1.9, car les sabots d'appui du tablier sont profondément ancrés dans la maçonnerie et ainsi intéressent le poids de celle-ci dans la résistance au glissement.

Il importe que les sabots et rotules d'appui soient latéralement munis de rebords afin que sous les trépidations de la tempête le tablier ne puisse petit à petit être ripé à bas de ses châssis d'appui (1).

Le renversement. Considérons la section n° IV par exemple, le moment de renversement a pour valeur :

---

(1) Voir *Mémoires de la Société des Ingénieurs Civils*, janvier 1894, p. 69, un pont ripé par le vent.

$$219113\ (6{,}90+32)+9295\times 28+10285\times 20+11275\times 12+12375\times 4=$$
$$=9174256 \text{ kilogrammètres}$$

le moment de stabilité a pour valeur :

$$4396744\times 8{,}10=35613626 \text{ kgmètres}$$

d'où coefficient de stabilité $=\dfrac{35613626}{9174256}=3.9.$

En étudiant les autres sections on constatera que le coefficient de stabilité augmente à mesure que l'on descend.

Les fatigues. Les fatigues se déterminent par la formule ordinaire de flexion :

$$t=\frac{P}{\Omega}\pm\frac{Mv}{I}$$

Étudions la section n° IV pour laquelle

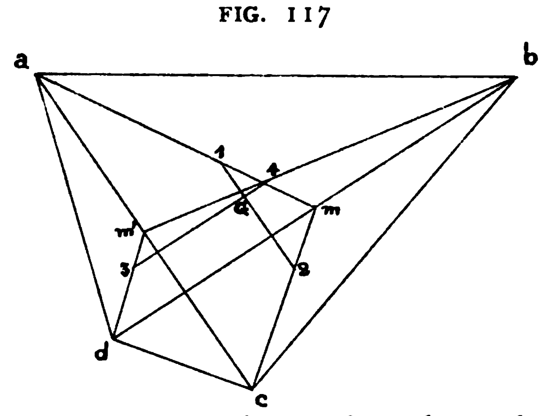
$\Omega=72^{\text{m.c.}}96 \qquad \dfrac{I}{v}=229{,}76\ ; \qquad P=4396744$ kgmes ; $\quad M=9174256$ kgmètres

donc :

$$t=\frac{4396744}{72.96}\pm\frac{9174256}{229.76}=60000\pm 40000$$

sur cette section il y a donc toujours compression, au surplus il serait imprudent de tolérer que dans des constructions de cette importance il y ait de la traction en n'importe quel point ; le maximum de compression est de 10 kgs par centimètre carré (ce maximum n'est dépassé sur aucune section).

FIG. 117



Le centre de pression sur la section n° IV est, du centre de cette section, à la distance :

$$x=\frac{M}{P}=\frac{9174256}{4396744}=2^{\text{mèt.}},135$$

Les centres de pression ont été déterminés sur toutes les sections, la courbe des centres de pression est la ligne inclinée de la FIG. 115, on remarquera que cette courbe se rapproche en descendant de l'axe de la pile, ce qui prouve que l'influence du poids croît plus rapidement que celle du vent, c'est-à dire que les conditions de stabilité de la pile s'améliorent vers le pied.

§ 6. Centre de gravité d'un quadrilatère.

134. Le calcul des voûtes exige quelquefois la détermination du centre de

gravité d'un quadrilatère quelconque, tel celui *a b c d*, FIG. 117, pour ce faire on mène les deux diagonales *ac* et *bd*, puis les médianes *am*, *cm*, *bm'*, *dm'* ; on prend le tiers de ces médianes à partir des milieux *m* et *m'*, ces points au tiers sont numérotés de 1 à 4 ; on tire les droites de 1 à 2 et de 3 à 4, leur point d'intersection G est le centre de gravité cherché.

§ 7. Calcul détaillé de la voûte d'un pont.

185. Nous allons, comme application de la théorie donnée ci-avant, calculer la voûte du pont *Antoinette* (FIG. 100, Pl. XI), c'est un cas compliqué à cause des charges locales que créent les piliers du viaduc porté par la voûte, ce viaduc livre passage à une ligne ferrée à une voie, l'intrados de la voûte a une ouverture de 47^m40 aux naissances et une flèche de 11^m02, la voûte est symétrique par rapport à la section verticale à la clef : les formules à appliquer sont celles du § 3, mais du chef de la symétrie elles se simplifient, car les limites des intégrales sont les mêmes, de plus on a pour deux sections symétriques

$$f - y_1' = f - y_1 \qquad x_1' - l = l_1 - x_1, \qquad I_1 = I_1' \qquad ds_1' = ds_1$$

les formules deviennent donc :

$$2q\int\frac{(f-y_1)^2}{I_1}ds_1 + 2\,qd\int\frac{(f-y_1)}{I_1}ds_1 = \int\frac{(f-y_1)}{I_1}\mu_1\,ds_1 + \int\frac{(f-y_1)}{I_1}\mu_1'\,ds_1$$

$$2\pi\int\frac{(l_1-x_1)ds_1}{I_1} = \int\frac{(l_1-x_1)\mu_1}{I_1}ds_1 - \int\frac{(l_1-x_1)\mu_1}{I_1}ds_1$$

$$2q\int\frac{(f-y_1)\,ds_1}{I_1} + 2qd\int\frac{ds_1}{I_1} = +\int\frac{\mu_1\,ds_1}{I_1} + \int\frac{\mu_1'\,ds_1}{I_1}$$

les intégrales de ces équations sont à évaluer par approximation, nous prendrons la formule de Simpson ; nous traçons l'axe moyen SO_1 de la demi-voûte (FIG. 118, Pl. XII) et le rapportons à deux axes coordonnées rectangulaires O_1XY, le développement de cet axe SO_1 pris à l'échelle sur le tracé est de 27^m60, nous le divisons en 8 parties égales de 3^m45, c'est là la valeur de l'équidistance Δs entrant dans la formule de Simpson, nous prenons à l'échelle sur le tracé de la FIG. 118 les valeurs de x_1 et y_1 et nous formons le tableau ci-après, de ce tableau nous tirons (1) :

$$\int_{o_1}^{S}\frac{(f-y_1)^2 ds_1}{12\,I_1} = \frac{3{,}45}{3}\times 72{,}51163 = 83{,}388375$$

$$\int_{o_1}^{S}\frac{(f-y_1)ds_1}{12\,I_1} = \frac{3{,}45}{3}\times 12{,}8874 = 14{,}82051$$

(1) Tous les I_1 sont accompagnés du coefficient 12 afin de devoir évaluer simplement bh^3 pour chaque section et non $\frac{bh^3}{12}$.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	
N° des sections de la fig. 118 Pl. XII	l_1-x_1	$f-y_1$	Ω	$12\ I_1$	$\frac{f-y_1}{12\ I_1}$	$\frac{(f-y_1)^2}{12\ I_1}$	$\frac{1}{12\ I_1}$	$\frac{(l_1-x_1)^2}{12\ I_1}$	$\frac{(l_1-x_1)^2(f-y_1)}{12\ I_1}$	Poids des tronçons (voir n° 136)	Observations
1 (naiss.)	24.50	11.05	2.30	12.167	0.9082	10.03561	0.08219	49.33455	545.14705	1 à 2=2.40×5250=12600 kgs	
2	22.10	8.60	2.15	9.938	0.8652	7.44072	0.10062	49.14381	422.57233	2 à 3=2.70×5250=14175 kgs	
3	19.40	6.40	1.90	6.859	0.9330	5.9712	0.14579	54.86952	351.14388	3 à 4=2.90×5250=15225 kgs	
4	16.50	4.52	1.80	5.832	0.7753	3.50436	0.17147	46.68271	211.07543	4 à 5=3.10×5250=16275 kgs	
5	13.40	2.95	1.70	4.913	0.6008	1.77236	0.20354	36.54764	107.87965	5 à 6=3.20×5250=16800 kgs	
6	10.20	1.70	1.60	4.096	0.4146	0.70482	0.24414	25.40033	43.13498	6 à 7=3.30×5250=17325 kgs	
7	6.90	0.78	1.55	3.724	0.2094	0.16333	0.26853	12.78471	9.96953	7 à 8=3.42×5250=17955 kgs	
8	3.48	0.23	1.50	3.375	0.0681	0.01566	0.29630	3.58831	0.82473	8 à 9=3.48×5250=18270 kgs	
9 (clef)	0	0	1.50	3.375	0	0	0.29630	0	0		
Somme des ordonnées de la formule de Simpson					12.8874	72.51163	4.86397	756.99893	4193.56305	Les longueurs horizontales de chaque tronçon sont prises à l'échelle sur le dessin fig. 118 Pl. XII.	
Somme ci-dess. multipliée par $\frac{\Delta s}{3}=1^m15$					14.82051	83.388375	5.593566	870.5487695	4822.5975075		

$$\int \frac{(l_1 - x_1)^2}{12\,I_1} ds_1 = \frac{3.45}{3} \times 756{,}99893 = 870{,}5487695$$

$$\int \frac{ds_1}{12 I_1} = \frac{3{,}45}{3} \times 4{,}86397 = 5{,}593566$$

et les équations ci-dessus deviennent :

(1) $$166{,}776759q + 29{,}64102qd = \int \frac{(f - y_1)}{12\,I_1} \mu_1 ds_1 + \int \frac{(f - y_1)}{12\,I_1} \mu'_1 ds_1$$

(2) $$1741{,}097539\pi = \int \frac{(l_1 - x_1)\mu_1}{12 I_1} ds_1 - \int \frac{(l_1 - x_1)\mu'_1}{12\,I_1} ds_1$$

(3) $$29{,}64102q + 11{,}187132qd = + \int \frac{\mu_1 ds_1}{12 I_1} + \int \frac{\mu'_1 ds_1}{12 I_1}$$

Voilà la besogne préparée, il nous reste maintenant à résoudre ces équations pour les divers cas du poids mort et de la surcharge.



186. Voûte seule. — Nous allons étudier la stabilité de la voûte seule, c'est-à-dire après le décintrement et avant l'exécution du viaduc qui la surmonte, dans ce cas la charge est symétrique de part et d'autre de la clef, nous avons $\mu_1 = \mu'_1$, de (2) nous tirons $\pi = 0$ et les deux autres équations deviennent :

(4) $$83{,}3883759q + 14{,}82051qd = \int \frac{(f - y_1)\mu_1 ds_1}{12 I_1}$$

(5) $$14{,}82051q + 5{,}593566qd = \int \frac{\mu_1 ds_1}{12 I_1}$$

Le poids de la demi-voûte pour un mètre de largeur est :

$$2450 \times \frac{1^m50 + 2.30}{2} \times 27^m60 = 52^{m.c.}44 \times 2450 = 128478 \text{ kgs}$$

nous admettrons que ce poids est uniformément réparti sur l'horizontale, ce qui nous donne par mètre courant horizontal :

$$p = \frac{128478}{24{,}50} = 5244 \text{ kgs} = 5250 \text{ en chiffres ronds}$$

Nous avons :

$$\mu_1 = \frac{p\,(l_1 - x_1)^2}{2}$$

$$\int \frac{\mu_1\, ds_1}{12\, I_1} = \frac{p}{2} \int \frac{(l_1 - x_1)^2\, ds_1}{12\, I_1} = \frac{p}{2} \times 870{,}5487695$$

$$\int \frac{(f-y_1)\mu_1\, ds_1}{12\, I_1} = \frac{p}{2}\int \frac{(f-y_1)(l_1-x_1)^2}{12\, I_1}\, ds_1 = \frac{p}{2} \times 4822{,}5975075$$

Les deux équations (4) et (5) deviennent en divisant les deux membres par $\frac{1}{3}\Delta s = 1.15$ et en se limitant aux deux premières décimales :

$$72{,}51\ q + 12{,}89\ qd = 2096{,}78\ p = 2096{,}78 \times 5250$$
$$12{,}89\ q + \ 4{,}86\ qd = \ 378{,}50\ p = \ 378{,}50 \times 5250$$

d'où nous déduisons

$q = 149723$ kgrmes ; $qd = 11830$ kgrmètres ; $d = \frac{11830}{149723} = 0^{\text{mèt.}}.079$

Nous avons donc à la clef une poussée horizontale de 149723 kgs appliquée à 79 millimètres au-dessus du centre de gravité de la section ; nous pouvons procéder au tracé de la ligne de pression ; la colonne n° 11 du tableau n° 135 donne les longueurs horizontales de chaque tronçon de voûte et le poids vertical de ce tronçon ; sur la FIG. 118 nous avons la verticale de ces poids, verticale qui passe par le centre de gravité de chaque tronçon ; la FIG. 119 donne le polygone des forces, prenant le sommet de ce polygone comme pôle et partant du centre de pression sur la section S à la clef nous tirons en rouge sur la FIG. 118 le polygone funiculaire correspondant, c'est la ligne de poussée de la voûte et ses intersections avec les diverses sections du n° 9 au n° 1 nous donnent les centres de pression sur les divers joints.

En possession de ces résultats nous pouvons vérifier les conditions de stabilité de la voûte après décintrement, il suffit d'appliquer la marche indiquée au § 4 : nous voyons que partout le centre de pression est à l'intérieur du tiers central ; en somme la voûte isolée est dans de bonnes conditions de stabilité.



137. Voûte portant le viaduc (Pl. XIII). — Nous établissons nos calculs en faisant abstraction du poids propre de la voûte et ne tenant compte que du poids du viaduc supérieur ; le premier pilier, celui C (Pl. XI et XIII), apporte sur la voûte un poids local de 36000 kgs par mètre courant de largeur de voûte ; le second pilier B apporte 26000 kgs ; le troisième A apporte 11000 kgs ; enfin de A à la clef le tympan est plein et pèse au total 38520 kgs, soit $\frac{38520}{12.30} = 3132$ kgr. le mètre courant, nous supposerons que ce poids est uniformément réparti de A à S et prendrons en chiffres ronds 3000 kgs par mètre courant ; nous avons donc à calculer la réaction à la clef pour les charges ci-dessus, elles sont notées Pl. XIII, elles comprennent le poids mort complet du viaduc avec la voie ferrée

et son ballast mais non compris le poids de la voûte du pont ; les équations à appliquer sont celles (4) et (5) trouvées ci-dessus :

$$83,388375\, q + 14,82051\, qd = \int_{o_1}^{S} \frac{(f - y_1)\mu_1}{12\, I_1} ds_1$$

$$14,82051\, q + 5.593566\, qd = \int_{o_1}^{S} \frac{\mu_1\, ds_1}{12\, I_1}$$

Nous avons à évaluer les intégrales du second membre pour les diverses charges portées par la voûte :

Charge uniforme de S à A (Pl. XIII). Les valeurs de μ_1 sont :

en la section 1. — $3000 \times 12,3(24.50 - 6.35) = 669735$ kgmètres.
» 2. — $3000 \times 12,3(22.10 - 6.35) =$
» 3. — $3000 \times 12,3(19.40 - 6.35) =$
» 4. — $3000 \times 12,3(16.50 - 6.35) =$
» 5. — $3000 \times 12,3(13.40 - 6.35) =$
» 6. — $\dfrac{3000 \times \overline{10.20}^2}{2} =$
» 7. — $\dfrac{3000 \times \overline{6.90}^2}{2} =$
» 8. — $\dfrac{3000 \times \overline{3.48}^2}{2} =$
» 9. — $0 =$

ces moments multipliés par $\dfrac{(f - y_1)}{12\, I_1}$ tirés du tableau n° 135. nous donnent :

en 1 — 608253,327
en 2 — 502832,610
en 3 — 449281,485
en 4 — 290376,985
en 5 — 156295,116
en 6 — 64702,470
en 7 — 14954,295
en 8 — 1237,095
en 9 — 0

appliquant à ces résultats la formule de Simpson nous obtenons :

$$\int_{o_1}^{S} \frac{(f - y_1)\mu_1 ds_1}{12\, I_1} = \frac{3.45}{3} \times 5285911,759 = 6078798,52285$$

multipliant les moments μ_1 ci-dessus par $\dfrac{1}{12\, I_1}$ déduits du tableau n° 135 et appliquant la formule de Simpson nous obtenons :

$$\int \frac{\mu_1 as_1}{12\,I_1} = 1155103,225$$

***

Charge locale de 11000 kgs en A. Les valeurs de $\left[\mu_1 \times \frac{f-y_1}{12\,I_1}\right]$ sont :

en la section 1 = 11000 × 12m20 × 0,9082 = 121880,44
» 2 = 11000 × 9.80 × 0,8652 = 93268,56
» 3 = 11000 × 7.10 × 0,9330 = 72867.30
» 4 = 11000 × 4.20 × 0,7753 = 35818.86
» 5 = 11000 × 1.10 × 0,6008 = 7269,68
» A = 0

La formule de Simpson appliquée de la section 1 à la section 5 nous donne :

$$\Sigma_1^5 = \frac{3.45}{3} 791234,40 = 909919,56.$$

il reste à évaluer l'intégrale de la section 5 à la section A dont la distance est $\Delta s = 1^m30$, la valeur de cette intégrale est :

$$\frac{1.30}{2} \times 7269.68 = 4725.292.$$

et nous avons donc au total : $\int_{o_1}^{A} \frac{(f-y_1)\,\mu_1}{12\,I_1} ds_1 = 914644,852.$

une marche analogue nous donnera : $\int_{o_1}^{A} \frac{\mu_1}{12\,I_1} ds_1 = 129641,971.$

***

Charge locale de 26000 kgs en B. Les valeurs de $\left[\mu_1 \times \frac{f-y_1}{12\,I_1}\right]$ sont :

en la section 1 = 26000 × 7.2 × 0,9082 = 170015,04
» 2 = 26000 × 4.8 × 0,8652 = 107976,96
» 3 = 26000 × 2.1 × 0,9330 = 50941,80
» B = 0

$$\Sigma_1^3 = 750794.38$$

$$\Sigma_3^B = \frac{2.60}{2} \times 50941,80 = 66224.34$$

additionnant nous avons : $\int_1^B \frac{(f-y_1)\mu_1}{12\,I_1} ds_1 = 817018.72$

une marche analogue nous donnera : $\int_{1}^{B} \frac{\mu_1}{12\,I_1} ds_1 = 94960$



Charge locale de 36000 kgs en C. De la section C à la section O_1 l'arc peut être considéré comme droit, et aussi de section uniforme dont le $12\,I_1$ a pour valeur moyenne 11 (voir col. 5, n° 135) ; $CO_1 = 3^m20$; en une section quelconque à la distance z de C (voir FIG. 122 Pl XIII) nous avons :

$$(f-y_1)\mu_1 ds_1 = \left(8.7 + \frac{23}{22}z\right) 36000\, z\, \frac{32}{22} dz$$

$$\int_{o1}^{C} \frac{(f-y_1)\mu_1 ds_1}{12\,I_1} = \frac{36000 \times 32}{11 \times 22} \int_{o}^{2.2} \left(8.7 + \frac{23}{22}z\right) z dz = 117895.68$$

$$\int_{o1}^{C} \frac{\mu_1 ds_1}{12\,I_1} = \frac{1}{11} \int_{o}^{2.2} 36000 z \frac{32}{22} dz = 11520$$

***

Additionnant les valeurs trouvées ci-dessus nous avons :

$$\int_{o_1}^{S} \frac{(f-y_1)\mu_1 ds}{12\,I_1} = 6078798.523 + 914644{,}852 + 817018.72 + 117895.680 =$$

$$= 7928357.775$$

$$\int_{o1}^{S} \frac{\mu_1 ds_1}{12\,I_1} = 1155103.225 + 129641.971 + 94960 + 11520 = 1391225{,}196$$

substituant dans les deux équations (4) et (5), et ne conservant que les deux premières décimales nous avons :

$$83{,}39\,q + 14{,}82\,qd = 7928357.78$$
$$14.82\,q + 5.59\,qd = 1391225.20$$

d'où nous tirons:

$q = +96152$ kgmes ; $qd = -6037$ kgmètres ; $d = \frac{-6037}{96152} = -0^m063$

la poussée à la clef due au poids mort du viaduc proprement dit est donc de 96152 kgs et le centre de cette poussée est à 63 millimètres en dessous du centre de gravité de la section à la clef.



Si nous combinons les effets du poids mort de la voûte et du viaduc qu'elle porte nous avons :

$$q = 149723 + 96152 = 245875 \text{ kgmes}$$

$qd = +11830 - 6037 = +5793$ kgmètres ; $d = +\frac{5793}{245875} = +0^m024$

le poids mort complet, voûte et viaduc, provoque donc à la clef une poussée horizontale de 245875 kgmes appliquée à 24 millimètres au-dessus du centre de gravité de la section.

Les charges verticales totales sur chaque voussoir de la FIG. 120, Pl. XIII sont celles de la FIG. 118, Pl. XII augmentées du poids du viaduc, ainsi sur le voussoir de 9 à 8 nous avons 18270 kgs provenant de la voûte seule et $3^m48 \times 3000$ kgs = 10440 kgs provenant du viaduc, ce qui fait pour ce voussoir un total de 28710 kgs, chiffre porté sur la FIG. 120 ; et ainsi pour les autres voussoirs.

La ligne de poussée qui résulte de ces charges et de la poussée 245875 kgs est celle tracée en rouge sur la FIG. 120, nous voyons que partout elle est dans le tiers central ; sur la section aux naissances, celle n° 1, elle passe à 10 centimètres au-dessus du centre de gravité O_1 ; la fatigue maximum sur la section à la clef est :

$$t = \frac{2 \times 245875}{150 \times 100}\left(2 - 3\frac{75 - 2^c.4}{150}\right) = 18 \text{ kgs par centimètre carré.}$$

***

188. Surcharge recouvrant tout le pont. — Les équations sont toujours les mêmes que celles (4) et (5) trouvées précédemment :

$$83{,}388375\,q + 14.82051\,qd = \int_{o_1}^{S} \frac{(f-y_1)\mu_1}{12\,I_1} ds_1$$

$$14{,}82051\,q + 5.593566\,qd = \int_{o_1}^{S} \frac{\mu_1\,ds_1}{12\,I_1}$$

Le pont est à une seule ligne ferrée, la surcharge est de 5000 kgs le mètre courant, la voûte a 5 mètres de largeur, la surcharge par mètre de largeur de voûte est donc de 1000 kgs ; nous avons donc de S à A (FIG. 120) une surcharge de 1000 kgs par mètre, en A nous avons une charge locale de 2500 kgs, en B et C une charge locale de 5000 kgs ; nous utilisons les calculs effectués ci-dessus au n° 137 et nous avons immédiatement :

$$\int_{o_1}^{S} \frac{(f-y_1)\mu_1}{12\,I_1} ds_1 = \frac{1}{3} \times 6078798{,}523 + \frac{25}{110} \times 914644{,}852 + \frac{5}{26} \times 817018.720 +$$
$$+ \frac{5}{36} \times 117895.68 = 2407633{,}408$$

$$\int_{o_1}^{S} \frac{\mu_1\,ds_1}{12\,I_1} = \frac{1}{3} \times 1155103{,}225 + \frac{25}{110} \times 129641{,}971 + \frac{5}{26} \times 94960 + \frac{5}{36} \times 11520 =$$
$$= 434360.028$$

et les équations deviennent :

$$8339q + 1482qd = 240763341$$
$$1482\,q + 559\,qd = 43436003$$

d'où nous tirons :

$q = 28485$ kgmes ; $qd = +2185$ kgmètres ; $d = +\frac{2185}{28485} = +0^{\text{mèt}}077$

combinant le poids mort et la surcharge complète nous avons :

$$q = 245875 + 28485 = 274360 \text{ kgmes}$$
$$qd = +5793 + 2185 = +7978 \text{ kgmètres}$$
$$d = +\frac{7978}{274360} = +0^{\text{m}}029$$

la poussée 274360 kgmes à la clef passe donc à 29 millimètres au-dessus du centre de gravité. Les éléments du tracé de la ligne de poussée sont donc :

1° à la clef une poussée de 274360 kgs appliquée à 29 millimètres au-dessus du centre de gravité.

2° à chaque voussoir, du chef du poids propre de la voûte, les charges indiquées FIG. 118, Pl. XII.

3° du chef du poids mort du viaduc supérieur il y a de S à A (Pl. XIII), 3000 kgs par mètre courant, en outre il y a en A une charge locale de 11000 kg., en B une charge de 26000 kgs et en C une charge locale de 36000 kgs.

4° Enfin, du chef du train recouvrant tout le pont, il y a de S à A une charge uniforme de 1000 kgs le mètre courant, en A une charge locale de 2500 kgs, en B et C deux charges locales de 5000 kgs.

Appliquant à ces données la marche indiquée ci-avant et détaillée aux Pl. XII et XIII on en déduira la ligne de poussée pour la surcharge roulante recouvrant tout le pont ; nous ne donnons pas le tracé de cette ligne de poussée, elle s'éloigne d'ailleurs excessivement peu de celle donnée Pl. XIII pour le poids mort total. La compression maximum à la clef est :

$$t = \frac{2 \times 274360}{150 \times 100}\left(2 - 3\frac{75 - 2.9}{150}\right) = 20^{\text{k}}4 \text{ par centimètre carré.}$$



189. Surcharge recouvrant la demi-travée (Pl. XIV). — La demi-voûte de gauche porte les surcharges ci-avant détaillées au n° 138, savoir une surcharge uniforme de 1000 kgs par mètre depuis S jusque A et trois charges locales qui sont de 2500 kgs en A et 5000 kgs en B et C ; la demi-voûte de droite ne porte rien, car nous faisons abstraction du poids mort ; nous devons appliquer les 3 équations (1) (2) et (3) du n° 135 sauf à tenir compte que $\mu_1' = 0$ ce qui nous donne :

$$166.77675\,q + 29.64102\,qd = \int_{o_1}^{S} \frac{(f - y_1)\,\mu_1 ds_1}{12\,I_1}$$

$$29.64102\,q + 11.187132\,qd = \int_{o_1}^{S} \frac{\mu_1\,ds_1}{12\,I_1}$$

$$1741.097539\pi = \int \frac{(l_1 - x_1)\,\mu_1}{12\,I_1} as_1$$

Les deux premières équations peuvent s'écrire :

$$83.38837 \times 2q + 14.82051 \times 2qd = \int_{o_1}^{S} \frac{(f - y_1)\,\mu_1\,ds_1}{I_1} = 2407633.40$$

$$14.82051 \times 2q + 5.593566 \times 2\,qd = \int_{o_1}^{S} \frac{\mu_1\,ds_1}{I_1} = 434360.03$$

et les comparant aux deux équations du n° 138 ci-dessus nous voyons immédiatement que dans le cas de la surcharge sur une demi-voûte les valeurs de q et qd sont moitié de celles correspondant au cas de la surcharge sur toute la voûte, donc :

$$q = \frac{28485}{2} = 14242 \text{ kgmes} ; \qquad qd = +\frac{2185}{2} = 1092 \text{ kgmètres}$$

et y ajoutant l'effet de la charge morte, on a :

$$q = 245875 + 14242 = 260117 \text{ kgmes}$$

$$qd = +5793 + 1092 = 6885 \text{ kgmètres} ; \qquad d = +\frac{6885}{260117} = 0^{m}027.$$

Il nous reste à chercher la valeur de π donnée par l'équation :

$$1741.097539\,\pi = \int_{o_1}^{S} \frac{(l_1 - x_1)\,\mu_1}{12\,I_1} ds_1$$

l'intégrale du second membre s'évalue en utilisant les calculs faits ci-dessus pour l'évaluation de $\frac{\mu_1\,ds_1}{12\,I_1}$, on multiplie les valeurs de $\frac{\mu_1}{12\,I_1}$ trouvées alors par celles $(l_1 - x_1)$ données au tableau du n° 135, nous obtenons ainsi pour la charge uniforme de 1000 kgs s'étendant de S à A

$$\int \frac{(l_1 - x_1)\,\mu_1\,ds_1}{12\,I_1} = 6437597.696$$

pour la charge locale de 2500 kgs en A

$$\int \frac{(l_1 - x_1)\,\mu_1 ds_1}{12\,I_1} = 586860.39$$

pour la charge locale de 5000 kgs en B

$$\int \frac{(l_1 - x_1)\,\mu_1\,ds_1}{12\,I_1} = 401620.7$$

pour la charge locale de 5000 kgs en C

$$\int \frac{(l_1 - x_1)\,\mu_1\,ds_1}{12\,I_1} = 38026.56$$

et additionnant on a :

$$\int_{o_1}^{S} \frac{(l_1 - x_1)\mu_1\,ds_1}{12\,I_1} = 7464105.346$$

d'où l'équation :

$$174110\,\pi = 7464105\,35\,; \qquad \pi = 4287 \text{ kgs}$$

En résumé : la charge morte totale et la surcharge roulante ne recouvrant que la demi-voûte de gauche nous donnent à la section à la clef une poussée horizontale de 260 117 kgs appliquée à 27 millimètres au-dessus du centre de gravité et un effort tranchant vertical de 4287 kgs ; la résultante de la poussée horizontale et de la force verticale π est la poussée oblique 260 152 kgs tracée sur la FIG. 123, Pl. XIV, cette poussée oblique combinée avec les charges verticales qui sur la demi-voûte de droite sont celles de la FIG. 120 et sur la demi-voûte de gauche celles de cette même figure augmentées de la charge du train, soit 1000 kgs le mètre courant, nous donne la ligne de poussée tracée en rouge sur la FIG. 123 ; ligne de poussée qui combinée avec le polygone polaire des forces FIG. 124, nous permet de calculer toutes les particularités de la fatigue et de la stabilité sur les diverses sections de la voûte : prenons, par exemple, la section n° 1 de la demi-voûte à droite, la résultante sur cette section est de 356000 kgs (FIG. 124), elle passe à 0^m85 de l'extrados et est très sensiblement normale sur cette section, elle provoque une fatigue maximum :

$$t = \frac{2 \times 356000}{230 \times 100}\left(2 - 3\frac{85}{230}\right) = 27^k4 \text{ par cent. carré}$$

c'est la fatigue maximum dans la voûte.



140. Surcharge recouvrant la demi-travée, soit un quart à gauche de la clef et un quart à droite (Pl. XV.) Un dernier cas à traiter est celui de la surcharge recouvrant la demi-travée, mais symétriquement de part et d'autre de la clef, nous supposerons donc une surcharge de 1000 kgs par mètre courant s'étendant de S à A des deux côtés de la clef, donc sur une longueur totale de 24^m60, ce qui est à 10 centimètres près la moitié de la longueur, 49 mètres, comptée d'axe à axe des naissances ; les deux équations à appliquer sont :

$$83.39\,q + 14.82\,qd = \int_{o_1}^{S} \frac{(f - y_1)\mu_1\,ds_1}{12\,I_1}$$

$$14.82\,q + 5.59\,qd = \int_{o_1}^{S} \frac{\mu_1\,ds_1}{12\,I_1}$$

les intégrales du second membre qui correspondent à une surcharge uniforme de 1000 kgs par mètre courant s'étendant de S à A (car nous faisons abstraction du poids mort) ont été évaluées ci-avant au commencement du n° 137 pour une surcharge de 3000 kgs, il suffit d'en prendre le tiers :

$$\int_{o_1}^{S} \frac{(f - y_1)\mu_1\, ds_1}{12\, I_1} = \frac{1}{3} \times 6078798.523 = 2026266.174$$

$$\int_{o_1}^{S} \frac{\mu_1\, ds_1}{12\, I_1} = \frac{1}{3} \times 1155103.225 = 385034.408$$

d'où les équations :

$$8339\, q + 1482\, qd = 202626617$$
$$1482\, q + 559\, qd = 38503441$$

qui nous donnent :

$$q = 22801\ ; \qquad qd = +8428 \text{ kgrmètres}$$

y ajoutant l'effet du poids mort nous avons :

$$q = 245875 + 22801 = 268676 \text{ kilogrs.}$$
$$qd = +5793 + 8428 = +14221 \text{ kgmètres}$$
$$d = +\frac{14221}{268676} = +0^{m}053$$

donc une poussée horizontale totale de 268676 kgs appliquée à 53 millimètres au-dessus du centre de gravité de la section à la clef, la Pl. XV donne la ligne de poussée rouge correspondant à ce cas.

⁂

141. Voilà terminée l'étude complète de la stabilité de la voûte du pont *Antoinette* dont l'élévation est donnée Pl. XI, nous voyons que toutes les conditions de stabilité stipulées au n° 121 ci-avant sont satisfaites dans tous les cas ; notamment la courbe de pression reste à l'intérieur du tiers central pour toutes les répartitions de la surcharge, jamais il n'y a de la traction, et la compression maximum ne dépasse pas $27^{k}4$; la charge de sécurité de la pierre appareillée entrant dans la voûte est de 30 kgs par centimètre carré.

§ 8. Conseils pour l'exécution des voûtes à grandes portées. (1)

142. Calculs statiques. Coefficient de travail et de sécurité. — Les voûtes de grandes portées doivent être calculées d'après la théorie des arcs élastiques.

(1) Ces conseils sont ceux de la *Commission des voûtes* de l'Association des Ingénieurs et Architectes Autrichiens, ils sont extraits de son rapport mentionné ci-dessus au n° 119.

Pour atténuer les efforts rhythmés causés par les charges roulantes, il convient de charger la voûte sur toute sa longueur d'une couche de ballast qui, pour les ponts de chemins de fer, doit avoir au moins 1 mètre d'épaisseur.

Pour les voûtes ordinaires (à l'exclusion de celles en ciment armé) dont le rapport entre la flèche et la portée varie de 1/2 à 1/5, on doit donner les épaisseurs suivantes à la clef, qu'il s'agisse de ponts de chemin de fer ou de ponts routes:

Pour	L = 30 mètres	$e = 1^m10$
»	L = 40 »	$e = 1^m40$
»	L = 65 »	$e = 2^m20$
»	L = 80 »	$e = 2^m70$
»	L = 100 »	$e = 3^m40$
»	L = 120 »	$e = 4^m10$

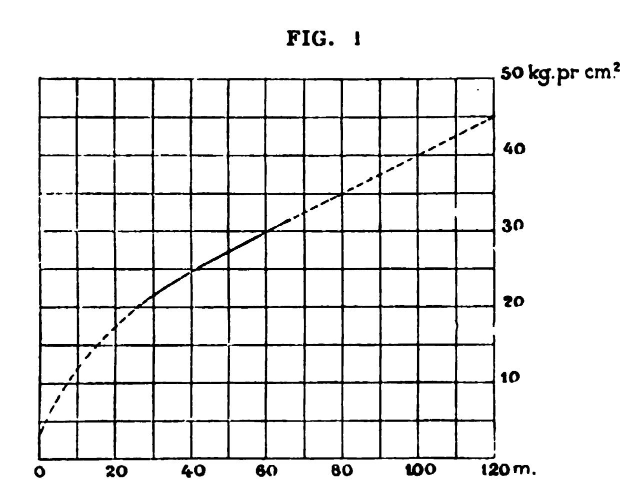
L'épaisseur des voûtes aux naissances doit être pour les voûtes surbaissées environ 1.5 l'épaisseur à la clef et pour les voûtes en plein cintre 1.75.

Le minimum de largeur b à la clef doit être :

Pour les voûtes de	L = 30 mètres	$b = 2^m4$
—	L = 40 »	$b = 3^m00$
—	L = 65 »	$b = 4^m50$
—	L = 80 »	$b = 5^m60$
—	L = 100 »	$b = 7^m00$
—	L = 120 »	$b = 8^m60$

La fatigue que l'on peut admettre pour le travail à la traction des maçonneries des voûtes est de 1 à 2 kilos par centimètre carré. Pour la compression on prendra entre le 1/10 et le 1/4 de la rupture à la compression de la maçonnerie employée ; la fatigue admise croîtra pour les voûtes de 30 à 120 mts proportionnellement à la portée.

FIG. 1



Le diagramme ci-contre (FIG. 1) donne les efforts maxima de compression des ponts des différentes ouvertures de la ligne de l'Arlberg et de Stanislau-Woronienka.

***

143. Matériaux de construction. — Pour les voûtes de portées supérieures à 40 mètres, il convient d'employer des pierres cubant au minimum 0.7 mètres cubes.

Dans le cas où les pierres naturelles font défaut l'emploi de blocs artificiels est recommandé, ceux-ci peuvent être exécutés en maçonnerie de moellons, de briques bien cuites ou en béton. Mais leur résistance au moment de la confection de la voûte doit atteindre au moins 200 kilos à la compression et 7 kilos à la traction.

Pour l'exécution des blocs artificiels en maçonnerie de moellons ou de briques on emploie un mortier composé de 1 volume ciment Portland et 3 1/2 volumes de sable ; pour les blocs en béton le dosage sera : 1 volume ciment Portland et 6 volumes sable et gravier, celui-ci pouvant être soit du gravier proprement dit, soit de la pierre cassée. Pour augmenter la résistance des blocs en béton, il est recommandé d'y noyer des barres de fer.

Enfin, il est utile d'employer des voussoirs en pierre de taille pour les têtes des voûtes exécutées en maçonnerie brute ou en blocs de béton afin de donner un aspect décoratif à l'ouvrage.

***

144. Exécution de la voûte. — Pour réduire les tassements au minimum on construit les grandes voûtes en 4 ou 6 tronçons isolés en laissant vides les joints au-dessus des points fixes du cintre ; celui-ci se déforme et tasse mais, ces mouvements n'entraînent aucune disjonction dans les maçonneries des tronçons qui peuvent suivre en toute liberté ; lorsque les mouvements sont arrêtés on remplit les joints de clavage avec du mortier presque sec que l'on bourre énergiquement au marteau, on crée ainsi dans la voûte une compression initiale d'environ 15 kgs par centimètre carré, compression qui décharge en grande partie le cintre, donc constitue un décintrement partiel, et lors du décintrement proprement dit l'abaissement de la voûte est excessivement faible et pas la moindre fissure ne se produit.

Ce procédé a pour grand avantage d'imprimer une grande célérité à la construction de la voûte, puisque l'on travaille simultanément à tous les tronçons.

Le mortier est introduit dans le joint (largeur 12 à 15 millimètres) par couches de 15 millimètres et puis énergiquement comprimé par une spatule en acier et finalement par un bourroir en acier recevant les coups d'un marteau de 5 à 6 kgs.

Le mortier doit être pulvérulent (1 de ciment pour 2 ou 3 de sable, le tout additionné de 7 °/₀ d'eau), ce mortier après 30 jours prend des résistances à la compression de 500 à 600 kgs par centimètre carré (voir le mémoire de M. Tourtay, Annales des Ponts et Chaussées, 1er trimestre de 1904).

Quand la voûte s'exécute par rouleaux distincts, chacun de ceux-ci est traité comme dit ci-dessus.

Les tronçons isolés qui seraient en danger de glisser sur le cintre avant le clavage sont maintenus par des calages solidaires du cintre.

A propos de l'exécution des voûtes, Mr *Séjourné* dans son ouvrage cité au

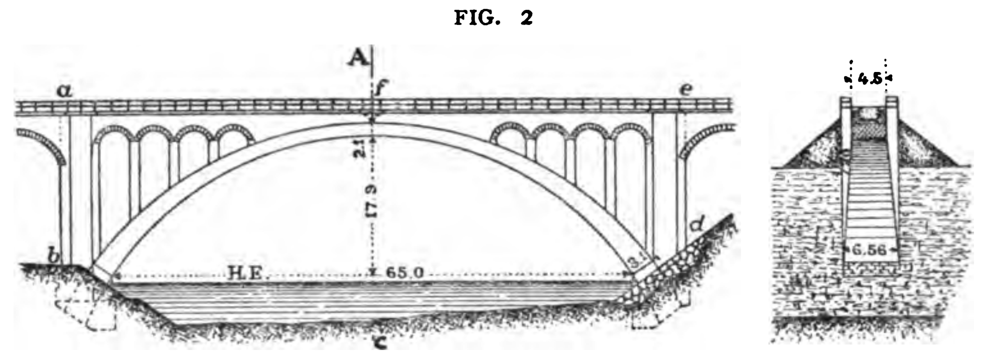
n° 118 dit notamment : *Pendant la construction d'une grande arche l'ingénieur vivra sur la voûte et ne s'en remettra à personne — je dis à personne — de la surveillance aux moments et aux points critiques... L'ingénieur a le devoir d'assister à tous les mâtages et de s'assurer par lui-même qu'ils sont bien faits.* (Tome V, pp. 166, 208.)

Une voûte bien mâtée sonne comme un arc métallique ; un bon mâtage soulage le cintre et amorce le décintrement qui ensuite s'achève sans tassement appréciable (T. V, p. 169.)

***

145. Prix de revient. — L'exécution des voûtes exige des culées naturelles ou artificielles absolument indéformables, si ces culées n'entraînent pas de

FIG. 2



trop grandes dépenses les ponts en voûte seront plus économiques que les ponts métalliques droits.

NUMÉRO D'ORDRE	DÉSIGNATION	Surcharge en kgr. par mèt. carré uniformément répartie d'un seul côté à l'apparition des premières fissures.	COUT EN FRANCS POUR				Prix de construction par 100 kg. de surcharge utile uniformément répartie d'un seul côté.
			Cintres	Arcs	Maçonnerie ou charpentes, accessoires.	Total	
1	Voûte en moellons	2457	1050	1280	1430	3760	153
2	Voûte en très bonnes briques	1830	1050	1550	1430	4030	220
3	Voûte en béton	2750	1050	1280	1430	3760	136
4	Voûte en ciment armé	3414	1050	2180	1430	4660	136
5	Arc métallique (la faible hauteur de cet arc à beaucoup influé sur son prix)	6815	1950	11630	2560	15240	224

Il existe cependant un désavantage pour les ponts en voûte de 80 à 140 mètres de portée, car pour des raisons de stabilité la largeur d'un pont de semblables portées doit toujours être celle d'un pont à double voie ; avec un ouvrage métallique on pourrait se contenter de la largeur d'une voie.

Le tableau ci-contre indique les prix de revient comparatifs de voûtes de 23 mètres et d'un pont en arcs de fer de même largeur, ces constructions ont fait l'objet des essais de la commission.

On peut voir que les voûtes en maçonnerie de moellons, et surtout les voûtes en béton et en ciment armé, sont les plus économiques par cent kilogrammes de surcharge utile.

Pour apprécier exactement les chiffres fournis par ces tableaux il y a lieu d'observer que les qualités de grande résistance à la compression des moellons et des briques n'ont pas été complètement utilisées dans les expériences : les voûtes ont été rompues en effet parce que l'adhérence du mortier aux pierres a été détruite.

Il peut être intéressant, au point de vue économique de savoir que le pont du chemin de fer à voie unique de Jarowicz en Galicie, de 65 mètres de portée, représenté par la FIG. 2, a coûté 41.3 florins par mètre carré de section *abcdef* du profil de la vallée et qu'il est d'un prix moindre qu'un pont métallique.

Comme autre exemple on peut indiquer le pont à double voie de 120 mètres de portée (FIG. 3) dont le projet a été conçu exactement d'après les propositions qui ont été exposées plus haut; en appliquant les mêmes prix qu'au pont de Jarowicz, le prix de revient du pont de 120 mètres de portée

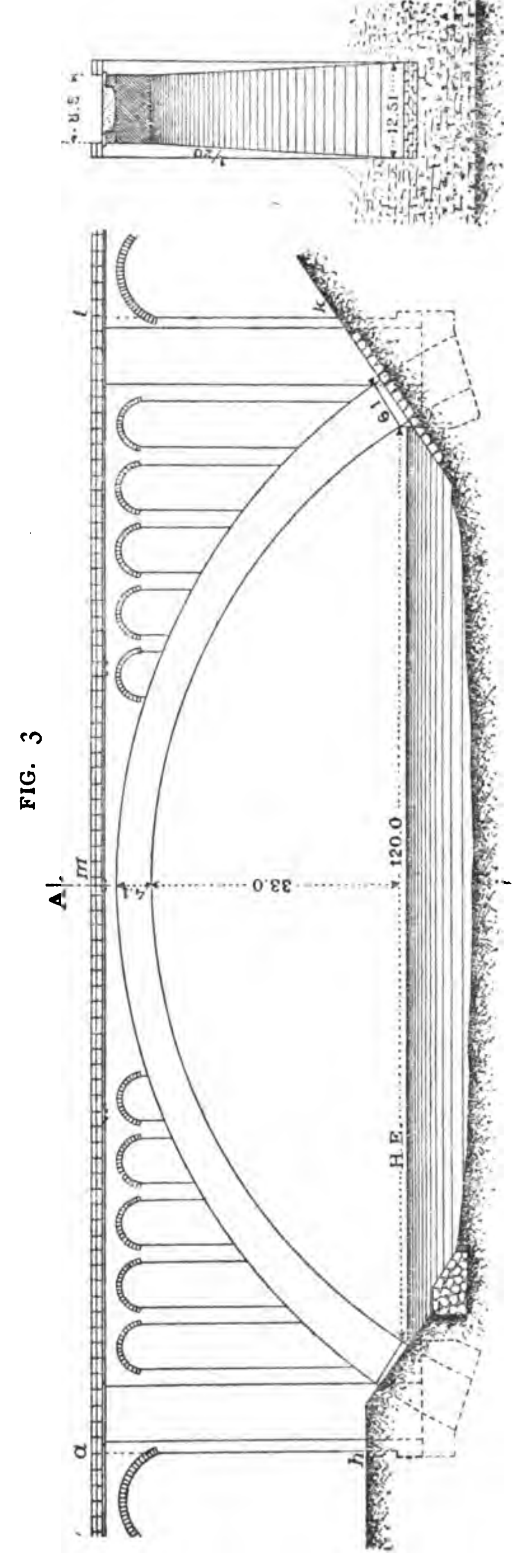


FIG. 3

serait, par mètre carré du profil *a, h, i, k, l, m,* de 81,6 florins dans le cas où l'arc serait construit en pierre de taille et de 70,6 florins si on employait des blocs artificiels. Le même pont construit en fer reviendrait à 48,6 florins pour une seule voie et à 81,3 pour deux voies.

Sur la comparaison entre les ponts en maçonnerie et en métal, voir le Tome V de l'ouvrage de Mr *Séjourné* mentionné au n° 118.

§ 9. Viadues.

Le calcul d'un viaduc en maçonnerie à plusieurs arches s'effectuera d'après les principes et formules exposés en notre Tome V, chap. II, § 8, 9 et 13.

Par économie on exécute souvent ces viaducs en utilisant un nombre de cintres inférieur à celui des arches d'où pendant l'exécution des poussées assez élevées qui agissent sur les piles, et l'économie réalisée n'atteint certainement pas 5 % du coût de l'ouvrage, nous estimons que pour une bonne exécution il est préférable d'employer autant de cintres que d'arches.

CHAPITRE VIII.

CHEMINÉES.

---

§ 1. Calcul théorique.

146. Poussée du vent sur une surface cylindrique verticale. — Soit p la pression horizontale du vent par unité de surface plane verticale, ce vent rencontre une surface cylindrique verticale (FIG. 127) ; nous considérons sur cette surface deux éléments infiniment petits A disposés symétriquement de part et d'autre du diamètre MN parallèle à la direction du vent, ces éléments ont l'unité pour hauteur et comme largeur $Rd\alpha$, la projection de cette largeur normalement à la direction du vent est R cos $\alpha d\alpha$ et par conséquent l'intensité du vent sur chaque élément A est :

FIG. 127



$$p \text{ R} \cos \alpha d\alpha = \text{AB}$$

cette force AB donne une composante tangentielle AG qui glisse sur le cylindre sans le pousser et une composante normale AE qui est la vraie poussée sur l'élément A, nous avons :

$$\text{AE} = p \text{ R} \cos^2 \alpha d\alpha$$

les forces AE provenant des deux éléments symétriques A se composent au centre C du cylindre en une résultante CF qui a pour valeur :

$$\text{CF} = 2p\text{R} \cos^3 \alpha d\alpha$$

la résultante totale pour le demi-cylindre rencontré par le vent est donc :

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} 2p \text{ R} \cos^3 \alpha d\alpha = \frac{4}{3} p\text{R}$$

et posant 2 R = D, nous avons comme valeur de la résultante pour une hauteur H du cylindre :

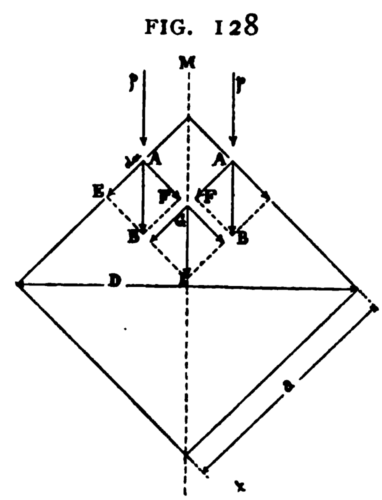
$$\frac{2}{3} p\text{DH}$$

donc la poussée totale du vent sur un cylindre est égale aux $\frac{2}{3}$ de la poussée qui s'exercerait sur une surface plane égale à la section diamétrale de ce cylindre ; il semblerait d'après l'expérience que cette poussée ne dépasse pas $0,60 p DH$ et même descendrait à $0,50 p DH$, toutefois nous jugeons plus prudent de nous en tenir au résultat théorique ci-dessus : $\frac{2}{3} p DH$.

***

147. Poussée du vent sur un prisme à section carrée. — Soit un prisme de l'unité de hauteur à section carrée de côté *a* (FIG. 128), si le vent agit normalement sur l'une des faces, la poussée est $pa = \frac{1}{1,4} pD$, et pour une hauteur H du prisme elle est $\frac{1}{1,4} p\ DH$. — Supposons maintenant que le vent agit parallèlement à une diagonale MN, considérons deux éléments *da* en deux points A symétriques par rapport à cette diagonale, la poussée sur chacun de ces éléments est :

FIG. 128



$$AB = p \sin 45^\circ da$$

dont la composante normale est :

$$AF = p \sin^2 45^\circ da$$

la résultante GI des deux composantes AF est :

$$GI = 2p \sin^3 45^\circ da = p \sin 45^\circ da$$

et la résultante totale pour l'ensemble du prisme est :

$$\int_0^a p \sin 45^\circ da = pa \sin 45^\circ = \frac{1}{2} p\ D$$

et pour un prisme de hauteur H elle est :

$$\frac{1}{2} pDH$$

Comparant ce résultat à celui trouvé ci-dessus pour une face du carré choquée normalement on voit que la poussée est la plus forte dans ce dernier cas ; toutefois dans l'étude d'un projet de cheminée il faudra considérer les deux cas et rechercher celui qui provoque la plus grande fatigue dans la maçonnerie.

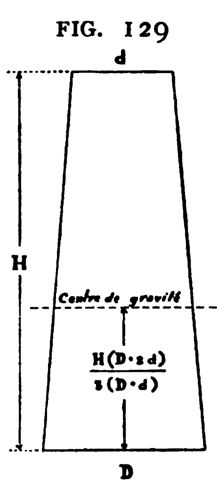
***

148. Prisme à section polygonale. — Si on a à étudier les cas d'un prisme à section polygonale la poussée du vent se déterminera en suivant exactement la même marche que ci-dessus ; disons d'ailleurs que la section ronde est la plus favorable pour une cheminée d'abord parce que à égalité de surface elle donne le meilleur tirage, ensuite parce qu'elle présente la même résistance quel que soit le point de l'horizon d'où souffle le vent.

***

149. Cônes et pyramides. — Les cheminées ont généralement un léger fruit extérieur de 25 à 30 millimètres par mètre, elles sont donc quelque peu coniques ou pyramidales, vu la faible valeur du fruit on peut pour évaluer la poussée du vent prendre les mêmes expressions que ci-dessus sauf à tenir compte que la section méridienne DH qui entre dans les formules est ici de forme trapèze, c'est-à-dire que D est la moyenne entre la dimension inférieure et celle supérieure de la cheminée ; le centre de poussée du vent sur une cheminée en cône ou en pyramide est au niveau du centre de gravité du trapèze méridien : soit par exemple, FIG. 129, une cheminée à section circulaire dont le diamètre extérieur est D en bas et d en haut, la poussée du vent sur ce fût sera :

FIG. 129



$$\frac{2}{3} p \, H \frac{D+d}{2} = \frac{1}{3} p H \, (D+d)$$

le centre de poussée sera au niveau du centre de gravité du trapèze donc à la hauteur

$$\frac{H \, (D+2d)}{3 \, (D+d)}$$

et le moment de la poussée par rapport à la base sera :

$$\frac{1}{3} p \, H \, (D+d) \frac{H \, (D+2d)}{3 \, (D+d)} = \frac{1}{9} p \, H^2 \, (D+2d)$$



150. Intensité du vent. — Les plus grands ouragans constatés à Bruxelles au cours du XIXe siècle sont celui du 12 mars 1876 qui a donné 144 kgs par mètre carré et celui du 19 novembre 1880 qui a donné 176 kgs, pressions constatées à l'Observatoire de Bruxelles ; il est à noter que ces pressions ont été constatées sur de petites surfaces (celles des appareils enregistreurs), il paraît d'après certaines expériences faites que la pression moyenne sur de grandes sur-

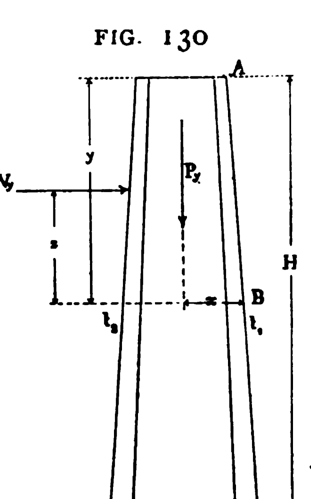
faces est notablement moindre (1), c'est-à-dire qu'à Bruxelles la pression moyenne maxima sur une grande surface n'a jamais atteint 176 kgs ; nous nous mettrons donc dans des conditions de grande prudence en calculant les hautes cheminées pour un vent atteignant une intensité de 180 kgs par mètre carré ; les grands vents de chaque année ne dépassent guère 80 kgs par mètre carré.

Les hautes cheminées (80 mètres) de l'exposition de 1900 à Paris ont été calculées sur le pied de 270 kgs, nous estimons que c'est exagéré, tout au plus pourrait-on admettre ce chiffre pour de hautes cheminées exposées à découvert sur les bords de la mer.

***

151. Calcul d'une cheminée (2). — Soit à calculer la cheminée, FIG. 130 ; les dimensions sont toujours déterminées à priori : le diamètre intérieur et la hauteur H le sont par le tirage à réaliser, les épaisseurs par un calcul approximatif de stabilité ou par des comparaisons avec des cheminées analogues, le calcul définitif consiste donc à vérifier à posteriori si elle réalise les conditions d'une bonne stabilité, c'est-à-dire si son équilibre statique est assuré avec des coefficients de sécurité assez élevés et si son équilibre élastique correspond à des fatigues admissibles. Ces calculs sont semblables à ceux exposés précédemment dans l'étude des hautes piles en maçonnerie, voir n° 133 ci-avant.

FIG. 130



Equilibre statique. — Nous considérons de cette cheminée un tronçon de hauteur y compté à partir du sommet A jusque une section quelconque B, soit :

P_y le poids du tronçon AB.

V_y la poussée totale du vent sur AB.

z la distance du centre de poussée à la section B.

x le bras de levier de P_y sur la section B.

n le coefficient de sécurité contre le renversement.

m le coefficient de sécurité contre le glissement.

Nous avons les équations :

$$xP_y = nzV_y \qquad fP_y = mV_y$$

f est le coefficient de glissement qui pour la maçonnerie est égal à 0,76.

Si la cheminée n'est pas ronde, si par exemple elle est carrée, il faudra rechercher la face pour laquelle les équations ci-dessus donnent pour n et m les valeurs minima.

La valeur du coefficient de sécurité n contre le renversement ne peut être inférieure à 2, voir ci-après aux n°s 152 et 153.

(1) Voir *Mémoires de la Société des Ingénieurs Civils.* Novembre 1898, p. 449.

(2) Ce calcul n'est que l'application de la théorie exposée ci-avant au Chap. II, § 1 et 2.

Equilibre élastique. — Prenant le cas général de la FIG. 130 nous avons l'équation :

$$t = \frac{P_y}{\omega} \pm zV_y\frac{v}{I}$$

ω est la superficie de la section B ; $\frac{I}{v}$ son module de flexion.

$$t_1 = \frac{P_y}{\omega} + zV_y\frac{v}{I}; \qquad t_2 = \frac{P_y}{\omega} - zV_y\frac{v}{I}$$

La résultante de P_y et V_y coupe la section B en un point qui est le centre de pression sur cette section, la distance x' de ce centre de pression à l'axe de la cheminée est donnée par l'équation

$$x' = \frac{zV_y}{P_y}$$

et pour que t_2 soit toujours positif, c'est-à-dire pour que dans tous les cas il y ait de la compression, il faut que sur toute la hauteur de la cheminée la ligne des centres de pression soit à l'intérieur du noyau central ; nous verrons ci-après aux nos 152 et 153 qu'on peut admettre une certaine traction dans la maçonnerie des cheminées, c'est-à-dire que le centre de pression peut sortir quelque peu du noyau central.

§ 2. Applications.

151. Cheminée de Sevran. — Nous donnons FIG. 131 Pl. XVI, le dessin de la cheminée en briques de la poudrerie de Sevran en France (1) et nous allons la calculer.

Tronçon AB de 19 mètres. — Le cube de maçonnerie est de 34,^{m}3, le poids $34{,}3 \times 1800 = 61740$ kilogr., d'où une compression de $2^{k}2$ par centimètre carré de la section annulaire.

$$\text{Poussée du vent} = \frac{2}{3} \times 180 \times \frac{2{,}47 + 1{,}59}{2} \times 19 = 4628 \text{ kgs.}$$

Hauteur du centre de poussée au-dessus de B :

$$\frac{19\,(2{,}47 + 2 \times 1{,}59)}{3\,(2{,}47 + 1{,}59)} = 8^{m}80$$

Moment de renversement $= 4630 \times 8{,}8 = 40744$ kilogrammètres.

Moment de stabilité $= 61740 \times \frac{2{,}47}{2} = 76249$ kilogrammètres.

(1) Dessin extrait de *Les cheminées d'usines*, par V. Lefèvre, Paris, Tigno.

Coefficient de stabilité $= \frac{76249}{40744} = 1{,}9$

Fatigue due au vent $= \frac{4074400 \times \frac{247}{2}}{\frac{\pi}{64}(\overline{247}^4 - \overline{159}^4)} = 3^k3$ par cent. carré.

Les maxima de fatigue sont :

$$\text{par traction} = 2{,}2 - 3{,}3 = -1^k1$$
$$\text{par compression} = 2{,}2 + 3{,}3 = +5^k5$$

Tronçon AC. — Le cube est de 84^m5, le poids : $84{,}5 \times 1800 = 152100$ kgmes

Compression en C $= \frac{152100}{\frac{\pi}{4}(\overline{312}^2 - \overline{180}^2)} = 3^k$ par cent. carré.

Poussée du vent $= \frac{2}{3} \times 180 \times \frac{3{,}12 + 1{,}59}{2} \times 31 = 8760$ kgmes

Hauteur du centre de poussée au-dessus de C :

$$\frac{31\ (3{,}12 + 2 \times 1{,}59)}{3\ (3{,}12 + 1{,}59)} = 13^m8$$

Moment de renversement $= 8760 \times 13{,}80 = 120888$ kgrmètres

Moment de stabilité $= 152100 \times \frac{3{,}12}{2} = 237276$ kgrmètres

Coefficient de stabilité $= \frac{237276}{120888} = 1{,}96$

Fatigue due au vent $= 12088800 \times \frac{\frac{312}{2}}{\frac{\pi}{64}(\overline{312}^4 - \overline{180}^4)} = 4^k6$

Les maxima de fatigue sont :

$$\text{par traction} = +3{,}0 - 4{,}6 = -1^k6$$
$$\text{par compression} = +3{,}0 + 4{,}6 = +7^k6$$

On pourrait maintenant chercher le coefficient de stabilité et les fatigues au pied du socle en E, on verra que les conditions y sont meilleures qu'au bas du fût en C.

Nous voyons par ces calculs que le coefficient de stabilité de cette cheminée contre le renversement est sensiblement 2, et en outre qu'elle subit sous l'action des grands ouragans des fatigues par traction atteignant 1^k6 par centimètre carré, cette cheminée se maintient parfaitement.

***

153. Projet de cheminée. — Nous donnons FIG. 132 Pl. XVI le projet d'une cheminée de 60 mètres établi par un spécialiste en cette matière, cheminée à section ronde construite en briques, nous allons en effectuer les calculs.

Tronçon AB de 20 mètres. — Ce tronçon cube 45 mètres et pèse 81000 kgs.

Section au niveau $B = \frac{\pi}{4}(\overline{361}^2 - \overline{307}^2) = 28331$ cent. carrés

Compression en $B = \frac{81000}{28331} = 2^k9$.

Poussée du vent $= \frac{2}{3} \times 180 \times \frac{3,61 + 2,89}{2} \times 20 = 7800$ kgs.

Distance du centre de poussée à la section B : $\frac{20\,(3,61 + 2 \times 2,89)}{3\,(3,61 + 2,89)} = 9^m6$.

Moment de renversement $= 7800 \times 9,6 = 74880$ kgrmètres.

Moment de stabilité $= 8100 \times \frac{3,61}{2} = 146205$

Coefficient de stabilité $= \frac{146205}{74880} = 2$

Fatigue due au vent : $t = \frac{Mv}{I} = \frac{7488000 \times \frac{361}{2}}{\frac{\pi}{64}(\overline{361}^4 - \overline{307}^4)} = 3^k4$

Les maxima de fatigue sous l'action du poids et du vent sont :

par traction $= 3,4 - 2,9 = 0^k5$

par compression $= 3,4 + 2,9 = 6^k3$.

Tronçon AC de 40 mètres. — Ce tronçon cube 122 mètres et pèse 219600 kg.

Compression en $C = \frac{219600}{\frac{\pi}{4}(\overline{433}^2 - \overline{359}^2)} = 4^k8$.

Poussée du vent $= \frac{2}{3} \times 180 \times \frac{4.33 + 2,89}{2} \times 40 = 17328$ kgs.

Hauteur du centre de poussée au-dessus de C : $\frac{40\,(4.33 + 2 \times 2,89)}{3\,(4.33 + 2,89)} = 18^m7$

Moment de renversement $= 17300 \times 18,7 = 323510$ kgrmètres.

Moment de stabilité $= 219600 \times \frac{4,33}{2} = 475434$ kgmètres.

Coefficient de stabilité $= \frac{475434}{323510} = 1,47$.

Fatigue due au vent : $t = \frac{32351000 \times \frac{433}{2}}{\frac{\pi}{64}(\overline{433}^4 - \overline{359}^4)} = 7^k8$

Les maxima de fatigue sont :

par traction $= 7,8 - 4,8 = 3^k$ par compression $= 7,8 + 4,8 = 12^k6$.

Ensemble de la cheminée. — Le cube est de 256 mètres, le poids de $256 \times 1800 = 460800$ kgmes.

$$\text{Compression en D} = \frac{460800}{\frac{\pi}{4}(\overline{505}^2 - \overline{375}^2)} = 5^k1$$

$$\text{Poussée du vent} = \frac{2}{3} \times 180 \times \frac{5,05 + 2,89}{2} \times 60 = 28584 \text{ kgs.}$$

Hauteur du centre de poussée au-dessus de la base D :

$$\frac{60(5,05 + 2 \times 2,89)}{3(5,05 + 2,89)} = 27^m3$$

Moment du renversement $= 28600 \times 27,3 = 780780$ kgrmètres

Moment de stabilité $= 460800 \times \frac{5,05}{2} = 1163520$ kilogrammètres.

$$\text{Coefficient de stabilité} = \frac{1163520}{780780} = 1,5.$$

$$\text{La fatigue due au vent est : } \frac{78078000 \times \frac{505}{2}}{\frac{\pi}{64}(\overline{505}^4 - \overline{375}^4)} = 8^k9$$

Les maxima de fatigue sont :

par traction $= 8,9 - 5,1 = 3^k8$; par compression $= 8,9 + 5,1 = 14,0$

Les calculs ci-dessus se résument dans le tableau suivant :

	COMPRESSION DUE AU POIDS	POIDS MORT ET VENT		
		Coefficient de stabilité	FATIGUE MAXIMA	
			Compress.	Traction
Tronçon supérieur de 20 m.	$2^k,9$	2	$+ 6^k,3$	$- 0^k,5$
Tronçon supérieur de 40 m.	$4^k,8$	1,5	$+ 12^k,6$	$- 3^k,0$
Ensemble de la cheminée	$5^k,1$	1,5	$+ 14^k,0$	$- 3^k,8$

Les coefficients de stabilité de cette cheminée sont assez faibles et les taux de fatigue assez forts, surtout ceux à la traction, il est certain que si un ouragan à 180 kgs devait attaquer la cheminée avant que le mortier n'ait fait une bonne prise elle serait sérieusement menacée et selon toute probabilité culbutée.

Toutefois avant de nous prononcer sur l'admissibilité de semblable cheminée voyons ce qui se trouve renseigné au tableau n° 154 ci-après que nous formons d'après les données et calculs d'un mémoire de M. Braet (1), ce sont toutes cheminées existantes se comportant et se maintenant bien, nous y voyons des coefficients de stabilité descendant en dessous de 1,5 et des fatigues par traction et compression s'élevant tout aussi haut que celles que nous venons de trouver, nous y voyons notamment la cheminée n° 15, existant aux ateliers Cockerill à Seraing, qui est tout aussi importante et absolument dans les mêmes conditions de stabilité que celles que nous venons de calculer ; de ces faits il est permis de conclure que la cheminée FIG. 132 est admissible, toutefois nous conseillerions de la renforcer quelque peu de façon à réaliser les chiffres ci-dessous :

$$n = 2 \; ; \qquad t_1 = -2 \; ; \qquad t_2 = +10$$

donc nous conseillons de ne pas descendre en dessous de 2 pour la sécurité contre le renversement et ne pas dépasser 2 kgs à la traction et pas 10 kgs à la compression.

Des fatigues par traction sont admissibles dans la maçonnerie des cheminées parce que ces fatigues ne se produisent que lors des ouragans et seulement pendant les courts instants des rafales, elles ne se produisent donc que d'une façon très fugitive et il est à croire que ces instants sont trop courts pour engendrer des crevasses.

Pour les deux cheminées de 80 mètres construites en 1900 à l'Exposition de Paris, on a pris un vent de 270 kgs et en outre on s'est imposé la condition de n'avoir pas de traction dans la maçonnerie, nous estimons que ces deux conditions sont exagérées (2).

---

(1) G. Braet. — Prof. à l'Université de Louvain. — Note sur la construction et la stabilité des cheminées en maçonnerie (*Annales de la Société Scientifique de Bruxelles*), 1883.

(2) *Le Génie Civil*, tome 35, n° 1 et tome 36, n° 15.

154. Relevé de cheminées en briques à section circulaire.

Numéro d'ordre	DÉSIGNATION	HAUTEUR			DIMENSIONS DU FUT				CALCUL DU FUT			Année de construction	OBSERVATIONS
					BASE		SOMMET			Fatigue maximum + compres. — traction par centimètre carré			
		Totale	Socle	Fût	Diamètre extérieur	Épaisseur	Diamètre extérieur	Épaisseur	Coefficient de stabilité				
1	Atelier d'Hellemmes (Fr.)	21^{m}	4	17	2.19	0.57	1.24	0.22	2.1	— 0.9	+ 4.5		Le coefficient de stabilité et les fatigues sont calculés pour la section au pied du fût, c'est-à-dire au-dessus du socle et ce pour un vent à 180 kilogr.
2	H.-F. de Gorcy (Fr.)	25	6	19	2.19	0.70	1.54	0.37	2.3	— 1.4	+ 6.0		
3	Houillère du Perron Liège	29.8	9.1	20.7	3.94	0.72	2.80	0.24	4.1	+ 0.7	+ 3.9	1874	
4	Atel. de Tergnier (Fr.)	25	4	21	2.62	0.56	1.44	0.22	2.2	— 0.8	+ 5.2		
5	Atel. d'Hellemmes (Fr.)	25	4	21	2.42	0.46	1.46	0.22	1.7	— 1.6	+ 6.2		
6	Maison de force de Gand	22	0	22	1.85	0.50	0.98	0.19	1.1	— 3.8	+ 8.3		Très hardie ; exemple à ne pas imiter.
7	Forges de Couillet	35	5	30	4.00	0.96	2.25	0.36	2.0	+ 1.6	+ 4.2		
8	Houillère du Flénu	30.3	0	30.3	4.08	0.90	2.82	0.32	3.6	+ 0.5	+ 6.8	1876	
9	H.-F. de Gorcy (Fr.)	40	8	32	3.52	0.86	2.16	0.37	4.2	— 1.3	+ 9.1	1875	
10	MM. Carels à Gand	33	0	33	2.28	0.54	1.64	0.32	1.2	— 6.8	+ 15.3	1860	Très abritée par les bâtiments voisins.
11	Chemnitz en Saxe	42.5	8.5	34	3.80	1.00	2.00	0.25	3.1	— 0.2	+ 7.7		
12	Houillère de Maurage	40.7	4.2	36.5	2.98	0.84	2.02	0.36	1.9	— 3.0	+ 11.6	1875	
13	Hemptinnes à Gand	38	0	38	3.20	1.00	1.56	0.28	2.2	— 2.0	+ 9.3		
14	La Lys à Gand	43	0	43	4.20	1.00	2.26	0.28	2.8	— 0.5	+ 8.9		
15	Cockerill	50	3.25	46.75	4.00	0.55	2.67	0.18	1.5	— 3.8	+ 13.4		
16	H.-F. d'Athus	47	0	47	9.40	2.50	3.56	0.23	13.4	+ 2.8	+ 4.7		Ces deux cheminées sont d'une stabilité exagérée.
17	Forges d'Alais (Fr.)	55	3	52	6.40	1.50	2.36	0.26	4.9	+ 1.8	+ 6.8		

155. Fondations. — Les dimensions des fondations d'une cheminée en briques doivent être telles que le centre de pression ne sorte jamais du noyau central et même ne se rapproche pas trop des limites de ce noyau ; il faut de la compression sur toute l'étendue du terrain et en outre il faut que sur l'arête la plus comprimée la fatigue soit suffisamment faible pour que toute éventualité de tassement soit écartée ; un tassement est toujours dangereux, car pour peu qu'il se produise inégalement la cheminée penchera et sa chute sera à craindre.

⁂

156. Exécution. — L'exécution d'une cheminée en briques doit être faite très soigneusement, autant que possible par des ouvriers spéciaux, l'important est de maintenir l'axe bien vertical.

Il arrive souvent que pour des cheminées importantes on exécute d'abord les fondations et le socle et puis on laisse reposer le tout pendant un certain temps afin de permettre au mortier de faire une certaine prise, de cette façon on évite les tassements dans la maçonnerie ; si la cheminée doit s'exécuter rapidement il faut employer des mortiers à prise rapide, ainsi pour les deux cheminées de 80 mètres de l'Exposition de 1900 à Paris on a employé pour les fondations un mortier composé de :

300 kgs de Portland + 1 m. cube de sable de rivière,

pour le piédestal un mortier de :

200 kgs de Portland + 150 kgs de chaux hydraulique + 1 m. c. de sable de rivière,

pour le fût un mortier de :

1 partie de chaux hydraulique + 2 parties de sable de rivière,

chaque cheminée demanda dix mois de travail.

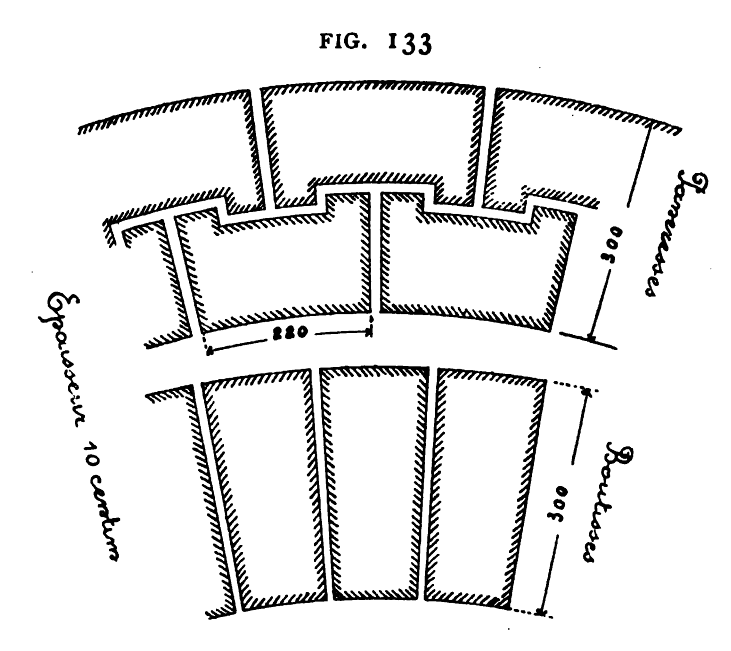
Comme malgré tous les soins il peut encore y avoir dans le fût des tendances à tassements inégaux, d'où des crevasses et même des déviations, on emploie quelquefois des ancrages circulaires noyés dans l'épaisseur de la maçonnerie, ainsi aux cheminées de l'Exposition de 1900 on a disposé dans chaque fût 15 cercles en fer plat 120 × 11 formés de segments réunis par boulons ; les cercles sont multipliés sur la hauteur du chapiteau afin d'en mieux équilibrer les saillies.

Certains spécialistes en matière de construction de hautes cheminées remplacent les ancrages circulaires par des briques spéciales à emboîtements, FIG. 133.

Les cheminées en briques sont toujours munies intérieurement d'une échelle en fer et quelquefois de crochets extérieurs pour y accrocher un échafaudage au cas où l'on devrait y monter pendant la période d'activité de la cheminée ; il importe que les barreaux d'attache de l'échelle intérieure soient à dilatation afin

qu'ils puissent prendre leurs mouvements sous l'effet de la haute température des fumées sans disloquer les maçonneries.

FIG. 133



Si la cheminée est destinée à évacuer des gaz acides il est inutile de mettre une échelle intérieure, le fer en serait immédiatement détruit ; pour ces cheminées il faut préserver le mortier de toute atteinte des gaz.

Si la cheminée doit recevoir des gaz dont la température atteint 500° il faut que sur une certaine hauteur elle soit garnie de briques réfractaires maçonnées au mortier d'argile pure, car la maçonnerie ordinaire serait attaquée par la température et la stabilité de la construction en souffrirait.

Les chapiteaux de cheminées ne doivent être ni trop lourds ni trop saillants, car les cheminées oscillent sous l'effet des vents et le chapiteau trop lourd pourrait constituer un poids dangereux ; les oscillations sous l'effet des ouragans peuvent pour des cheminées de 35 à 40^{m} atteindre une amplitude de 20 à 50 centimètres ; ces oscillations se produisent aussi au haut des phares, on s'y croirait parfois sur un navire.

Le haut des cheminées doit être couvert soit d'une pierre de taille, soit d'une chape en tôle de cuivre pour empêcher toute pénétration d'eau dans les maçonneries.

Il convient de munir les hautes cheminées d'un paratonnerre, car les conduits garnis de suie attirent la foudre.



157. Cheminée en tôle. — Les cheminées en briques sont quelquefois remplacées par des cheminées en tôle garnies de briques inférieurement pour la chaleur des gaz ; ces cheminées sont plus légères que celles en briques et conviennent là où le terrain de fondation n'est pas de bonne qualité, il existe des cheminées en tôle atteignant 85 m. de hauteur.

Le calcul de leur stabilité est basé sur les principes exposés ci-avant ; on les prémunit généralement contre le renversement par des amarres.

Les tôles ont des épaisseurs de 6 à 10 millimètres vers le bas et de 4 à 5 millimètres vers le haut ; il faut prémunir l'extérieur de ces tôles contre la rouille, c'est pourquoi les cheminées sont toujours munies au haut d'une poulie sur laquelle passe une chaîne à demeure, un ouvrier amarre un siège à cette chaîne, se hisse de bas en haut par l'extérieur et goudronne le fût en redescendant, cela se fait une fois par an.

Les cheminées en tôle étant très refroidissantes doivent avoir une section plus forte et une conicité plus accentuée que les cheminées en briques.

On commence aujourd'hui à exécuter des cheminées en fer et ciment ; elles présentent toutefois l'inconvénient que la faible différence entre la dilatation du métal et du béton provoque à la longue des décollages et des fissures et ce malgré l'emploi de garnitures en briques réfractaires aux endroits les plus chauds.

CHAPITRE IX.

PHARES

158. Les phares se calculent exactement comme les cheminées. L'intensité du vent est prise égale à 300 kgs, et quelquefois plus selon les parages ; si le phare peut être atteint par les vagues il faut tenir compte de leur choc.

Les phares doivent être construits avec une très grande sécurité, car la disposition d'un phare au milieu d'une tourmente de nuit peut être cause de nombreux naufrages, aussi on prend pour le coefficient de sécurité n une valeur de 4 à 8, au phare d'Ostende on a pris 7 ; on n'admet pas que dans la maçonnerie d'un phare des efforts de traction puissent se produire, au phare d'Ostende la compression due au poids mort est de 5^k9, la fatigue due au vent est de 2^k8, d'où

$$t_1 = +5^k9 + 2{,}8 = +8^k7$$
$$t_2 = +5^k9 - 2{,}8 = +3^k1$$

donc toujours de la compression.

Malgré leur grande solidité les phares sont sujets à des oscillations tout comme les cheminées, sur un phare de 58 mètres on a constaté des balancements atteignant une amplitude d'environ 40 centimètres, soit 20 centimètres de part et d'autre de la verticale (1).

(1) Voir « *Mémoires de la Société des Ingénieurs Civils de France* », février, mai et juin, 1885.
Voir aussi : *Annales des Ponts et Chaussées*, 1er trim. 1905, p. 24. Un mémoire de M. Ribière, ingénieur en chef du service des Phares.

CHAPITRE X.

MUR DE CLOTURE

159. Les murs de clôture s'établissent d'après des formules empiriques que donnent les ouvrages de construction et le plus souvent d'après des données empiriques que possèdent tous les constructeurs, savoir : une brique d'épaisseur jusque 2 1/2 mèt. de hauteur, une brique et demie jusque 3 1/2 mètres, au delà il faut 2 briques et quelquefois des contreforts de distance en distance.

En fait, les murs de clôture ont à résister à leur poids et à l'action horizontale du vent, il suffit de leur appliquer la méthode de calcul donnée ci-dessus pour les cheminées et Chap. II, § 1 et 2.

FIG. 134

A D E B C

L'intensité maximum du vent qui agit sur les murs de clôture ne dépasse guère 50 à 80 kgs par mètre carré, car au niveau du sol les vents sont toujours moins intenses que dans la hauteur, toutefois si le mur était sur une crête exposée il faudrait prendre 180 kgs comme pour les cheminées.

Si nous établissons l'équation de rotation du mur FIG. 134 autour de l'arête B, nous pouvons considérer la rupture suivant l'horizontale BC ou l'inclinée BE ; le vent agissant sur DC dans le 1er cas et sur DE dans le second, les résultats auxquels conduit cette recherche sont très peu différents de ceux obtenus en prenant BC comme section de rupture.

CHAPITRE XI.

STABILITÉ DES FONDATIONS

---

§ 1. Généralités.

160. Toute construction prend en fin de compte appui sur le sol et lui transmet les charges qu'elle porte, nous avons donc à étudier la stabilité du sol sous ces charges.

L'appréciation de la qualité portante d'un terrain constitue en règle générale un problème difficile et souvent est une préoccupation très grande pour l'ingénieur qui doit projeter et prendre la responsabilité de la construction.

Il y a la stabilité des terrains contre les efforts verticaux (compression) et contre les efforts horizontaux (glissements) ; et dans le cas de terrains en contact avec des eaux courantes il y a leur stabilité contre les affouillements.

⁂

161. Efforts horizontaux. — Glissements. — Nous avons déjà parlé de ce genre d'efforts alors que nous avons traité des murs de soutènement, des culées de voûtes, des barrages, etc. ; *en règle générale les efforts horizontaux qui agissent sur un massif de maçonnerie doivent être équilibrés par le frottement de ce massif sur le terrain*, frottement dont le coefficient est 0,70 pour le roc, 0,60 à 0,40 pour le gravier et le sable pur et sec, 0,30 et 0,20 pour les terres argileuses humides, et moins encore pour les terrains vaseux ; il est à noter que l'argile est toujours un terrain dangereux en ce qui concerne les efforts horizontaux, car elle peut se détremper, devenir onctueuse et très glissante.

Comme résistance aux efforts horizontaux il y a encore la butée directe du terrain (Voir Chap. V), contre la face du massif de fondation, il est toutefois préférable ne pas devoir tabler sur ce genre de résistance, car son évaluation est passablement incertaine.

Enfin on peut encore clouer le massif sur le sol au moyen d'un pilotis, ou bien l'amarrer à l'arrière au moyen de tirants ainsi qu'on le fait pour certains murs de quai.

⁂

162. Efforts verticaux. — En ce qui concerne la résistance aux efforts

verticaux il y a deux grandes classes de terrains : les *incompressibles* et les *compressibles.*

Parmi les *incompressibles* il n'y a que le roc, sa résistance aux efforts verticaux est toujours supérieure à celle de la maçonnerie, c'est donc la résistance de celle-ci qui détermine la superficie de l'assiette de fondation.

En dehors du roc tous les autres terrains sont *compressibles* et ils le sont à cause de l'indépendance de leurs éléments et de la mobilité relative qui en est la conséquence ; en vertu de cette mobilité et sous l'effet de la charge portée ces éléments ont une tendance à se dérober de dessous la base du bloc de fondation, d'où la descente de ce bloc c'est-à-dire le tassement de la construction ; ce n'est donc pas de la compressibilité à proprement parler mais une mobilité qui fait que ces éléments fuient latéralement lorsque la pression devient trop forte; nous nous ferons clairement comprendre ci-après en exposant les expériences faites sur le sable.

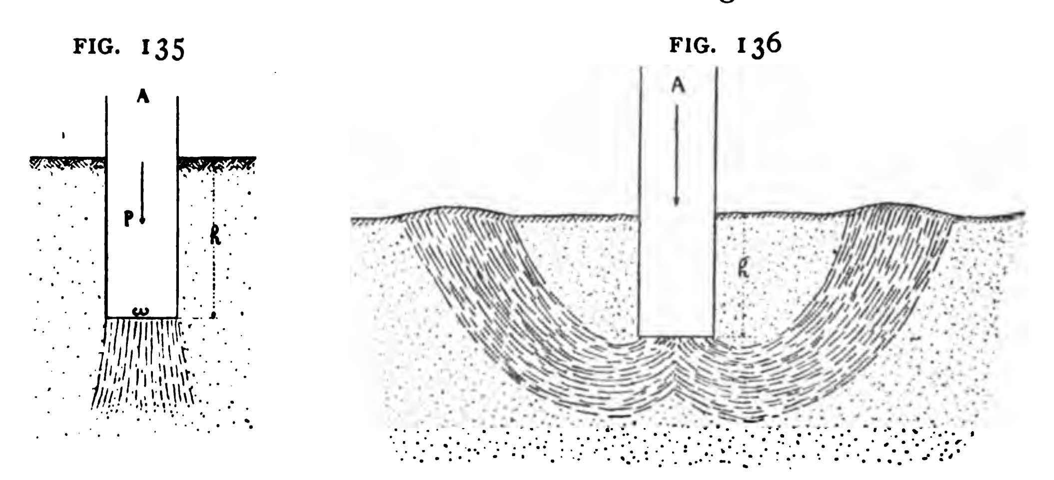
Il y a encore certains terrains qui sont compressibles non seulement à cause de la mobilité de leurs éléments mais aussi à cause des vides qui existent dans leur masse, tels sont certains terrains tourbeux et les terrains remués (1), les remblais par exemple, ce sont là les terrains les plus dangereux pour l'établissement de fondations, ils exigent une grande prudence et des précautions toutes spéciales.

Si le terrain compressible est soumis à l'action de l'eau courante il y a à envisager les éventualités d'affouillement et prendre ses mesures en conséquence.

***

163. Écoulement latéral du sable et des terrains meubles en général. — Le mécanisme de la résistance du sable aux charges verticales a été clai-

FIG. 135 FIG. 136



rement établi par les expériences de M. Kourdumoff (2) que voici : soit FIG. 135 un

(1) Les terrains non remués, quels qu'ils soient, se nomment terrains vierges.

(2) Voir : *Congrès International des Procédés de Construction* en 1889 à Paris par MM. Moreau et Petit, p. 235, Paris, Baudry ; et aussi : *Mémoires de la Société des Ingénieurs civils de France*, Novembre 1892, Étude de M. Janskowsky sur la résistance des terrains.

bloc A dont la base de superficie ω repose à la profondeur h dans un terrain de sable pur et sec, on charge ce bloc jusqu'à un poids limite P provoquant le commencement de sa descente dans le sable, $\frac{P}{\omega}$ est donc la charge par unité à partir de laquelle le bloc s'enfonce, c'est la charge limite que peut porter le terrain ; en ce moment on constate en photographiant le phénomène à travers une glace formant la paroi du récipient que les grains de sable dans le voisinage immédiat de la base du bloc prennent un mouvement de descente verticale (FIG. 135), c'est le terrain qui se serre ; si on augmente la charge de façon à accentuer le mouvement on voit que le flux de sable arrivé à une certaine profondeur s'épanouit, prend une direction oblique, décrit une trajectoire courbe et remonte latéralement en faisant gonfler la surface du terrain (FIG. 136); cette expérience montre que la descente du bloc n'est pas due à un tassement du terrain mais bien à un écoulement latéral de ses particules de dessous la base du bloc. — Ce phénomène est clairement établi pour le sable, il n'y a aucune raison de ne pas admettre qu'il se produit d'une façon analogue pour tous les terrains à particules indépendantes, gravier, argiles, terres diverses : *pour tous ces terrains la limite de la stabilité aux charges verticales est due à leur écoulement latéral, c'est cet écoulement qu'il faut éviter pour assurer la bonne tenue de la construction portée.*

Nous basant sur cette expérience fondamentale nous établirons une nouvelle formule de la stabilité des terrains à particules indépendantes.

***

164. Divers genres de fondations. — Au point de vue des calculs de stabilité, les fondations sur terrains à particules indépendantes se subdivisent comme suit :

1° Les fondations assises directement sur le terrain meuble.
2° Les fondations assises sur pilotis.
3° Les Pieux à vis.
4° Les Pieux métalliques divers.

§ 2. Formules fondamentales de la stabilité des terrains meubles.

165. Soit (FIG. 137) un terrain de sable homogène limité par un plan horizontal et s'étendant indéfiniment dans le sens horizontal et dans le sens vertical ; un massif vertical de poids P est engagé d'une certaine hauteur dans ce terrain, il repose sur sa base AB et est en équilibre ; la section horizontale du bloc est carrée rectangle, ou ronde, en définitive d'une forme symétrique par rapport à la verticale de P ; en vertu de cette symétrie du massif et du terrain qui l'entoure il est évident que l'action totale du terrain sur la face AA_1 du massif est égale à son action sur la

face BB_1 et ces deux actions dans le cas de l'équilibre du terrain ne peuvent être que deux forces horizontales Q appliquées au même niveau et en prolongement l'une de l'autre ; en effet si l'action sur AA_1 était, par exemple, une force inclinée Q_1 elle serait sur BB_1 une force Q'_1 symétrique de Q_1 car la situation du terrain à droite de BB_1 est identique à celle à gauche de AA_1, or BB_1 se rapprochant indéfiniment de AA_1 on aurait à la limite la sollicitation FIG. 138 et le volume infiniment petit limité verticalement par le plan AA_1 ne serait pas en équilibre, ce qui est inadmissible ; on arriverait à la même conclusion si on considérait deux actions inclinées vers le bas à la façon d'une poussée de terrain ; la conclusion finale est donc que les actions du terrain au repos agissant sur les faces AA_1 et BB_1 sont les deux forces horizontales Q en prolongement l'une de l'autre.

FIG. 137

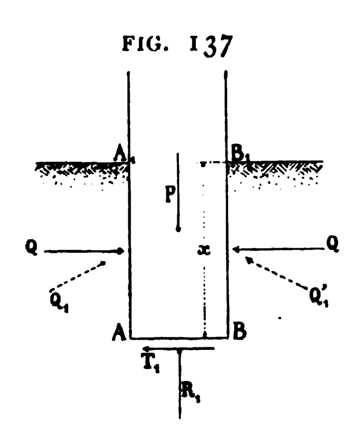
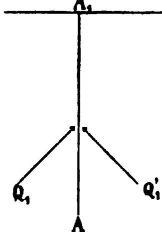


FIG. 138



La réaction du terrain sur la face AB du massif est une force que nous représentons par sa composante verticale R_1 et sa composante horizontale T.

Le massif est donc soumis à l'action de ces deux composantes, à son poids P et aux forces résultantes symétriques Q ; les conditions de l'équilibre statique indiquent immédiatement que $T_1 = 0$ et $R_1 = P - fQ$; de tout quoi il résulte que la fatigue sur l'unité de surface du terrain suivant le plan AB est une force verticale dont la valeur maximum est $p = \frac{P}{\omega}$ en faisant abstraction du frottement latéral du terrain.

Si le massif A_1ABB_1 est constitué purement et simplement par le terrain lui-même, le raisonnement ci-dessus ne change pas et, désignant par δ la densité du terrain, nous avons que la pression verticale p_x qu'il supporte par unité à une certaine profondeur x a pour expression :

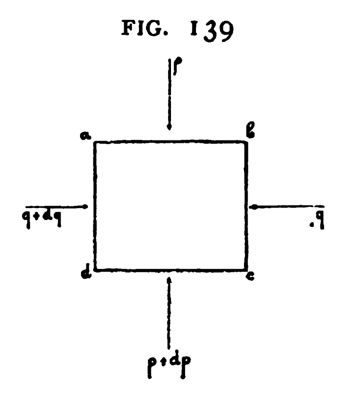
$$p_x = x\delta$$

⁂

Isolons à partir du dessous AB du bloc FIG. 137, un prisme de sable *abcd* à base rectangle (FIG. 139) de dimensions infiniment petites ; *ab* est dans le plan AB du massif donc horizontal, *bc* est vertical ; nous venons de voir que sur *ab* il y a une simple action normale $pd\omega$ et pas d'action tangentielle, il en sera évidemment de même sur *dc* ; nous venons également de voir que sur les faces verticales l'action du terrain est horizontale, donc sur *bc* il y a une force horizontale q par

unité et sur *ad* il y a $(q+dq)$ en thèse générale, mais cela se réduit à q dans le cas du terrain et du massif symétrique que nous considérons ; les actions sur les deux faces verticales d'extrémité du prisme infiniment petit sont également horizontales (1).

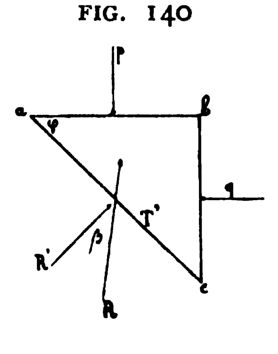
FIG. 139



Si un mouvement se produit dans le terrain on ne le conçoit que comme déplacement, non pas du prisme rectangulaire FIG. 139 mais d'un prisme triangulaire ou coin tel que celui FIG. 140 ; en d'autres termes ce mouvement ne peut être que le glissement de coins infiniment petits.

Isolons donc du prisme rectangle FIG. 139 le prisme triangulaire *abc* (FIG. 140) et étudions ses conditions d'équilibre : il est soumis sur ses faces *ab* et *bc* aux fatigues p et q ci-dessus caractérisées et sur sa face *ac* à une fatigue R dont les composantes sont R′ normale sur *ac* et T′ parallèle à *ac* ; les forces agissant sur les 3 faces du prisme triangulaire sont en équilibre, c'est-à-dire que la résultante des p et q est égale et directement opposée à la résultante de la fatigue R.

FIG. 140



Soit $d\omega$ la superficie de *ab*, celle de *bc* sera $d\omega.\ tg\varphi$ et celle *ac*, $\frac{d\omega}{\cos\varphi}$; établissant l'équation statique des composantes parallèles à *ab* nous obtenons :

$$+q d\omega . tg\varphi + T' \cos\varphi . \frac{d\omega}{\cos\varphi} - R' \sin\varphi . \frac{d\omega}{\cos\varphi} = 0$$

et pour l'équation statique des composantes parallèles à *bc* :

$$+p d\omega - R' \cos\varphi \frac{d\omega}{\cos\varphi} - T' \sin\varphi \frac{d\omega}{\cos\varphi} = 0$$

d'où nous tirons :

$$R' = p \cos^2\varphi + q \sin^2\varphi \quad \text{et} \quad T' = \frac{p-q}{2} \sin 2\varphi$$

valeurs que d'ailleurs on peut directement déduire des formules (1) et (2) du n° 60 de notre Tome I ; soit β l'angle de R avec R′, nous avons :

(1) Les orientations *ab* et *bc* sont ce que l'on nomme des *sections principales* au point *b* du massif (voir n° 60 de notre Tome I) et de ce chef p et q sont représentées par les axes de l'*Ellipse des fatigues* autour de la molécule *b* ; l'orientation *abc* représentée par une des bases du prisme est la troisième *section principale* au point *b* et sa normale est le 3e axe de l'*Ellipsoïde des fatigues* autour de *b* ; en vertu de la symétrie autour de la verticale *bc* la fatigue suivant ce troisième axe est égale à q, c'est-à-dire que l'ellipsoïde est de révolution autour de la verticale passant par *b*. (Voir Tome I, n° 66 et suivants).

$$tg\beta = \frac{T'}{R'} = \frac{(p-q)\, tg\varphi}{p + q\, tg^2\varphi}$$

cherchons la valeur de $tg\varphi$ rendant $tg\beta$ maximum :

$$\frac{dtg\beta}{dtg\varphi} = 0 \qquad \text{d'où} \qquad tg\varphi = \pm\sqrt{\frac{p}{q}}$$

le double signe donne pour φ deux valeurs symétriques par rapport à l'horizontale ab du prisme, ce qui d'ailleurs est conforme à la nature des choses ; prenant la valeur absolue de $tg\varphi$ nous obtenons pour le maximum de $tg\beta$:

$$tg\beta = \frac{(p-q)\sqrt{\frac{p}{q}}}{2p} = \frac{1}{2}\left[\sqrt{\frac{p}{q}} - \sqrt{\frac{q}{p}}\right]$$

Le maximum de β compatible avec l'équilibre de abc est l'angle α du talus naturel, en effet pour l'équilibre suivant ac il faut au maximum $T' = f\,R' = R'tg\alpha$, or $T' = R'\,tg\beta$, donc le maximum de β est α ; si β prenait une valeur plus grande aussitôt un glissement du prisme abc se produirait dans le sens de a vers c, en d'autres termes le prisme descendra, et le terrain se tassera et ce mouvement ne cessera que lorsque partout β aura cessé d'être supérieur à α ; l'équation d'équilibre du terrain est donc

$$(1) \qquad \frac{1}{2}\left(\sqrt{\frac{p}{q}} - \sqrt{\frac{q}{p}}\right) = \text{tg}\,\alpha$$

de là nous tirons :

$$\frac{q}{p} = \frac{1 + \sin^2\alpha \pm 2\sin\alpha}{1 - \sin^2\alpha}$$

prenant le signe — on a :

$$\frac{q}{p} = \frac{1 - \sin\alpha}{1 + \sin\alpha} \qquad \text{d'où} \qquad (2) \qquad q = p\frac{1 - \sin\alpha}{1 + \sin\alpha} = p\, tg^2\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\alpha}{2}\right)$$

prenant le signe + on a :

$$\frac{q}{p} = \frac{1 + \sin\alpha}{1 - \sin\alpha} \qquad \text{d'où} \qquad (3) \qquad q = p\frac{1 + \sin\alpha}{1 - \sin\alpha} = p\, tg^2\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\alpha}{2}\right)$$

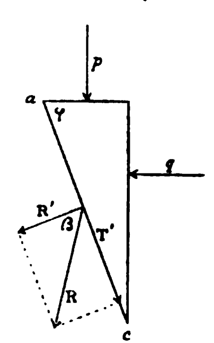
Ces valeurs (2) et (3) sont les minimum et maximum de q entre lesquelles le terrain est en équilibre, en dehors desquelles son équilibre est rompu.

Si, par ex. q est inférieur à la valeur (2), l'expression de $tg\varphi$ trouvée ci-dessus indique que φ augmente et l'expression trouvée pour $tg\beta$:

$$tg\beta = \frac{1}{2}\left[\sqrt{\frac{p}{q}} - \sqrt{\frac{p}{p}}\right]$$

indique que β augmente et devient plus grand que α ; en définitive le prisme devient plus pointu dans le sens vertical (FIG. 141) et comme T′ l'emporte sur la résistance f R′ = R′ $tg\alpha$ dû à R′, le prisme glisse c'est-à-dire se met en mouvement dans le sens vertical de a à c ; c'est ce que l'on constate dans l'expérience FIG. 135 : en effet au commencement du mouvement du bloc A le terrain environnant n'avait encore subi aucun tassement et sa réaction q était faible, de là la formation et le mouvement de prismes infiniment petits pointus vers le bas, prismes que l'expérience figure sous forme de flux de grains de sable marchant vers le bas.

FIG. 141

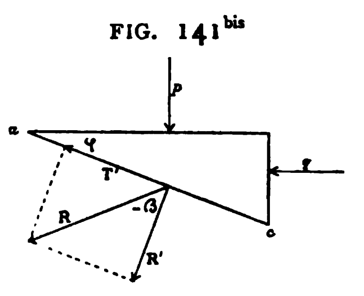


Sous l'effet de la descente du bloc A le terrain se tasse de plus en plus, sa réaction q augmente et quand elle atteint la valeur (2) l'équilibre s'établit et la descente du bloc A cesse ; et aucun mouvement ne se produit même si la charge P (FIG. 135) augmente, car q peut augmenter de la valeur (2) à la valeur (3) sans troubler l'équilibre du terrain.

Mais si la charge P augmente de façon que la valeur de q dépasse celle (3), l'équilibre est de nouveau rompu, voyons ce qui va se passer.

La réaction q augmentant la valeur de φ diminue et le prisme passe de la forme 140bis à celle 141bis ; d'autre part l'expression de $tg\beta$ indique que cet angle devient négatif, ce qui dénote que la direction de la résultante R est surtout commandée par l'influence de q ; enfin pour la valeur (3) l'angle β est égal à α et au delà de cette valeur β devient plus grand que α ; il en résulte T′ > f R′ et par conséquent le prisme FIG. 141bis prend un mouvement horizontal dans le sens de c vers a ; c'est ce que l'on constate dans l'expérience FIG. 136 : en effet la charge P ayant continué à augmenter comme dit ci-dessus, il s'est formé des prismes infiniment petits pointus dans le sens horizontal et ces prismes se sont mis en mouvement dans le sens horizontal, c'est ce que constate l'expérience sous forme de flux de grains de sables se dérobant de dessous la base du bloc A.

FIG. 141bis



Les formules (2) et (3) expliquent donc très bien les expériences FIG. 135 et 136.

La première valeur de q, celle (2) se nomme quelquefois la ***poussée active*** du terrain ; l'autre, celle (3) la ***poussée passive*** ; nous ne comprenons pas le pourquoi de ces appellations.

*
* *

Faisons une application de ces formules : calculons par la formule (2) la

poussée d'un terrain contre un mètre courant de paroi verticale d'un mur de soutènement maintenant h mètres de hauteur de ce terrain, celui-ci étant supposé limité par un terre-plein horizontal ; à une profondeur x nous avons contre cette paroi une poussée :

$$q_x = p_x \frac{1 - \sin \alpha}{1 + \sin \alpha} = x\delta \frac{1 - \sin \alpha}{1 + \sin \alpha}$$

et pour une superficie $1 \times dx$, nous avons :

$$dq_x = x\delta \frac{1 - \sin \alpha}{1 + \sin \alpha} dx$$

et pour la hauteur totale h de la paroi :

$$Q = \delta \frac{1 - \sin \alpha}{1 + \sin \alpha} \times \frac{h^2}{2} = \frac{\delta h^2}{2} tg^2 \left(\frac{\pi}{4} - \frac{\alpha}{2}\right)$$

ce qui est précisément la formule (2) du n° 51 ci-avant, en y faisant la surcharge $p = 0$; cette formule suppose d'ailleurs que le frottement contre la paroi du mur est nul.

§ 3. Fondations assises directement sur le terrain meuble.

166. Nous pouvons maintenant établir la formule de stabilité des grands massifs maçonnés fondés directement sur le terrain meuble ; la caractéristique de ces fondations est que leur superficie est relativement très grande, leur poids considérable et que pendant la période de construction le massif maçonné a le temps de serrer le terrain de façon que celui-ci a pris son maximum de consistance au moment où l'on établit la superstructure.

FIG. 142

En possession des formules (2) et (3) ci-dessus nous sommes à même d'établir la formule de stabilité de ces fondations.

Supposons que le massif en maçonnerie soit engagé d'une certaine hauteur h dans le terrain (FIG. 142) ; soit ω sa section et γ son périmètre ; δ est la densité du terrain.

Supposons que le poids P chargeant la base du massif soit tel qu'il prenne un léger mouvement *uniforme* (1) d'enfoncement de valeur Δ, il développe un travail $P\Delta$ et déplace un volume de sable $\omega\Delta$ qui s'écoule latéralement suivant le flux courbe que dévoile l'expérience de la FIG. 136 ; le terrain étant serré au maximum (du chef du poids

(1) C'est-à-dire que la variation des forces vives est tellement faible qu'elle est négligeable.

de la maçonnerie ainsi que dit ci-dessus) ce flux de sable $\omega\Delta$ doit nécessairement remonter jusque la surface et développe par conséquent un travail $h\omega\Delta\delta$; il y a en outre le travail F_1 du frottement du terrain sur la paroi du massif et le travail F_2 du frottement du flux sur le terrain fixe ; d'où l'équation du travail sans forces vives :

$$P\Delta = \omega\Delta\delta h + F_1 + F_2$$

d'où comme expression de la valeur limite de P :

$$P = \omega\delta h + \frac{F_1}{\Delta} + \frac{F_2}{\Delta}$$

Ou bien le massif a été maçonné dans une fouille préalablement faite, (dans ce cas il faut après achèvement remblayer en tassant fortement le terrain), ou bien il a été descendu en place par havage en dessous au moyen d'un caisson par exemple, dans l'un et l'autre cas la poussée du terrain sur la paroi de la maçonnerie est sa poussée minimum, celle donnée par (2) ; à une certaine profondeur x la charge verticale est $x\delta$ ainsi que nous l'avons vu ci-avant (1) et la poussée q_x sur la paroi du massif a donc pour valeur :

$$q_x = \delta x \frac{1 - \sin\alpha}{1 + \sin\alpha}$$

et sur le pourtour de superficie γdx on a :

$$q_x \gamma dx = \gamma\delta \frac{1 - \sin\alpha}{1 + \sin\alpha} x dx$$

désignant par f' le coefficient de frottement du terrain sur la maçonnerie, le travail pour une descente Δ est :

$$\Delta f' q_x \gamma dx = \Delta f' \delta\gamma \frac{1 - \sin\alpha}{1 + \sin\alpha} x dx$$

d'où

$$\frac{F_1}{\Delta} = f'\delta\gamma \frac{1 - \sin\alpha}{1 + \sin\alpha} \int_0^h x dx = f'\delta\gamma . \frac{1 - \sin\alpha}{1 + \sin\alpha} . \frac{h^2}{2}$$

Il nous reste à évaluer le travail du frottement du flux sur le terrain environnant ; ainsi que l'indique la FIG. 136 ce flux d'abord descend et puis remonte : nous simplifierons les choses en supposant qu'il descend d'abord verticalement de h' (FIG. 142bis) pour ensuite remonter verticalement de h'' et nous ferons abstraction de son parcours dans le sens horizontal; le parcours vertical total du flux est

(1) On pourrait soutenir que rigoureusement parlant la pression verticale est quelque peu différente de $x\delta$, ce à cause de la présence du massif maçonné et parce que $x\delta$ n'a été démontré ci-avant au n° 165 que pour un terrain complètement homogène.

donc $h_1 = h' + h''$; soit f le coefficient de frottement du flux sur le terrain environnant ; nous admettrons que la section totale de ce double flux soit celle ω du massif qui la provoque et que la périphérie soit aussi celle γ du massif.

FIG. 142bis

Il est évident qu'avant que le flux puisse se produire le terrain se serre au maximum, c'est-à-dire résiste au maximum et alors seulement le courant prend naissance, donc la réaction entre le courant et le terrain est celle maximum, elle est donnée par la formule (3) d'où :

$$q_x = p_x \frac{1 + \sin\alpha}{1 - \sin\alpha} = x\delta \frac{1 + \sin\alpha}{1 - \sin\alpha}$$

Soit f le coefficient de frottement de terrain sur terrain, nous obtenons en raisonnant comme ci-dessus :

$$F_2 = \Delta \int_0^{h_1} f\gamma q_x \, dx = \Delta f \delta \gamma \frac{1 + \sin\alpha}{1 - \sin\alpha} \frac{h_1^2}{2}$$

d'où

$$\frac{F_2}{\Delta} = f\delta\gamma \frac{1 + \sin\alpha}{1 - \sin\alpha} \frac{h_1^2}{2}$$

substituant F_1 et F_2 dans l'expression de P nous avons :

$$P = \omega\delta h + f'\delta\gamma \frac{1 - \sin\alpha}{1 + \sin\alpha} \frac{h^2}{2} + f\delta\gamma \frac{1 + \sin\alpha}{1 - \sin\alpha} \frac{h_1^2}{2}$$

h_1 est > que h mais est certainement < que $2h$; il paraît plausible de prendre une moyenne $1.5h$ ou $h\sqrt{2}$ ce qui est sensiblement la même chose mais donne une formule plus simple ; substituant nous obtenons :

$$P = \omega\delta h + f'\delta\gamma \frac{1 - \sin\alpha}{1 + \sin\alpha} \frac{h^2}{2} + f\delta\gamma \frac{1 + \sin\alpha}{1 - \sin\alpha} h^2$$

ou bien

$$P = \delta h \left[\omega + \frac{\gamma h}{2} \left(f' \frac{1 - \sin\alpha}{1 + \sin\alpha} + 2f \frac{1 + \sin\alpha}{1 - \sin\alpha} \right) \right]$$

Le coefficient f' est au maximum égal à f et en fait est toujours inférieur à f ; il convient de le prendre égal au tiers de f (voir nos 43, 57 et 74, et ci-après le no 175) ; faisant donc $f' = \frac{1}{3} f$ l'expression ci-dessus devient :

(4) $$P = \delta h \left[\omega + \frac{1}{6} f\gamma h \left(\frac{1 - \sin\alpha}{1 + \sin\alpha} + 6 \frac{1 + \sin\alpha}{1 - \sin\alpha} \right) \right]$$

Voilà la formule que nous proposons pour déterminer la profondeur à laquelle on doit descendre la base d'une fondation dans un terrain à particules indépendantes, par exemple, la base d'une pile tubulaire ou d'un caisson. — On appliquera cette formule en prenant un coefficient de sécurité variant de 4 à 6 ; ci-après nous donnons diverses applications.

Jusqu ici on connaissait les formules de Rankine et de Jankowsky ; la formule de Rankine

$$P = \delta h\omega\left(\frac{1+\sin\alpha}{1-\sin\alpha}\right)^2$$

donne dans les cas de la pratique des valeurs de P manifestement trop faibles et quelquefois absurdes (voir n° 170 ci-après), d'ailleurs elle ne tient aucun compte des conditions techniques que dévoile l'expérience fondamentale exposée au n° 163 ci-avant, enfin d'après cette formule les valeurs de P sont simplement proportionnelles à h, tandis que l'expérience indique une progression bien plus rapide lorsqu'il s'agit de massifs maçonnés à section sensiblement constante sur toute leur hauteur (1).

Quant à la formule de Jankowsky :

$$P = 2\delta h\omega\left[\frac{tg\,\frac{45^\circ+\alpha}{2}}{tg\,\frac{45^\circ-\alpha}{2}}\right]^2$$

elle donne des valeurs de P considérablement trop élevées, en effet pour $\alpha = 0$ c'est-à-dire pour un liquide elle donne $P = 2\delta h\omega$ tandis qu'il est bien évident que c'est $\delta h\omega$; et pour $\alpha = 45^\circ$ elle donne $P = \infty$ ce qui évidemment est un résultat absurde ; cette formule ne mérite donc aucune confiance.

La formule (4) que nous proposons échappe à ces critiques ; pour l'appliquer on devra par un sondage préalable se rendre compte des valeurs à adopter pour α et pour δ. — Pour un même terrain l'angle α est plus petit s'il est imbibé d'eau que s'il est sec, et en vertu de la formule (4) la fondation doit pour une même sécurité descendre plus profondément dans le terrain imbibé d'eau que dans le terrain sec, ce qui est conforme à la réalité de choses.



167. Taux de charge admissible pour les terrains recevant directement le massif de fondation. — On trouve dans les auteurs et les formulaires des indications comme ci-dessous :

(1) Nous verrons ci-après que la formule de Rankine devient applicable pour les fondations sur pieux à vis qui précisément est un mode de fondation où la base est de section beaucoup plus grande que le reste, et où par conséquent la résistance au reflux du terrain est simplement fonction de h (la profondeur) au premier degré.

a) Sur la terre franche, l'argile sableuse, la glaise, le sable fortement humide à grain fin, on chargera jusque 0,75 par cent. carré.

b) Sur l'argile moyennement ferme, le sable argileux, on pourra aller jusque 1^k50 par cent. carré.

c) Sur l'argile ferme et le terrain sablonneux sec peu argileux, jusque 3^k par cent. carré.

d) Sur le sable rude bien tassé et le gravier ou cailloutis, on ira jusque 4 et 5^k par cent. carré.

Or ces indications omettent un renseignement essentiel : à quelle profondeur faut-il descendre la fondation pour que ces chiffres soient applicables ? Voilà ce que l'on ne dit pas et cependant ce renseignement est de première importance ; ainsi sous le litt. *(a)* on indique $0^k,75$ comme charge sur l'argile sableuse sans grande consistance, or au pont de *Bénarès* dont nous parlerons ci-après on a chargé ce terrain jusque 12^k2 par centimètre carré, soit 16 fois plus ! mais aussi on est descendu à 25 mètres dans le sol. — *Avec de la profondeur un terrain quel qu'il soit peut porter n'importe quoi.*

Enfin les renseignements ci-dessus ne tiennent pas non plus compte du mode de fondation, et cependant un même terrain sous massif maçonné pourra porter beaucoup plus que sous pieux à vis (voir n° 180).



Supposons un terrain de sable argileux passablement humide pour lequel $\alpha = 30^o$ et $\delta = 2000$ kgs, recherchons la charge qu'on peut lui appliquer dans le cas d'une fondation descendant à 3 mètres de profondeur ; nous avons $\sin \alpha = 0,5$ et $f = tg\alpha = 0,58$; nous supposons un bloc carré de 1 mètre de côté pour lequel le périmètre $\gamma = 4$ mètres ; la formule (4) nous donne

$$P = 2000 \times 3 \left[1 + 0,58 \frac{4 \times 3}{6} \left(\frac{1}{3} + 6 \times 3 \right) \right] = 133600 \text{ kgs}$$

c'est la charge à partir de laquelle le massif s'enfoncera dans le sol ; prenant un coefficient de sécurité égal à 6 nous obtenons :

$$\frac{P}{6} = 22300 \text{ kgs}$$

soit 2^k2 par cent. carré. — Si la fondation est descendue à 5 mt. la fatigue pourra monter à 6^k par cent. carré. — *On remarquera que la charge permise dépend entre autre de la relation entre le périmètre et la section du massif de fondation, mais dépend surtout du refoulement éventuel et frottement du terrain sur lui-même.*



168. Mauvais terrains. — Les mauvais terrains sont ceux pour lesquels l'angle α est faible, tels sont notamment les terrains fortement imbibés d'eau ; soit un terrain pour lequel $\delta = 1600$ kgs et $\alpha = 20°$, sin $\alpha = 0.34$, $tg\alpha = 0,36$; prenons une fondation de 2 mèt. sur 1 mèt. pour laquelle on a donc $\omega = 2$ mèt. carrés et $\gamma = 6$ m.; la formule (4) nous donne :

$$P = 1600h\left[2 + 0,36 . \frac{6h}{6}\left(\frac{0,66}{1,34} + 6 \times \frac{1,34}{0,66}\right)\right] = 1600h(2 + 4,56h)$$

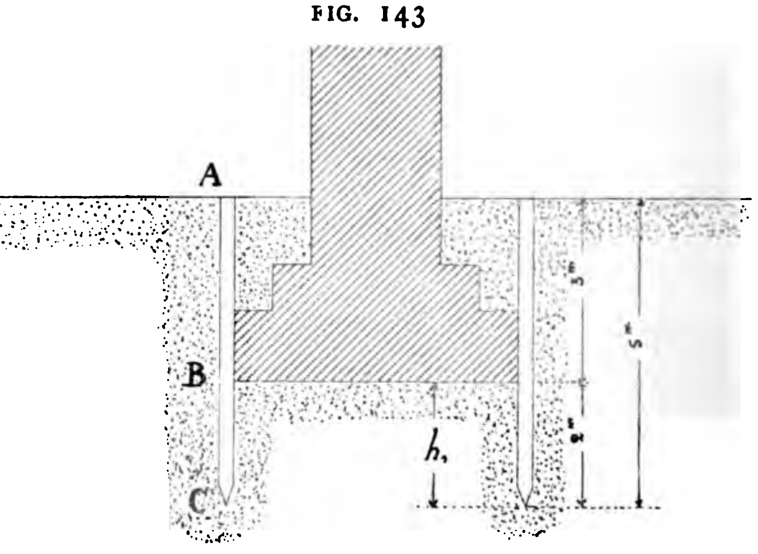
si $h = 5$ mèt. on a $P = 198400$ kgs pour 2 mèt. carrés de superficie de la fondation ; prenant une sécurité de six, on a comme charge par cent. carré $\frac{198400}{20000 \times 6}$ $= 1^k60$; il faut donc dans semblable terrain descendre à 5 mètres de profondeur pour pouvoir le charger à raison de 1^k60 par cent. carré tandis qu'avec le terrain pécédent on pouvait à 5 mètres de profondeur charger jusque 6 kgs.

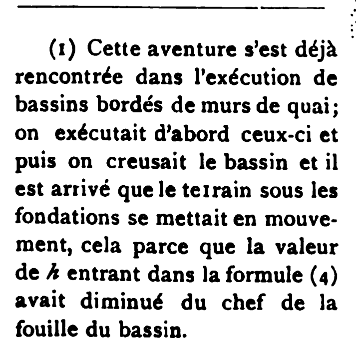
Il est remarquer que lorsque l'on établit une fondation sur des terrains ayant une si faible valeur de α il ne faut pas perdre de vue que leur équilibre est toujours assez instable et pour peu qu'on vienne faire une fouille dans leur voisinage on risque que la masse prenne du mouvement et que la construction se disloque (1) ; si ce danger est à craindre il faut recourir à d'autres moyens de fondation, notamment au pilotis avec enceinte en palplanches, le tout descendant assez profondément.

⁂

169. Enceinte en pieux et palplanches. — On augmente la solidité d'une fondation en l'entourant d'une enceinte en pieux et palplanches ; ainsi dans le cas de la FIG. 143 la stabilité de la fondation aux charges verticales est déterminée non pas par la profondeur 3 mèt. du massif mais par celle

FIG. 143





(1) Cette aventure s'est déjà rencontrée dans l'exécution de bassins bordés de murs de quai; on exécutait d'abord ceux-ci et puis on creusait le bassin et il est arrivé que le terrain sous les fondations se mettait en mouvement, cela parce que la valeur de h entrant dans la formule (4) avait diminué du chef de la fouille du bassin.

5 mèt. de l'enceinte, car c'est à partir de cette profondeur que le flux latéral peut se produire; pour calculer la stabilité c'est donc la valeur $h = 5$ mèt. qu'il faut introduire dans la formule (4) ; toutefois il est à noter que pour conserver au dispositif de la FIG. 143 toute son efficacité, les palplanches ne peuvent descendre à une trop grande profondeur h_1 sous le niveau B de la fondation proprement dite, car le flux latéral du terrain (voir FIG. 136, n° 163), qui toujours a une tendance à se produire à partir du niveau B, pourrait en butant contre une trop grande surface CB la disloquer et l'enceinte perdrait la majeure partie de son efficacité.

FIG. 144



170. Fondations à grande profondeur. Pile de Bénarès. — On tend toujours en établissant les fondations d'ouvrages importants à atteindre un terrain de bonne consistance ; un moyen commode et relativement économique est d'employer le pilotis, mais ce moyen n'est pas toujours possible notamment dans le cas d'une pile en plein fleuve lorsque l'épaisseur d'eau à traverser est très forte et rend l'établissement d'un batardeau impossible, on doit alors recourir soit à l'air comprimé soit au système à niveau plein (1).

Parmi les fondations les plus profondes jusqu'ici exécutées il faut citer les piles du pont de *Hawkesbury* (Nouv. Galles du Sud) qui descendent à 49^{m}50

(1) La pression de 5 atmosphères est la limite extrême pour le travail dans l'air comprimé, voir *Règlement sanitaire pour le travail dans l'air comprimé* par les Drs Heller, Mayer et Shrötter de Vienne, Ann. des Travaux Publics de Belgique, 8re 1898, p. 743. En réalité on ne peut pratiquement travailler dans l'air comprimé à une profondeur excédant 35 mètres d'eau ; au delà il faut procéder à niveau plein en draguant à l'intérieur du tube formant l'enveloppe de la construction ; quelquefois on suce le terrain au moyen de l'eau sous pression.

sous marée haute, 48 mètres sous marée basse et pénètrent de 38 mètres dans le terrain.

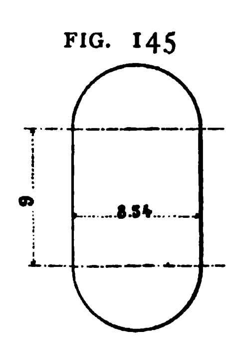
Il y a ensuite les piles du pont de *Bénarès* (Indes) qui descendent à 58 mètres sous les hautes eaux du Gange, $50^{m}50$ sous les eaux moyennes et pénètrent de 25 mètres dans le terrain (voir FIG. 144), à cette profondeur on n'a pas encore rencontré un bon terrain, on était toujours dans un sable assez peu consistant mais on s'y est arrêté, il y avait impossibilité de descendre plus bas.

Étudions la stabilité de cette fondation, le poids total sur la base d'une pile est :

Poids mort d'une travée de 108 mètres (une voie)	985	tonnes
Train d'épreuve	300	»
Poids propre de la pile	14965	»
Total	16250	»

La section de base d'une pile a les dimensions ci-contre, FIG. 145, sa superficie est de 133 mètres carrés et son périmètre de 45 mètres ; vu la faible consistance du sable on doit prendre $\alpha = 25^{\circ}$, d'où $\sin \alpha = 0.42$ et $\operatorname{tg} \alpha = 0{,}46$; ce sable étant complètement saturé d'eau nous prendrons $\delta = 2000$ kgs ; nous appliquons la formule (4) ; la valeur de h est de 25 mètres, en réalité elle peut descendre à 20 mètres du chef des affouillements possibles, mais nous faisons abstraction de la charge d'eau sur le terrain (sa hauteur minimum est 17 mts), charge qui cependant est d'une réelle efficacité contre le flux latéral du terrain, c'est pourquoi nous prendrons $h = 25$ mts, nous avons donc comme expressions de la charge maximum P à partir de laquelle un mouvement devient possible dans ce terrain :

FIG. 145



$$P = 2000 \times 25 \left[133 + \frac{0.46 \times 45 \times 25}{6} \left(\frac{0{,}58}{1.42} + \frac{6 \times 1{,}42}{0{,}58} \right) \right] P = 71800000 \text{ (1)}$$

la charge réelle est de 16250 tonnes, le coefficient de sécurité de la fondation est donc :

$$\frac{71\,800}{16\,250} = 4{,}4$$

Si on prend $h = 20$ mètres on trouve : P = 46 996 000 kgs et le coefficient de sécurité descend à 2,9.

La fatigue rapportée au centimètre carré de surface de la fondation est :

$$\frac{16\,250\,000}{1\,330\,000} = 12^{k}2.$$



(1) La formule de Rankine donne 39 900 000 kgs seulement.

Pour parvenir à descendre ces fondations à la profondeur voulue on procède en excavant sous la base du massif, par ce mòyen, on neutralise les deux facteurs les plus importants de la formule (4), 1° celui en ω représentant la résistance directe du terrain et 2° le frottement du flux de terrain ; il ne reste plus que le frottement du tube sur le terrain et pour le vaincre on maçonne une paroi en briques à l'intérieur du caisson en tôle (c'est la partie hachurée de la FIG. 144) de façon à lui donner un poids supérieur à ce frottement et ainsi le faire descendre et l'amener à son emplacement définitif. Pendant la période d'excavation, c'est-à-dire pendant toute la période où un vide existe sous la base du tube et où ω est réduit à rien ou presque rien la formule (4) prend donc la nouvelle forme :

$$(5) \qquad P = \frac{f\gamma\delta h^2}{6} \cdot \frac{1 - \sin\alpha}{1 + \sin\alpha}$$

car ω est devenu nul et il n'y a plus de flux latéral possible, il n'y a plus que le frottement sur la paroi du tube ; ainsi dans le cas de la pile de Bénarès, nous avons (1) :

$$P = \frac{0{,}46 \times 45 \times 2000}{6} \cdot \frac{0{,}58}{1{,}42} h^2 = 2830\, h^2$$

pour $h = 10$ mètres	P = 283 tonnes
pour $h = 20$ mètres	P = 1122 tonnes
pour $h = 25$ mètres	P = 1770 tonnes

Or, la partie maçonnée à l'intérieur du caisson, partie qui s'étend jusqu'au niveau des basses eaux, donc sur une hauteur de 44 mètres, peut atteindre un cube de 3240 mètres, ce qui à 1700 kgs fait un total de 5508 tonnes ; on voit donc que l'on a pu descendre jusque 25 mètres dans le terrain, même si le frottement est beaucoup plus fort que celui sur lequel nous avons tablé ; il pourrait même atteindre la valeur $tg\,\alpha$ du terrain sur lui-même, car pour cette valeur, à la profondeur 25 mètres, la valeur de P n'est que de 5310 tonnes. La fondation étant arrivée en place on a rempli le vide intérieur avec du béton coulé sous eau et puis on a monté la pile proprement dite en pierres de taille et briques (2).



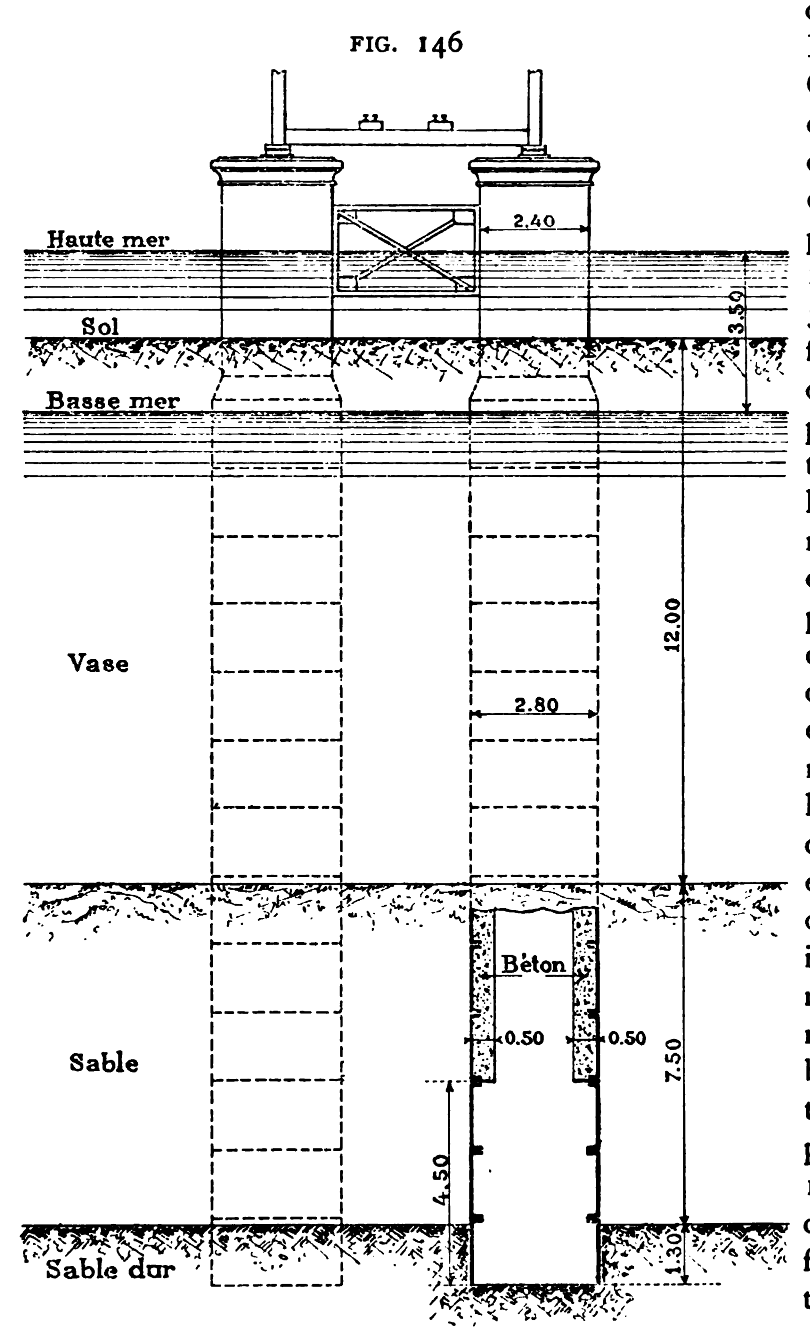
171. Pile formée de Tubes jumeaux. — Au lieu d'un caisson unique à grande section comme celui de Bénarès on constitue quelquefois les piles de pont de deux tubes cylindriques, un sous chaque longeron principal ; ce dispositif par tubes jumeaux diminue beaucoup le cube des maçonneries de remplissage, en

(1) Dans ce cas, la formule de Rankine donne P=0 ce qui est un résultat absurde.

(2) Dans les calculs ci-dessus on a compensé la perte de poids du chef de l'eau en ne tenant pas compte du poids de la partie métallique du tube et en prenant un chiffre relativement bas pour le poids du mètre cube de maçonnerie.

outre la forme cylindrique résiste plus aisément aux pressions extérieures que la forme en caisson à parois planes. Nous donnons (FIG. 146) les deux tubes du pont d'*Aguila* près de San Fernando, province de Cadix, Espagne ; chaque tube est en fonte de 2^{m},80 de diamètre et 25 millimètres d'épaisseur, les viroles ont 1^{m},50 de hauteur ; les 3 viroles inférieures formaient une chambre de travail à air comprimé de 4^{m}50 de hauteur ; le sas était au haut du tube ; sur la nervure de la 3e virole était boulonnée une plaque de tôle formant couronne sur laquelle on a coulé un cylindre en béton de 50 centimètres d'épaisseur, cylindre destiné à former contrepoids, le béton était coulé au moyen d'un moule cylindrique intérieur, moule qu'on remontait au fur et à mesure de la prise du béton : il restait à l'intérieur du béton un passage cylindrique de 1^{m}75 pour le service de chambre de travail du fond. — J'ai vu l'un des tubes de San Fernando engagé de 18 mètres dans le terrain qui était constitué de vase et de sable, ce tube avait sa hauteur complète 27 mètres, il portait :

FIG. 146



son poids propre	47800^k
le poids de la couronne en béton	165000^k
une surcharge en gueuses de fonte	169000^k
Total	381800 kgmes.

et sous cette charge le tube refusait absolument de descendre, pour y parvenir on devait creuser le sol à 50 centimètres sous le couteau, puis lâcher brusquement la pression, l'eau rentrait tumultueusement en entraînant le terrain, le désagrégait au pourtour du tube, diminuait donc le frottement et ainsi on parvenait à obtenir la descente.

Appliquons la formule (5) ci-dessus : $\alpha = 25^o$, sin $\alpha = 0{,}42$, $tg\alpha = 0{,}46$, $\gamma = 8^m8$, $\delta = 2000$, on a :

$$P = \frac{0{,}46 \times 8{,}8 \times 2000}{6} \times \frac{0{,}58}{1{,}42} h^2 = 554 h^2$$

pour $h = 10$ mètres	$P = 55$ tonnes
$h = 15$ mètres	$P = 125$ tonnes
$h = 20$ mètres	$P = 222$ tonnes

Ces résultats correspondent à un frottement

$$f' = \frac{tg\alpha}{3}$$

ce qui est le frottement à considérer pour l'équilibre des charges permanentes, mais au cours du fonçage il peut être beaucoup plus élevé et atteindre $tg\alpha$ ce qui triple les résultats ci-dessus, on peut donc arriver à avoir une résistance de $222 \times 3 = 666$ tonnes à la profondeur de 20 mètres et comme on ne dispose que d'un poids de 381^T8 on conçoit que dans les grandes profondeurs on ait dû recourir à des rentrées brusques d'eau et de terre pour vaincre le frottement et provoquer la descente ; le fonçage a d'ailleurs été arrêté lorsque le tube était engagé de 20^m80 dans le terrain.

Cherchons en appliquant la form. (4) quelle est la charge maximum qu'un tube peut porter lorsque l'enracinement est de 20 mètres :

$$P = 2000 \times 20 \left[6{,}15 + \frac{0{,}46 \times 8{,}8 \times 20}{6} \left(\frac{0{,}58}{1{,}42} + 6\,\frac{1{,}42}{0{,}58} \right) \right] = 8400 \text{ ton.}$$

or la charge maximum qu'il doit porter est :

Poids de la fonte du tube	47^T8
Poids du béton	267^To
Poids mort du pont et sa surcharge	237^T6
Total	552^T4

le coefficient de sécurité est donc :

$$\frac{8400}{552.4} = 15$$

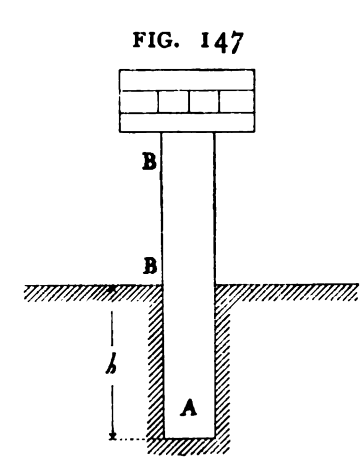
c'est beaucoup, on aurait pu se contenter de la moitié, arrêter par ex. le fonçage à la profondeur 15 mètres, ce qui eût donné une notable économie. La pression moyenne au pied de chaque tube est de 552400 : 61575 = 8k8 par cent. carré.

La mise en place d'un tube se fait en le suspendant tout d'abord à un échafaudage au moyen de chaînes que l'on allonge au fur et à mesure de la descente ; lorsque le tube est suffisamment engagé dans le sol pour pouvoir se porter et se guider lui-même on décroche les chaines. — Pendant les premiers temps du fonçage on procède à l'air libre en draguant ou suçant les terres à l'intérieur du tube, puis on recourt à l'air comprimé soit au moyen d'un scaphandre si on est en pays étranger et qu'on n'a par exemple que deux tubes à foncer, soit au moyen d'une installation complète, chambre de travail et sas à air. — Arrivé à profondeur on bétonne soigneusement toute la partie encore vide du tube.



172. Reconnaissance du terrain. — L'application de la formule (4) exige la connaissance de la densité δ du terrain et de son talus naturel α ; dans le cas de grande profondeur on doit recourir à des sondages et d'après les échantillons ramenés se fixer sur les valeurs à prendre pour δ et α ; dans le cas de petites profondeurs on peut recourir à des essais directs, le dispositif est analogue à celui FIG. 147 : on prend un bloc de bois A bien équarri et coupé carrément à son extrémité inférieure, on fait dans le terrain à étudier une fouille de profondeurs h dont la section soit, aussi exactement que possible, celle du bloc A de façon que celui-ci y entre à frottement doux et vienne reposer bien carrément sur le fond (pour obtenir un bon contact on répandra un peu de sable au fond), le bloc A sera guidé en un ou plusieurs points B et portera un plateau sur lequel on posera des poids jusqu'à une valeur P provoquant un premier mouvement d'enfoncement ; on détermine δ en pesant les déblais de la fouille ; introduisant P et δ dans la formule (4) on peut en déduire pour la profondeur de l'essai la valeur A du binôme :

FIG. 147



$$\frac{1}{6}\left(\frac{1-\sin\alpha}{1+\sin\alpha} + 6\,\frac{1+\sin\alpha}{1-\sin\alpha}\right)$$

et la formule (4) prend alors la forme :

$$\text{(6)} \qquad P = \delta h\,(\omega + f\gamma h A)$$

On répète l'expérience pour diverses profondeurs *h*, on prend pour la valeur de A la moyenne des valeurs obtenues, ou si l'on veut être prudent on prend la plus petite de ces valeurs, et dans ces conditions l'expression (6) est l'équation de la stabilité du terrain étudié, elle permet de déterminer P pour n'importe quelle profondeur *h*. — Il est à noter que la valeur de P obtenue par (6) dont le coefficient A a été déterminé expérimentalement est plutôt trop faible, car lors de l'essai le terrain n'a pas été serré, comprimé comme il le sera graduellement au cours de la période d'exécution de la fondation proprement dite.

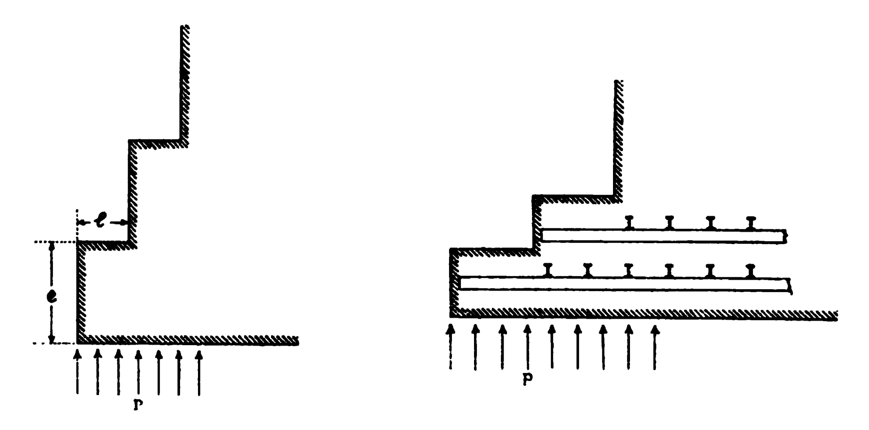
Cette recherche expérimentale se fait quelquefois sur une très grande échelle, tel a notamment été le cas pour le pont de *Sydney* (Australie), pont construit en 1906-8, ce pont franchit un bras de mer, il a une travée centrale de 411 mt. et deux travées latérales l'une de 176 mt., l'autre de 153 mt. ; à l'emplacement d'une des piles le roc est à la profondeur de 52 mt. sous marée haute, il est surmonté d'un banc d'argile de 39 mt. d'épaisseur et d'une couche de vase de 2 mt. ; le poids total en tête de la pile est de 30000 tonnes, à ce poids il faut ajouter le poids propre de la pile ; l'argile est de consistance assez incertaine ; il s'agissait de savoir si la fondation pouvait s'arrêter dans cette argile ou devait être poussée jusqu'au roc ; on procéda à un essai : on fonça par l'air comprimé un puits de $1^{m}83$ de diamètre qui fut descendu jusque $27^{m}45$ sous marée haute donc qui pénétrait d'environ 15 mètres dans l'argile, on le remplit de béton ; lorsque le poids du béton atteignit 140 tonnes le cylindre avait déjà pris un tassement de 28 millimt., on le laissa pendant 7 jours, le tassement augmenta de 29 millimt. et ne faisait pas mine de vouloir s'arrêter ; on surchargea jusque un total de 204 tonnes ($7^{k}8$ par cent. carré) : pendant les huit jours qui suivirent il se produisit un tassement de 39 millimt et la descente du cylindre continuait toujours ; de ces faits on conclut que l'argile était de consistance trop molle et on décida de descendre coûte que coûte les fondations jusque sur le roc. — Le pont était destiné à porter 2 voies de chemins de fer et deux chaussées dont l'une pour tramways.

***

172bis. Empâtements. — Quand on accroît l'assiette d'une fondation par l'emploi d'empâtements il importe de donner aux gradins des dimensions telles qu'ils ne puissent se détacher, par cisaillement ou flexion, du massif principal de maçonnerie ; en général on donne à l'épaisseur *e* de chaque gradin une valeur au moins double de sa saillie *l*.

Lorsque la charge *p* sur le terrain est considérable il importe de vérifier soigneusement la stabilité des gradins, car s'ils venaient à se détacher l'équilibre de la construction serait gravement atteint ; dans certains cas on donne aux gradins la solidité requise en noyant des poutrelles dans le massif de fondation, ce système

est assez fréquent dans les grandes constructions américaines, ces poutrelles ont

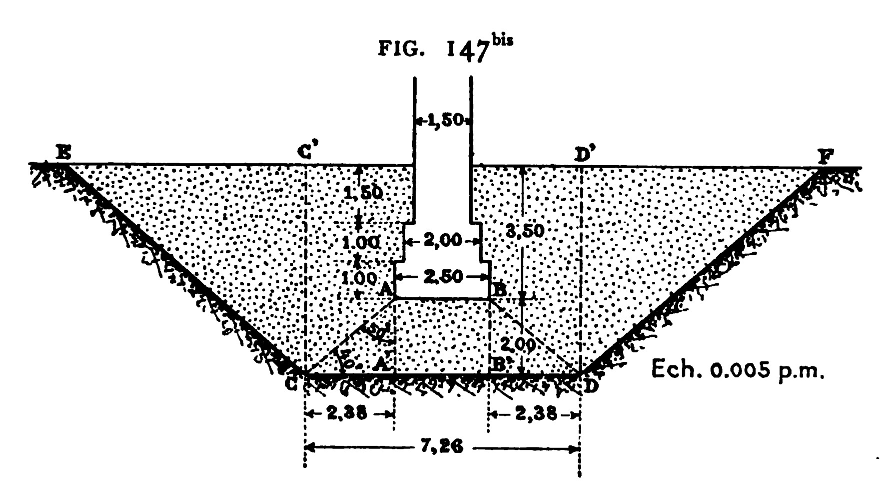


à résister à la flexion due à la réaction p du terrain (1). — Quelquefois les empâtements s'exécutent en béton armé.

§ 4. Fondations sur sable rapporté.

178. Les fondations sur mauvais terrain se font quelquefois en l'enlevant et le remplaçant par du bon sable (2) : on creuse dans le terrain une tranchée que l'on remplit par du sable bien damé par couches de 20 à 30 centimètres, le meil-

FIG. 147bis



leur damage s'obtient en arrosant d'eau les couches successives du sable ; nous prenons pour ce sable $\delta = 1600$ kgs, $\alpha = 35°$, $\sin \alpha = 0,57$, $tg\alpha = 0,70$; supposons que

(1) Voir notre ouvrage « *La Construction Architecturale en fer, fonte et acier* », 1902, chap. VII, § 3, p. 466 : et aussi « *Annales des Travaux Publics* » juin 1905, Mémoire de M. Zanen, et avril 1906, Mémoire de M. Masson sur les grandes constructions aux Etats-Unis.

(2) Demanet : *Cours de Construction*, 3e éd. Tome II, p. 23. — *Annales des Ponts et Chaussées*, 1835, 2e sem., p. 171 ; 1837, 1re sem., p. 177 ; 1849, 2e sem. ; 1852, 2e sem., p. 242.

la FIG. 147 bis représente un pilier carré dont la base descend à 3^m50 de profondeur ; la formule (4) nous donne :

$$P = 1600 \times 3,5 \left[\omega + \frac{0,70 \times 3,50\gamma}{6}\left(\frac{0,43}{1,57} + 6\frac{1,57}{0,43}\right)\right] = 5600\,(\omega + 9\gamma)$$

$$\omega = 2,5 \times 2,5 = 6^{m^2},25 \quad \gamma = 4 \times 2,50 = 10^{m} (1)$$

d'où $P = 5600(6,25 + 9 \times 10) = 539000$ kg. ; $\frac{P}{\omega} = \frac{539000}{62500} = 8^k7$ par cent. c.

prenant une sécurité égale à 3 on pourra donc charger ce terrain à raison de 8,7 : 3 soit 3 kgs par cent. cárré.

Il s'agit de déterminer l'épaisseur du matelas de sable sous AB : cette épaisseur est déterminée par la condition que la charge par unité sur le mauvais terrain CD ne doit pas dépasser la charge de sécurité sur ce terrain, on admet que l'épanouissement de la pression dans le sable se fait suivant un angle de 50° avec la verticale (cet épanouissement constitue le point de départ du flux de sable FIG. 135 et 136), les côtés AC et BD de cet épanouissement sont donc inclinés de 40° sur l'horizontale ; prenant $AA' = 2$ mètres on a $CD = 7^m26$, $\Omega = \overline{7.26}^2 = 527076$ cent. carrés, d'où pression sur le mauvais terrain :

$$p = \frac{62500 \times 3}{527076} = 0^k36 \text{ par cent. carré}$$

Quant aux talus CE et DF on les prend comme le terrain le permet ; on pourrait aussi établlr une enceinte de pieux et palplanches suivant la base CD, donc en C'C et DD'.

Le sable employé doit être homogène, non terreux, pur et autant que possible sec, on doit le répandre par couches de 25 centimètres et le damer ou l'asperger d'eau à chaque couche pour produire un bon tassement.

Si la résultante des pressions sur AB ne passe pas rigoureusement en son centre de gravité il n'en résulte aucun inconvénient, car le massif de sable répartit en tout état de cause la pression uniformément sur CD, en ce sens que si certaines parties de CD voulaient céder du chef d'excès de pression le sable s'arcbouterait entre ses grains et ne suivrait pas le tassement du terrain.

S'il y avait pénurie de bon sable on pourrait remplacer le remblai situé au-dessus du niveau AB par du terrain ordinaire car, cette partie du massif ne résiste que par son poids mort ainsi que le prouve la démonstration de la formule (4).

Les massifs de sable s'emploient encore si on a affaire à des terrains remblayés ou à des terrains inégalement résistants, par exemple si un mur de grande longueur rencontre sur son étendue du terrain ferme et du terrain de nature vaseuse.

---

(1) Nous ne tenons pas compte de la diminution de périmètre du chef des retraits des empâtements, cela n'a pas d'importance.

Comme dejà dit, les massifs de sable ne sont pas à employer là où le terrain est traversé par des eaux courantes et même dans des terrains contenant des eaux stagnantes, car ces eaux pourraient entraîner le sable et en tous cas elles diminuent la valeur de α et par conséquent diminuent la faculté portante du massif.

Il arrive quelquefois que le massif de sable est remplacé par une série de pilots en sable dont on larde le terrain en y creusant leur alvéole par un pilot en bois que l'on bat et retire et dont on remplit le vide par du sable, nous renvoyons pour ce système de fondation aux diverses années des *Annales des Ponts et Chaussées*, citées ci-dessus en note.

Lorsqu'on a affaire à un sol qui dans la profondeur contient des couches de tourbe recouvertes par un terrain relativement bon et que pour des raisons d'économie on ne veut pas descendre la fondation en dessous de cette tourbe (la bonne règle est cependant de toujours le faire) il convient de faire jouer au terrain supérieur le rôle de la couche de sable ci-dessus c'est-à-dire ne l'entamer que le moins possible de façon à ce qu'il répartisse la charge sur la plus grande surface de tourbe possible. — Un bon moyen d'exécution dans de semblables cas est de charger les fondations avant l'exécution de la superstructure d'un poids équivalent à celle-ci et l'y laisser pendant un certain temps de façon à tasser le terrain au maximum et lui laisser prendre tous les mouvements dont il est susceptible.

Pour les fondations sur mauvais terrains, voir : *A. P. C.* 1864, mémoire de M. Croizette-Desnoyer sur les terrains vaseux de Bretagne. — *A. P. C.* 3e trimestre 1905, mémoire de M. Lefebvre. — Le *Génie Civil*, 16 septembre 1905, note du Lieutenant-Colonel G. Espitallier sur les terrains vaseux.

§ 5. Fondations sur pilots battus en bois ou béton.

174. Généralités. — Lorsqu'on a affaire à des mauvais terrains le pilotis est un moyen de fondation très efficace et très fréquemment employé. — La résistance des pilots est due 1° au frottement latéral exercé sur le pilot par les terrains traversés, 2° à la cohésion, c'est-à-dire la résistance à la pénétration que présente la dernière couche rencontrée, celle dans laquelle entre la pointe du pilot. — Cette dernière résistance est quelquefois nulle et souvent peu élevée, c'est-à-dire que les pilots ne rencontrent pas de terrains cohérents, aussi nous estimons que le calcul de la stabilité des pilots doit s'établir en se basant sur le seul frottement latéral du terrain, on est ainsi en-dessous de la réalité et on a d'autant plus de sécurité.

La résistance d'un pilot peut se calculer de deux façons, ou bien en appliquant la méthode exposée ci-dessus au § 3 pour les massifs, c'est la méthode statique ; ou bien en partant du travail développé pour enfoncer le pilot, c'est la méthode dynamique ; nous allons établir les formules par l'une et l'autre méthode.

175. Méthode statique (1). (FIG. 148). — Le pilot en s'enfonçant refoule et resserre latéralement le terrain (2), il éprouve donc de la part de celui-ci le maximum de réaction de butée dont l'intensité à un certain niveau x est donnée par la formule (3) du § 2 ci-avant.

FIG. 148

$$q_x = x\delta \, \frac{1 + \sin\alpha}{1 - \sin\alpha}$$

Soit D le diamètre moyen du pilot, f le coefficient de son frottement contre le terrain, R sa résistance totale pour une profondeur de pénétration L ; le pilot étant muni d'une pointe, son enfoncement ne provoque pas de flux latéral de sable ; si donc nous désignons par Δ un petit enfoncement uniforme dû à la charge R, nous avons l'équation du travail au moment où le mouvement commence :

$$R\Delta = \Delta\int_0^L fx\delta \, \frac{1+\sin\alpha}{1-\sin\alpha}\pi D dx = \Delta f\delta\frac{1+\sin\alpha}{1-\sin\alpha}\pi D\int_0^L xdx$$

d'où

$$(7) \qquad R = \pi D f\delta . \frac{1+\sin\alpha}{1-\sin\alpha} . \frac{L^2}{2} = 1.5 D f\delta L^2 . \frac{1+\sin\alpha}{1-\sin\alpha}$$

voilà la formule que nous avons proposée en 1906 pour évaluer la résistance d'un pilot de diamètre moyen D pénétrant d'une quantité L dans un terrain de densité δ dont le talus naturel est α ; si le pilot est carré, πD doit être remplacé par le périmètre.

Cette formule (7) donne la résistance R provenant du seul frottement latéral du terrain, elle fait complètement abstraction de la résistance R_1 pouvant provenir de la cohésion du terrain dont question au 2° ci-dessus.

De la formule (7) nous tirons l'expression de la résistance par unité de surface du pilot engagée dans le terrain, nous avons :

$$\frac{R}{\pi DL} = \frac{f\delta}{2} \times \frac{1+\sin\alpha}{1-\sin\alpha} \times L$$

On voit que cette résistance par unité augmente avec la longueur L du pilot.

La même question a été traitée par M. Benabenq, chef du service des Travaux publics de l'Indo-Chine dans des mémoires très intéressants parus en 1911 et 1913 (3) et dont nous conseillons la lecture à qui veut approfondir la question des pilots ; il dit dans l'un d'eux (A. P. C. septembre et octobre 1911) :

(1) Strictement parlant cette méthode devrait s'intituler méthode d'équilibre dynamique, puisqu'elle suppose un mouvement uniforme.

(2) Voir à ce sujet des expériences faites par M. von Schoen et rapportées dans l'*Oesterr.-Wochenschr.* du 8 mai 1909.

(3) *Résistance des Pieux*, par J. Benabenq, Directeur des Travaux publics de l'Indo-Chine. *Annales Ponts et Chaussées*, de septembre, octobre, novembre et décembre 1911, mai et juin 1913.

« M. Vierendeel a le premier, à notre connaissance, établi dans son traité de « stabilité des constructions une méthode statique pour le calcul des pieux. Il « arrive pour R_f à la même relation que nous, mais il fait abstraction de R_s. En « se reportant aux applications et aux tableaux on voit que R_s est loin d'être « négligeable. »

Nous admettons que R_s ne soit pas toujours négligeable, mais nous estimons plus prudent de toujours le négliger, et ce d'autant plus que le calcul de la valeur de R_s n'est rien moins que certain.

Les formules de M. Benabenq nous semblent pécher par excès, ce qui est un fâcheux défaut, aussi il doit recourir à des coefficients de sécurité élevés, allant jusque 8.

⁂

Frottement. — Nous appelons l'attention sur la valeur à prendre pour le coefficient de frottement f du terrain sur le fût du pilot ; au maximum ce coefficient peut atteindre la valeur $tg\alpha$ si la surface du pilot est très rugueuse (tels sont les pilots *compressol* et *simplex* dont question ci-après au n° 184 bis et ter), mais dans le cas de pilots à surface lisse, tels sont les pilots écorcés ou ceux en béton armé, ce coefficient est de valeur notablement moindre.

Pour une caisse en bois glissant sur la terre battue on a trouvé $f = 0.33$ (1) ; voilà à notre avis le maximum à prendre pour le f des pilots battus, notamment ceux en béton, surtout que le battage polit la surface du pilot et la surface du terrain ; bien entendu si le terrain est mauvais, s'il a une faible valeur de $tg\alpha$ celle de f à adopter pour le pilot diminuera en conséquence.

Au surplus on peut se fixer sur la vraie valeur du frottement du terrain sur le pilot, il suffit après en avoir battu un, de l'extraire du terrain en mesurant l'effort exercé.

On appliquera à la formule (7) un *coefficient de sécurité* qui en règle générale sera égal à 3.

⁂

176. Méthode dynamique. — Soit P le poids du mouton, H sa hauteur de chute, P′ le poids total du pilot et h son enfoncement sous l'effet d'un seul choc ; L est la longueur du pilot engagé dans le terrain et R est sa résistance totale en cet instant. — Nous appliquons l'équation des forces vives

$$\frac{mv^2}{2} - \frac{mv_0^2}{2} = \int_{t_0}^{t} Q ds \cos \mu$$

depuis l'époque t_0 où le mouton prend contact avec le pilot jusque l'époque t où

(1) *Introduction à la mécanique industrielle*, par Poncelet. — Paris, Gauthier Villars, 1870, p. 258.

cesse l'enfoncement ; la période t_o à t correspond donc à l'enfoncement h et à la fin de cette période $v = o$.

La vitesse du mouton au moment du contact avec le pilot est $\sqrt{2gH}$; le choc se produit, les deux masses, mouton et pilot, restent en contact et prennent une vitesse commune v_o donnée par la relation :

$$\frac{P + P'}{g} v_o = \frac{P}{g}\sqrt{2gH} \qquad \text{d'où} \qquad v_o = \frac{P\sqrt{2gH}}{P + P'}$$

on a donc :

$$-\frac{mv_o^2}{2} = -\frac{1}{2} \cdot \frac{P + P'}{g} \cdot \frac{P^2}{(P + P')^2} \cdot 2gH = \frac{-P^2H}{P + P'}$$

Il y a une partie de la force vive du choc qui fait vibrer le pilot et se transmet au terrain par son intermédiaire, c'est ce qu'on exprime en disant que le terrain danse, si nous désignons par M la masse du terrain prenant ce mouvement et v_1 sa vitesse à la fin de la période de t_o à t, sa force vive est $\frac{+Mv_1^2}{2}$, et l'équation de la force vive devient :

$$+\frac{Mv_1^2}{2} - \frac{P^2H}{P + P'} = \int_{t_o}^{t} Q ds \cos\mu$$

FIG. 149

Le second terme se compose tout d'abord du travail de la résistance totale du pilot supposé sans élasticité, sa valeur est — Rh, avec le signe négatif, car μ est un angle de 180° ; strictement il faudrait $(-R + P + P')\,h$, mais on peut négliger $(P + P')$ devant R.

Il y a en sus à tenir compte du travail résistant développé par le raccourcissement du pilot dû à son élasticité, l'importance de ce travail saute immédiatement aux yeux, en effet si le pilot était en une matière très élastique, en caoutchouc par exemple, on aurait beau le battre il ne s'enfoncerait pas ; la force totale qui agit sur la tête du pilot est égale à la résistance statique totale R du terrain (FIG. 149), mais à un niveau A, à une certaine distance x de la tête, la force d'enfoncement n'est plus que $(R - R_x)$ (1), en désignant par R_x la résistance due au frotte-

(1) Cette expression signifie qu'à la pointe la résistance d'enfoncement est (R — R), donc nulle, ce qui est conforme à l'idée fondamentale de nos théories statique et dynamique des pilots : nous admettons que le terrain ne présente aucune résistance à la pénétration de là pointe du pilot, toute la résistance provient du frottement latéral s'exerçant au-dessus, depuis la pointe jusqu'à la tête du pilot.

Cela est d'ailleurs confirmé par l'expérience qui prouve qu'on n'a pas grand avantage pour la facilité d'enfoncement de munir les pilots d'une pointe tres affûtée ; semblable pointe facilite l'enfoncement tout au début, mais bientôt le frottement latéral devient tel et dépasse la résistance à la pointe dans une telle mesure que la forme de la pointe perd toute importance, les essais de Hambourg le prouvent péremptoirement ;

ment du terrain situé au-dessus de A ; soit Ω_x la section du pilot en A, le raccourcissement local pour une longueur dx en A sera :

$$\frac{R - R_x}{E\Omega_x}dx$$

d'où il résulte un double travail résistant, d'abord celui du raccourcissement du pilot lui-même :

$$dT_r = -(R - R_x)\frac{R - R_x}{E\Omega_x}dx = -\frac{(R - R_x)^2}{E\Omega_x}dx$$

d'où

$$T_r = -\frac{1}{E}\int_0^L \frac{(R - R_x)^2}{\Omega_x}dx$$

ensuite celui du frottement du terrain situé au-dessus de A, travail dont l'expression élémentaire est :

$$dT_f = -R_x . \frac{R - R_x}{E\Omega_x}dx$$

et en admettant que le pilot soit engagé de toute sa longueur L dans le terrain, ce qui arrive toujours à la fin du battage, on a :

$$T_f = -\frac{1}{E}\int_0^L \frac{R_x(R - R_x)}{\Omega_x}dx$$

Nous prendrons pour Ω_x la valeur moyenne Ω des sections du pilot, ce qui nous donne (1) :

$$T_r = \frac{-1}{E\Omega}\int_0^L (R - R_x)^2\, dx ; \qquad T_f = \frac{-1}{E\Omega}\int_0^L R_x(R - R_x)dx$$

et l'équation dynamique du pilot est :

$$\frac{Mv_1^2}{2} - \frac{P^2H}{P + P'} = -Rh - T_r - T_f \qquad \text{d'où} \qquad Rh = \frac{P^2H}{P + P'} - T_r - T_f - \frac{Mv_1^2}{2}$$

On pourrait croire que les travaux négatifs T_r et T_f se récupèrent lors de la détente du pilot qui après le choc reprend sa longueur primitive, mais on ne peut pas admettre que cet effet se produit, car du chef de la vibration du pilot il se dé-

à Hambourg on affûte les pilots sur les bords seulement, on laisse au centre une face plane ayant le $\frac{1}{4}$ et même le $\frac{1}{3}$ du diamètre du pilot, leur battage est tout aussi facile et le bout du pilot étant plus robuste se fausse moins aisément ; le terrain de Hambourg est un terrain compact mélangé de sable et d'argile. Voir « *Centralblatt der Bauverwaltung* », 2 et 9 décembre 1896, mémoire du Prof. *Bubendey*, de Berlin.

(1) Dans son mémoire ci-dessus cité, M. Benabenq estime que nous commettons une erreur dans l'évaluation du raccourcissement qui conduit aux valeurs de T_r et T_f ; après examen de la question nous ne pouvons être de son avis ; M. Benabenq n'a certainement pas remarqué qu'il s'agit du raccourcissement *ocal* en A (Fig. 149) et non du racourcissement de la longueur x du pilot.

tache momentanément du terrain et l'effet utile positif dû à la détente ne se récupère pas.

La formule (7) du n° 175 indique que les frottements de terrain sur pilot sont entre eux comme les carrés des longueurs des portions de pilot considérées, d'où :

$$\frac{R_x}{R} = \frac{x^2}{L^2} \qquad \text{donc} \qquad R_x = R\frac{x^2}{L^2}$$

remplaçant R_x par sa valeur dans les expressions de T_r et T_f et intégrant nous obtenons :

$$-T_r = \frac{-8LR^2}{15\Omega E} \qquad -T_f = \frac{-2LR^2}{15\Omega E}$$

et l'équation du pilot devient :

$$Rh + \frac{8LR^2}{15\Omega E} + \frac{2LR^2}{15\Omega E} - \frac{P^2H}{P+P'} + \frac{Mv_1^2}{2} = 0$$

d'où nous tirons :

$$R = \frac{\Omega E}{L}\left[\frac{-15h}{20} + \sqrt{\frac{3L}{2\Omega E}\cdot\frac{P^2H}{(P+P')} - \frac{3L}{2\Omega E}\cdot\frac{Mv_1^2}{2} + \frac{9h^2}{16}}\right]$$

dans cette expression le terme en (Mv_1^2) est complètement inconnu, nous devons le négliger et de ce chef nous augmentons la valeur de R ; il est toutefois à noter que ce terme Mv_1^2 peut acquérir une certaine importance surtout si on effectue le battage avec un lourd mouton, ou par les coups répetés d'une sonnette à vapeur à action directe qui a pour effet d'agiter le terrain ; nous avons donc :

$$(8) \qquad R = \frac{\Omega E}{L}\left[\frac{-15h}{20} + \sqrt{\frac{3L\, P^2H}{2\Omega E(P+P')} + \frac{9h^2}{16}}\right]$$

Dans le cas de faibles refus, ce qui est le cas habituel, on peut aussi négliger sous radical le terme en h^2 ; et alors l'expression de R devient :

$$(8') \qquad R = \frac{P}{2}\sqrt{\frac{6H\Omega E}{L(P+P')}} - \frac{3E\Omega h}{4L}$$

Voilà (8) et (8') les formules dynamiques que nous présentons pour exprimer la résistance d'un pilot. — La signification des lettres entrant dans ces formules est :

R résistance statique en kilogs,

E Coefficient d'élasticité du bois = 1 000 000 000, le mètre pris pour unité ; pour les pilots en béton armé on prend le double.

Ω Section du pilot en mètres carrés.

L longueur en mètres du pilot engagé dans le terrain.

P poids du mouton en kilogs.
P′ poids du pilot.
H hauteur de chute du mouton en mètres.
h enfoncement en mètres du pilot sous le dernier coup du mouton.

On appliquera à la formule (8) *ou* (8′) *un coefficient de sécurité variant de 4 à 6 ;* il est bien entendu que (8′) ne peut être employé que pour le faible refus de 1 à 3 $^m/_{mèt.}$ par coup, voir par ex. le n° 177.

Il est à remarquer que, pour un même refus h, la formule (8) indique que plus le pilot est court et plus la résistance R est grande, ce qui est en somme rationnel, car pour qu'un pilot court réalise un refus donné il faut que la résistance du terrain soit plus grande que celle d'un autre terrain où pour le même refus il faudrait un pilot plus long, toutes les autres conditions étant les mêmes.

Pour bien apprécier la résistance d'un pilotis il faut appliquer les deux formules, la formule statique (7) et la formule dynamique (8) ou (8′) ; il faut d'ailleurs par un sondage se fixer aussi exactement que possible sur les valeurs de δ, α et f à introduire dans la formule (7).



Mr Benabenq dans son mémoire déjà cité a formé le tableau ci-dessous dont les chiffres sont obtenus en appliquant les formules dynamiques de divers auteurs à un pilot en béton armé (voir ci-après n° 192bis).

Tableau des résistances en tonnes d'un pieu en béton armé de 12^m de long et de 0,25×0,25 battu par un mouton de 1100^k à 1 mèt. de chute.

1 Refus en millim.	2 Benabenq	3 Eytelwein	4 Hollandaise	5 Rankine	6 Redtenbacher	7 Stern	8 et 9 Vierendeel formule exacte	 formule approchée	10 Brix	11 OBSERVATIONS
1	320^T	322^T	318^T	228^T	84^T	84^T	74^T	+73^T	226^T	Tous ces chiffres doivent être réduits en pratique par un coefficient de sécurité variable de 6 à 10.
3	109	110	106	182	62	64	57	+50^T	75	
6	57	57	53	135	43	45	40	Pour ces refus, la formule approchée n'est pas applicable, v. n° 176.	38	
10	35	35	32	95	35	32	28		22	
30	14	14	11	36	10	14	10		7	Poids du pilot :
60	9	9	5	18	5	9	5		4	12^m×0,0625×2500^k=
100	6	7	3	1	3	7	3		2	= 1875 kgs.

Ce tableau est très déconcertant du chef des grands écarts que l'on constate entre les chiffres des divers auteurs, à lui seul il suffirait pour dégoûter de toutes les formules dynamiques. Voici nos observations sur ce tableau :

1° Les coefficients de sécurité de 6 à 10 dont il est question dans la colonne n° 11, ne sont certainement pas applicables aux résultats des colonnes 6, 7, 8 et 9, pour ces résultats un coefficient de sécurité de 4 suffit amplement.

D'ailleurs une théorie qui a besoin d'un coefficient de sécurité allant jusque 10 est une théorie qui ne mérite pas grande confiance.

2° Nous ne pouvons pas nous décider à croire qu'un pilot foncé par un mouton de 1100^k à 1 mèt. au refus de 1 millimètre (qui n'est en somme pas un si petit refus, v. n° 177) puisse atteindre une résistance de 320 tonnes comme indiqué dans les colonnes 2, 3 et 4, ni même 220 tonnes comme dans les colonnes 5 et 10, ce sont là des chiffres absolument exagérés et qui dénotent une théorie peu exacte.

Pour vérification, recherchons la résistance en appliquant la formule statique (7) du n° 175 :

$$R = \pi D . f . \delta . \frac{1 + \sin \alpha}{1 - \sin \alpha} \frac{L^2}{2}$$

prenons $f = 0.30$, $\delta = 1800^k$, $\sin \alpha = \sin 30° = 0.5$; $\frac{L^2}{2} = 72$; le périmètre πD est ici $4 \times 0.25 = 1^m$; nous avons

$$R = 1 \times 0.30 \times 1800 \times \frac{1.5}{0.5} \times 72 = 116\,640 = 117 \text{ tonnes}$$

et encore $f = 0.30$ est ici un maximum pour un pilot en béton armé à parois déjà assez unies et qui aura poli le terrain et se sera poli lui-même.

Ce résultat prouve que le maximum de résistance possible de ce pilot engagé de 12 mètres dans le terrain est 117 tonnes, et nous voilà loin de 320 et même de 220 tonnes.

Si nous considérons la 2e ligne du tableau, refus de 3 millimètres, la conclusion est analogue, car un pilot qui sous un mouton de 1100 kg tombant de 1 mèt. a encore ce refus quand il a pénétré de 12 mèt. dans le terrain, indique par le fait un terrain à faible valeur de f et à faible valeur de α.

En somme nous ne pouvons avoir confiance que dans les formules donnant les colonnes 6 à 9 ; et encore cette confiance n'est pas absolue ; notre vraie confiance est pour la formule statique (7) du n° 175 ci-avant.



176bis. Poids du mouton. — Hauteur de chute. — Quelle que soit la formule utilisée pour évaluer la force portante d'un pilot, il est certain que généralement ce sera par le battage qu'on l'introduira dans le sol, il est donc intéressant de rechercher les meilleures conditions de ce battage.

1° Supposons le choc sans élasticité aucune, donc mouton et pilot restant en contact ; nous avons :

travail moteur du mouton avant le choc : $\frac{1}{2}\,\frac{P}{g}.2gH = PH = T$

travail communiqué au pilot par le choc : $\frac{1}{2g}\,(P+P') \times v_0^2 = \frac{P^2H}{P+P'} = T_e$

le rapport $T_e : T$ de ces travaux a pour expression :

$$\frac{T_e}{T} = \frac{P}{P+P'} = \frac{1}{1+\frac{P'}{P}} \tag{1}$$

Le maximum de ce rapport correspond à P infini et alors il est égal à l'unité, il y a donc théoriquement avantage à employer un mouton aussi lourd que possible ; mais si dans l'expression (1) on donne à $\frac{P'}{P}$ diverses valeurs dans le voisinage de l'unité le rapport $T_e : T$ reste dans le voisinage de 0.50 et il n'y a guère pratiquement avantage de *donner au mouton un poids supérieur à celui du pilot.*

2° Mais dans la réalité le choc a toujours une certaine élasticité, et c'est ce cas que nous devons examiner.

Le travail moteur du mouton est toujours : $\frac{1}{2}\,\frac{P}{g}.\,V^2 = PH = T.$

Du chef de l'élasticité, tout au moins partielle, la vitesse v_0 communiquée au pilot a pour expression

$$v_0 = k\frac{PV}{P+P'} = k\,\frac{P\sqrt{2gH}}{P+P'}$$

k est un coefficient égal à l'unité dans le cas de corps mous et égal à 2 dans le cas de corps parfaitement élastiques.

Mais du chef du choc élastique le mouton et le pilot ne restent pas en contact après le choc, le mouton rebondit et la force vive communiquée au pilot est simplement $\frac{P'}{g}v_0^2$ et par conséquent le travail communiqué au pilot est :

$$T_e = \frac{1}{2}\,\frac{P'}{g}v_0^2 = k^2\,\frac{P^2P'H}{(P+P')^2}$$

et le rapport d'effet utile est :

$$\frac{T_e}{T} = \frac{k^2 P^2 P'}{(P+P')^2 P} = k^2 \cdot \frac{PP'}{(P+P')^2} = k^2 \cdot \frac{r}{(1+r)^2}$$

r est le rapport de P' à P ; faisant les dérivées on trouve que le maximum de $T_e : T$ correspond à $r = 1$ donc à $P = P'$ et ce maximum est $\frac{k^2}{4}$.

Nous arrivons donc à ce résultat que dans le cas de choc plus ou moins élastique le maximum d'effet utile est produit lorsque le mouton a le poids du pilot et comme dans le cas de choc non élastique nous avons vu qu'il n'y a guère avantage de dépasser cette égalité, *la conclusion générale est de prendre un mouton de poids égal au pilot.*

Le maximum du rapport $T_c : T$ que nous venons de trouver dans le cas de choc $\pm$ élastique est $\frac{k^2}{4}$:

$$\text{Si } k = 1.5 \text{ ou mieux } \sqrt{2} \text{ on a } \frac{k^2}{4} = \frac{1}{2}$$

c'est le rapport trouvé pour le choc non élastique.

Si le choc est parfaitement élastique, $k = 2$, et dans ce cas $\frac{T_c}{T} = 1$.

Les pilots en béton armé sont partiellement élastiques, aussi leur battage se fait avec plus d'effet utile que celui des pilots en bois ; sur les pilots en béton on applique quelquefois une tête en bois provisoire afin de ménager le béton, malheureusement cela diminue l'effet utile du battage et par conséquent augmente sa durée et son prix.



Nous sommes donc arrivés à la conclusion que le poids du mouton doit autant que possible être égal au poids du pilot; voici une expérience qui corrobore cette conclusion : aux travaux de transformation du quartier Isabelle à Bruxelles, on a eu à foncer des pilots en béton pesant les uns 2500 kgs, les autres 4000 kgs (13 mèt. sur 0,35 × 0,35).

On a commencé à les battre avec un mouton de 1500 kgs, le rendement fut très mauvais, ce mouton détériorait la tête du pilot et ne l'enfonçait guère, l'effet utile était faible ; c'est comme quand on veut enfoncer un gros clou avec un petit marteau.

Après de multiples essais on en arriva à la conclusion que le battage devait se faire avec un mouton de 2500 kgs pour les pilots de ce poids, et avec un mouton de 4000 kgs pour les pilots de 4000 kgs.

On a même pu constater que pour le même travail moteur PH, ces moutons lourds détérioraient moins les têtes des pilots que les moutons légers, ceux de 1500 kgs par ex.



Quant à la hauteur de chute du mouton il convient de la prendre aussi grande que possible ; on ne sera limité que par les deux considérations :

1° Ne pas détériorer la tête des pilots.

2° Ne pas imprimer trop de mouvement au terrain, voir à ce sujet ci-après le n° 177, § H.

***

177. Renseignements pratiques et expérimentaux. — A) Le cahier des charges de l'État-Belge stipule qu'avant d'arrêter le dispositif d'une fondation sur pilotis en bois, on battra des pilots d'essai au moyen d'un mouton de 500 kgs tombant de 1^m30, et le refus imposé consiste en ce que sous 2 volées consécutives chacune de 30 coups l'enfoncement ne dépassera pas 20 millim. par volée, donc $h = \frac{2}{3}$ millimètre par coup ; ce battage d'essai a pour but de déterminer la longueur de pilot requise pour obtenir le refus prescrit.

Donc la prescription de l'État revient à dire que sous un choc de $500 \times 1,3 = 650$ kilogrammètres répété 30 fois la fiche h par chaque coup ne peut dépasser $\frac{2}{3}$ de millimètres.

Il arrive que ce refus ne peut pas être atteint, et même à beaucoup près, alors il faut procéder comme dit ci-après au n° 178 et ne pas s'entêter à vouloir obtenir le refus du cahier des charges.

***

B) L'expérience et la pratique des grands travaux ont conduit à admettre qu'un pieu en bois de 0,30 de diamètre moyen et 8 à 10 mèt. de longueur battu au refus de 10 millim. par volée de 10 coups d'un mouton de 600 kgs tombant de 3^m60, peut porter avec sécurité une charge de 25 tonnes ; le refus ici est donc de 1 millim. par coup.

Appliquons à cette indication la formule dynamique (8'), nous avons ; $D = 0,30$, $\Omega = 0,07$, $L = 9$ mèt., $P = 600$ kgs. $H = 3^m6$, $P' = 0,07 \times 9 \times 700 = 440$ kgs, $h = 0,001$; nous trouvons $R = 115000$ kgs ; le coefficient de sécurité serait donc $\frac{115}{25} = 4.6$.

Appliquons la formule statique (7) du n° 175 et supposant qu'il s'agisse d'un terrain imbibé d'eau nous prenons $\delta = 2000$ k., $\alpha = 25°$, $\sin \alpha = 0,42$, $f = 0,30$; nous avons :

$$R = 1,5 \times 0,3 \times 0,30 \times 2000 \times 9^2 \times \frac{1,42}{0,58} = 54000 \text{ kgs}$$

le coefficient de sécurité serait 2.

La surface frottante du pilot est de $0,94 \times 9$ mt. $= 8^{m^2},46$, la résistance maximum est donc de 6400 kgs par mt. carré de surface frottante.

Si pour ce terrain on prend $\alpha = 30°$, $\sin \alpha = 0,50$ et $f = 0,3$, la valeur de la résistance devient d'après la formule (7) :

$$R = 1,5 \times 0,3 \times 0,3 \times 2000 \times 81 \times 3 = 65610 \text{ kgs.}$$

Recherchons la valeur de R dans le cas où le refus de 10 millimt. serait atteint par 30 coups à $1^{m}20$ au lieu de 10 à $3^{m}60$, toutes autres choses restant les mêmes, appliquant la formule (8') on a :

$$R = 300\sqrt{\frac{6 \times 1,2 \times 0,07 \times 10^{9}}{9 \times 1040} - \frac{3 \times 10^{9} \times 0,07 \times \frac{0,01}{30}}{4 \times 9}} = 68200 \text{ kgs.}$$

On voit que la résistance est sensiblement moindre contrairement au dire de certains auteurs qui sur la foi d'une formule erronée estiment que la résistance est la même que le refus de 10 millim. soit atteint par 10 coups à $3^{m}60$ ou par 30 coups à $1^{m}20$; on sent d'ailleurs que cette résistance ne peut être la même, car poussant les choses à l'extrême il est évident qu'un refus de 10 millim. par 100 coups à $0^{m}36$ indique en fait un terrain de faible résistance.

Il est à noter que la règle donnée ci-dessus comme déduite de la pratique des grands travaux n'a rien d'absolu, c'est une simple indication ; c'est la marche du nº 178 qui finalement fixera sur la charge à faire porter par les pilots dans chaque cas particulier.

⁂

C) Dans notre pays les pilots sont généralement écartés de 0,80 à $1^{m}20$ et ont une longueur de 7 à 10 mètres. — En Hollande on emploie couramment des pilots de 18 mètres, voici un exemple qui d'ailleurs n'a rien d'exceptionnel : à la remise aux locomotives d'Amsterdam on a employé des pilots en sapin de 18 mt. de longueur, $0^{m}90$ de circonférence sous l'écorce à un mètre de la tête et $0^{m}45$ au-dessus de la pointe, soit une circonférence moyenne 0,67 ; les 6 mètres supérieurs des pilots ont été créosotés sur 3 centimètres d'épaisseur ; tous les assemblages du grillage sur les pilots ont été enduits de 3 couches d'huile de créosote ; tous les bois sont situés sous le niveau des eaux.



D) *Terrain vaseux.* A Nice, pour la fondation des murs de quai, on avait affaire à un terrain qui à la sonde et sur une vingtaine de mètres de profondeur indiquait des matières d'abord graveleuses puis sableuses et vaseuses ; des expériences montrèrent qu'un pieu de 30 ctm. de diamètre moyen, 9 mt. de fiche, refus de 4 millmt. sous une volée de 10 coups d'un mouton de 1000 kgs tombant de 2 mt., portait sans enfoncement visible une charge de 30 tonnes soit 3500 kgs par mt. carré de surface frottante du pilot ; après ces expériences on se décida à prendre des pieux de $0^{m}34$ de diamètre moyen, fiche 10 mt., et la charge maximum sur chacun d'eux atteignit 29480 kgs, soit environ 3000 kgs par mt. carré de surface frottante (1) ; cette charge de 29480 kgs suppose d'ailleurs que le sol

(1) *Ann. des Ponts et Chaussées de France.* — 1905 1er trimestre. Mémoire de M. Bourgougnon, p. 40-41.

ne vient en aucune façon en aide aux pilots, c'est-à-dire que sa résistance à la compression est absolument nulle. — Appliquons à cette expérience la formule (8'):

$$D = 0,30, \quad \Omega = 0,07, \quad L = 9 \text{ mt.}, \quad P = 1000^k, \quad H = 2 \text{ mt.},$$
$$P' = 0,07 \times 9 \times 700^k = 440 \text{ kgs.}, \quad h = 0,0004$$

nous trouvons:

$$R = 128000 \text{ kgs.}$$

la charge de sécurité 30 tonnes correspond donc à un coefficient 4.

Si on applique la formule (7) en prenant $\delta = 1600^k$, $\alpha = 20^o$, $f = 0,20$, on trouve

$$R = 46656$$

et la sécurité ne serait plus que 1,5 ; on a donc bien fait de prendre des pilots de 10 mèt. ayant 0,34, pour lesquels la formule (7) donne : R = 65 tonnes.

⁂

E) On trouve dans certains auteurs et formulaires qu'un « pieu peut porter » d'une façon durable environ 26000 kgs lorsque sous 10 coups d'un mouton de » 625 kgs tombant de 3^m5 il ne s'enfonce que d'environ 15 ctmt. ; la conclusion » est la même lorsque, sous 30 coups du même mouton tombant de 1^m20, l'enfon- » cement est de 12 ctm. seulement » (1). Il faut se méfier de ces indications, car avec des refus de 10, 12 et 15 centimètres un pieu ne peut certainement pas porter 26 tonnes ; tout au plus oserait-on le charger du sixième de cette charge. Le plus beau est que l'on met la règle ci-dessus sous l'autorité de *Sganzin*, or il n'a rien dit de semblable, tout au contraire sa règle est celle que nous rapportons au littera B (2). — Il faut d'ailleurs n'user des *formulaires* et *aides-mémoire* qu'avec une grande circonspection.

⁂

F) *Vases*. Dans les terrains mous, les terrains de vase indéfinie, il est impossible d'atteindre des refus approchant de ceux dont question ci-dessus, aussi les pilots dans ces terrains doivent être chargés très faiblement ; voici ce que dit à ce propos M. l'Inspecteur Général Guillemain (3), Professeur à l'École des Ponts et Chaussées à Paris : « Pour construire dans un terrain de vase indéfinie... » il faut répartir le poids sur une assez grande masse de vase... on y arrive en » enfonçant dans ce sol des pieux (qui y pénètrent avec facilité de toute leur » longueur quelle qu'elle soit) qui étroitement enserrés résistent par l'adhérence

(1) Voir notamment « *L'aide mémoire de l'Ingénieur de Huguenin* », 1892, p. 993.
(2) Sganzin : *Cours de construction*, 1840, Tome I, p. 169.
(3) *Rivières et Canaux*, par P. Guillemain, 2e vol. 1885, Tome I, p. 190.

» de leur surface latérale,... l'expérience a prouvé que le taux de sécurité de cette » adhérence pouvait, pour des pieux de 10 mt. de longueur écartés de 1 mt. et » ayant 0,30 de diamètre moyen, être pris de 600 à 700 kgs par mt. carré de » surface frottante, soit 6000 kgs au maximum pour chacun de ces pieux ».

Appliquons notre formule statique (7) au cas ci-dessus, nous prenons pour la vase $\delta = 1500$ k., $\alpha = 15^o$, sin $\alpha = 0,25$, $f = 0,20$, nous trouvons :

$$R = 1,5 \times 0,30 \times 0,20 \times 1500 \times \overline{10}^2 \times \frac{1,25}{0,75} = 22500 \text{ kgs.}$$

Le coefficient de sécurité qui résulte de la charge 6000 kg. indiquée par M. Guillemain est donc :

$$\frac{22500}{6000} = 3,75$$

Il est à noter que la valeur de R augmente en proportion du carré de la longueur du pilot engagé, aussi dans semblables terrains on ne peut employer des pilots courts, car le frottement diminue beaucoup dans les couches supérieures, d'abord parce qu'elles sont moins denses, ensuite et surtout parce qu'il y a le facteur L^2 qui entre dans la valeur de R ; il ne s'agirait donc pas pour des pilots courts de compter sur un frottement de 6 à 700 k. par mèt. carré.



G) *Vases*. Dans son mémoire déjà cité M. Benabenq mentionne deux expériences exécutées sur des pieux enfoncés dans un terrain de vase très fluide, indéfinie, vase dont le poids au mètre cube a été trouvé $\delta = 1380$ kgs soit 1400 kg. et le talus naturel $\alpha = 0,10^o$ soit sin $\alpha = 0,17$.

Dans cette vase furent enfoncés des pieux creux en béton armé de 0,50 de côté et de 8 mèt. de longueur.

Deux expériences furent faites, l'une en chargeant directement un pieu, l'autre en chargeant un ensemble de six pieux.

Des résultats obtenus il résulte qu'à partir d'une charge de 13 tonnes par pieu ceux-ci commençaient à descendre d'une façon presque continue (v. A. P. C. mai-juin 1913, p. 486.)

Appliquons notre formule (7), ici $\pi D = 4 \times 0,5 = 2^m$, et nous avons :

$$R = \pi D . f\delta \frac{1 + \sin \alpha}{1 - \sin \alpha} \frac{L^2}{2} = 2f \times 1400 \times \frac{1,17}{0,83} \times 32$$

L'incertain ici est le coefficient de frottement f ; on ne peut certainement pas prendre $f = tg\, \alpha = tg\ 10^o = 0,17$; il faut prendre moins ; on se rapprochera de la réalité en prenant $f = 0,10$ car il nous semble que le frottement ne peut guère être inférieur à ce chiffre, on trouve alors :

$$R = 12\,630 \text{ kgs}$$

c'est-à-dire l'indication de l'expérience ; et prenant une sécurité de 3 on pourra charger ces pieux de 4 tonnes soit 250 kgs par mèt. carré de surface frottante. Ce résultat est très en dessous de celui indiqué en F, mais aussi, ainsi que l'a constaté Mr Benabenq, il y a des vases de toutes qualités, depuis les vases fluides pour lesquelles $\delta = 1380^k$ et $\alpha = 10°$, jusqu'aux vases terreuses pour lesquelles $\delta = 1700^k$ et $\alpha = 20°$.

Pour enfoncer des pilots dans les terrains vaseux on emploie le battage mais évidemment on ne peut appliquer les formules dynamiques, car la danse Mv_1^2 du terrain est bien trop importante.



H) Les Annales des Travaux Publics de Belgique, avril 1900, p. 291, signalent l'expérience suivante faite à Londres : des pieux en pichtpin de $0,31 \times 0,30 = 0^m093$ pesant 700 kgs environ furent battus dans un sol assez peu consistant avec une fiche de 11 mètres et un refus de 57 millimètres par 4 coups d'un mouton de 18300 kgs tombant de 2^m40 ; ces pieux furent chargés pendant 4 semaines à raison de 57800 kgs par pieu et l'enfoncement constaté fut de 1 ½ millimètre ; appliquant la formule (8) nous obtenons :

$$R = 647500 \text{ kilogrammes}$$

nous trouvons donc un résultat dépassant dix fois la charge d'essai ; nous devons faire observer que dans le cas actuel la formule (8) donne certainement pour R une valeur beaucoup trop élevée, car effectuant le battage avec un mouton de 18 tonnes tombant de 2^m40, la danse du terrain a dû devenir assez importante et l'omission du facteur Mv_1^2 (voir n° 176) que nous avons faite pour arriver à la formule (8) rend dans le cas actuel cette formule exacte.

Cette valeur exagérée de R prouve le danger des formules dynamiques (la nôtre donne cependant des valeurs moindres que les autres) ; il tombe sous le sens que la résistance maximum de ce pilot ne peut jamais atteindre 645 T ni même s'en rapprocher ; appliquons la formule statique (7) et prenons $\delta = 1800^k$, $\alpha = 30°$; $f = 0,30$; nous avons pour ce pieu rectangle $\pi D = 1^m22$; donc

$$P = 1,22 \times 0,30 \times 1800 \times \frac{1,5}{0,5} \times \frac{\overline{11}^2}{2} = 119000 \text{ kgs.}$$

Voilà tout au plus ce que pourrait porter ce pilot, soit le double de la charge d'essai ; en réalité la charge de sécurité à admettre pour ce pilot est de 40 tonnes, soit un coefficient de sécurité de 3.



I) Il arrive que les pilots n'interviennent que pour porter une partie seule-

ment de la construction, l'autre partie étant supposée portée par le terrain lui-même, ce sont en somme des fondations mixtes, tel a été notamment le cas pour les cheminées monumentales de 80 mt. de hauteur construites en 1900 à l'exposition de Paris, voir le *Génie Civil*, n° du 6 mai 1899.

Chaque cheminée reposait à 8 mt. de profondeur sur un terrain de glaise et ce par un plateau en béton de 18 mt. de diamètre, soit 254 mt. de superficie, le poids total d'une cheminée était de 5800 tonnes, donc 2^k30 par centimètre carré, on a jugé que c'était là une fatigue un peu forte pour de la glaise qui est un terrain de nature assez fluente, on a battu sous le plateau en béton un groupe de 133 pieux de 9 mt. de longueur et 0^m30 de diamètre moyen, ces pieux furent enfoncés à la machine Lacour, le mouton pesait 1200 kgs, le refus était de 10 millimètres par volée de 10 coups avec 1^m50 de hauteur de chute ; on a admis que chaque pieu prendrait pour sa part une charge de 20 tonnes ; cela étant la stabilité de la fondation se calcule comme suit :

Poids total de la cheminée 5800000^k

Charge équilibrée par les pieux : $133 \times 20000 = 2660000^k$

Charge à équilibrer par le terrain : $5800000 - 2660000 = 3140000^k$

d'où fatigue par cent. carré sur le terrain $= \dfrac{3140000}{\dfrac{\pi}{4} \times \overline{1800}^2} = 1^k25$

Il est inutile de faire remarquer que cette répartition des charges entre le terrain et les pilots est complètement fantaisiste, c'est un calcul de sentiment, car on ne sait pas du tout comment les choses se passent dans ces fondations mixtes, on dit que les pilots prennent chacun 20 tonnes du poids total et que le surplus se répartit sur le terrain à raison de 1^k25 par centimètre carré, mais en fait on n'en sait rien et quant à vouloir calculer la répartition probable des charges entre les pilots et le terrain il n'y faut pas songer, certains ont voulu le faire mais nous ne pouvons considérer leurs calculs comme bien sérieux (voir le *Génie Civil* de 1900, n° 15).

***

178. Reconnaissance du terrain. Détermination des Pilots et du plan de pilotage. — Pour bien se fixer sur la valeur de la charge à faire porter par chacun des pilots d'une fondation il y a tout d'abord le sondage du terrain qui donne des indications sur δ et α, il y a ensuite les pilots d'essai qui font connaître l'importance du refus que l'on peut atteindre ; d'après ces résultats et appliquant les formules ci-avant on arrête son projet de fondation ; mais dans des cas importants, avant de passer à l'exécution, on recourt à une expérience directe : on bat 4 pilots dans les conditions arrêtées pour le projet, on les réunit par une plateforme que l'on charge au maximum, et d'après la façon de se comporter des

4 pilots, immobilité ou tassement, on prend une décision définitive ; cette recherche expérimentale s'est faite plus d'une fois.

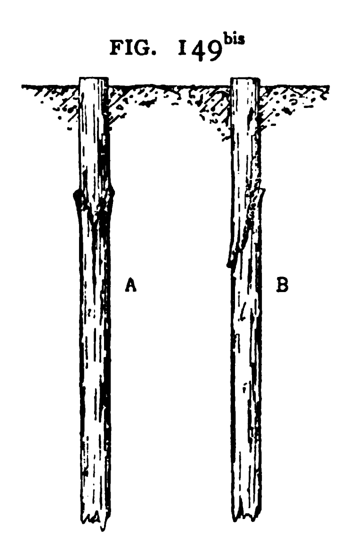


Ci-dessus nous avons donné deux formules de pilots, l'une statique, l'aute dynamique ; celle statique a l'avantage d'être basée sur une théorie simple que l'on sent répondre à la réalité des choses ; on ne peut en dire autant de la formule dynamique, aussi il y a quasi autant de formules dynamiques que d'auteurs et même que de praticiens.

La formule dynamique, outre le caractère alambiqué de la théorie qui y conduit, présente la grande incertitude du chiffre du refus à admettre ; tous ceux qui ont pratiqué les travaux et ont dû assumer la responsabilité de fondations sur pilotis connaissent les incertitudes et les ennuis de l'appréciation d'un refus et de la décision quant au chiffre de refus dont finalement on se contentera.

En matière de refus il n'en faut ni trop ni trop peu et dans chaque cas particulier le juste milieu est très difficile à fixer et donne souvent lieu à discussion entre ingénieur et entrepreneur, le premier est toujours partisan de refus très faibles, croyant y trouver une garantie de stabilité ; le second, par contre, n'en est pas partisan, car l'obtention de refus faibles augmente sensiblement les frais de battage.

FIG. 149bis



Nous ne voudrions pas dire que le refus tel que stipulé en A et B, n° 177 ci-avant soit exagéré, cependant il est déjà arrivé qu'il donnait lieu à de nombreuses ruptures de pilots ; bien souvent ces ruptures se produisent à l'intérieur du terrain, personne ne s'en doute, on croit avoir une fondation solide et c'est tout le contraire.

Dans un livre assez récent, Mr Wolcott (1) signale les inconvénients du battage excessif des pieux : il fut un jour amené à devoir déchausser une fondation sur pilotis et il constata avec stupeur que la grosse moitié des pilots présentaient à 2^m50 sous le sol des ruptures analogues à celles FIG. 149bis, la plupart comme en A, un certain nombre comme en B ; d'ailleurs tous ceux qui ont pratiqué les chantiers savent que ce sont là des événements pas rares.



En somme pour bien se fixer sur la nature du terrain que l'on a sous la main

(1) *A treatise on wooden trestle* by Wolcott. 1902, New-York.

et sur les charges à faire porter d'une façon permanente par chaque pilot, il faut :

1° Faire des sondages avec prise d'échantillons en différents points du terrain ; ce qui donnera des indications sur les valeurs de δ et de α ; à ce sujet voir le tableau du n° 43 ci-avant.

2° Battre des pilots d'essai.

3° Extraire un pilot afin de se fixer sur la valeur de f, le coefficient de frottement.

4° Déterminer la valeur de P d'après la formule statique (7) et d'après la formule dynamique (8) ou (8') ; leur appliquer les coefficients de sécurité indiqués. — Bien entendu nous avons plus de confiance dans les indications de la formule statique que dans celles de la formule dynamique, surtout si la valeur de f a été déterminée par l'expérience du 3°.

5° Enfin on peut faire un essai de 4 pilots sous charge statique.



Étant fixé sur la charge R' que chaque pilot peut porter du chef de la résistance du terrain il y a lieu de vérifier si la fatigue par unité de section $\frac{R'}{\Omega}$ du pilot ne dépasse pas le taux permis ; ce taux est de 40 à 50 kgs par cent. carré qu'il s'agisse de sapin, de chêne ou de béton armé (pour ces derniers pieux voir encore ci-après le n° 192[bis]).

Il y aurait encore l'éventualité du *flambage*, mais en règle générale cela n'existe pas pour les pilots qui en fait sont suspendus dans le terrain et y sont accrochés par leur frottement latéral ; le flambage ne serait à considérer que si, dans un terrain à faible frottement le pilot reposait du pied sur un terrain très résistant ; dans ce cas d'ailleurs il vaudrait mieux ne pas employer de pilotis.

Le flambage serait toutefois à considérer si les pilots sortant du terrain venaient porter une superstructure, tel un mur de quai, une estacade.

Enfin il peut encore arriver que des pilots soient sollicités obliquement par des poussées de terrain, ou de voûte, et naturellemeut il faudra calculer leur stabilité contre ces efforts obliques.

§ 6. Pieux à vis.

179. Description et expériences. — Les pieux à vis furent inventés vers 1835 par l'ingénieur anglais Mitchell (1) ; ils constituent un système de fondation

(1) Sur les pieux à vis, voir : *Annales des Ponts et Chaussées*, 1855 et 1856. — *Nouvelles annales de constructions d'Oppermann*, déc. 1855, on y donne notamment une bibliographie spéciale des pieux à vis. — Witmeur : *Rapports de la Commission gouvernementale instituée pour l'extension des emplois du fer*, 1880, Bruxelles. — C. Grange : *Étude sur l'emploi des pieux métalliques*, 1892, Paris, Baudry.

assez économique et très rapide là où on a affaire à des terrains de sable ou d'argile sableuse, à sec ou sous eau ; mais dans ce dernier cas il faut qu'on n'ait pas à craindre des affouillements importants, car dans ces terrains les vis ne peuvent jamais pénétrer très profondément, 8 à 9 mètres constitue un grand maximum ; la pénétration est limitée par le frottement du terrain sur les spires de la vis, frottement qui toujours est très énergique et peut entraîner la rupture des tiges ; généralement on ne dépasse pas 5 mètres de fiche, à la jetée de la Delaware on a atteint 9 mètres. — Dans les terrains vaseux on descend cependant beaucoup plus bas.

Les vis étaient généralement en fonte, quelquefois le noyau était en fonte et le plateau formant filet de vis était une lame de tôle en hélice rivée sur ce corps ; aujourd'hui les vis sont le plus souvent en acier moulé.

La forme des vis varie selon la nature des terrains : pour les terrains résistants (argile, gravier) le corps de la vis est conique, le filet est peu saillant et fait jusque 3 tours (FIG. 150 et 151, Pl. XVII) ; pour les terrains plus meubles le corps de vis est cylindrique, le filet ne fait guère qu'un à un et demi tour, il est très saillant de façon à donner un grand plateau d'appui (FIG. 152) ; pour les sables on emploie des vis creuses qui admettent le sable à l'intérieur, ce qui rend le vissage plus commode, le filet ne doit pas faire plus d'un tour (FIG. 153, Pl. XVII).

Mitchell, l'inventeur des pieux à vis, déterminait expérimentalement leur force portante, ainsi pour établir le phare de Maplin-Sand à l'embouchure de la Tamise, il vissa dans le sol à $8^{m}20$ de profondeur une tige de 32 millimètres de diamètre munie d'une vis de $0^{m}15$, la tige fut chargée d'une tonne anglaise et rien ne bougea, de là Mitchell conclut que le terrain à cette profondeur pouvait porter avec sécurité une charge :

$$\frac{1015 \times 4}{\pi \times 15^2} = 5^{k}8 \text{ par centimètre carré}$$

et il prit des vis de $1^{m}22$ portant chacune de 65 à 70,000 kgmes.

Connaissant la charge maximum que doit porter chaque pieu à vis et ayant déterminé en conséquence et d'après la nature du terrain le diamètre du plateau de la vis, il y a lieu de calculer la tige du pieu d'après la formule des ***pièces chargées debout*** et en outre il faut vérifier si ces tiges seront à même de supporter l'effort de torsion pendant le vissage.

En règle générale l'emploi des pieux à vis n'est réellement économique que lorsque la superstructure est métallique et que les appuis sont des palées métalliques continuant les pieux ; si la pile est en maçonnerie l'économie du système disparaît, car le poids de la maçonnerie (poids qui est toujours incomparablement supérieur à celui de la superstructure métallique supportée) exige un tel nombre de pieux à vis qu'il est de beaucoup préférable d'employer soit des pilots en bois

soit tout autre système de fondation ; on peut en un mot dire que les pieux à vis ne se justifient que lorsque toute la construction est en métal. — Nous renvoyons aux ouvrages spéciaux pour les procédés de vissages ; dans le cas de terrain sablonneux on facilite quelquefois l'opération par des injections d'eau à la lance.

Les vis s'emploient aussi comme *corps mort* pour l'amarrage de bouées, de navires ou de constructions quelconques ; ces vis sont à même de présenter une grande résistance à la traction, ainsi il a été constaté expérimentalement qu'une vis de 0^m46 de diamt. vissée à 0^m91 de profondeur dans un terrain sablonneux résistait d'une façon absolue à un effort vertical d'arrachement de 5000 kgs.



180. Formules de stabilité des pieux à vis. — Théoriquement une fondation sur vis, quelle que soit la forme de la vis et le nombre de spires, se réduit à une fondation sur plateau circulaire introduit à une certaine profondeur h dans le sol (FIG. 154), plateau sur lequel prend appui une tige relativement mince qui sort du terrain et va se relier à la superstructure à supporter ; c'est une fondation dont le mécanisme de stabilité est tout différent de celui des fondations par grands massifs maçonnés et de celles sur pilotis ; le terrain n'est pas comprimé latéralement comme par les pilots, il n'est pas serré verticalement et graduellement comme par les grands massifs maçonnés, aussi la formule de stabilité est tout autre ; la descente virtuelle du plateau ne peut pas provoquer un flux latéral de terrain comme dans le cas de grands massifs et cela parce que la descente Δ du plateau (FIG. 154) crée au-dessus un vide identique de sorte que le terrain ne fuit pas latéralement, il se contente de contourner les bords du plateau et passer au-dessus, en d'autres termes la descente virtuelle du plateau produit un simple remous du terrain ; de ce fait résultent les conséquences théoriques suivantes : soit (FIG. 155) un plateau de surface ω portant une charge totale P, donc $\frac{P}{\omega}$ par unité; considérons un prisme infiniment petit abc au bord du plateau ; ce sont les prismes du pourtour qui ont la stabilité la plus précaire et par conséquent leur stabilité mesure celle du plateau ; ce prisme porte sur sa face ba une charge $p = \frac{P}{\omega}$ et pousse sur la face bc du prisme voisin $a'bc$ avec une intensité q par unité donnée par la formule (2) du n° 165 :

FIG. 154

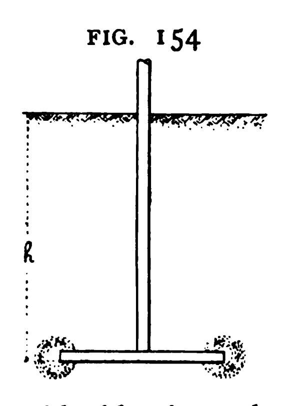
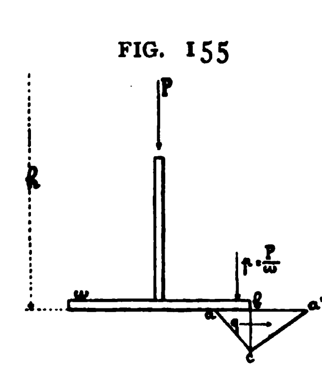


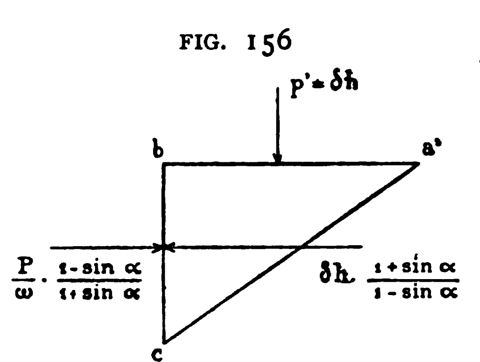
FIG. 155



$$q = \frac{P}{\omega}\,\frac{1 - \sin\alpha}{1 + \sin\alpha}$$

La sollicitation du prisme *ba'c* est donc celle donnée par la FIG. 156 : sur sa face *bc* il est soumis à la poussée *q* ci-dessus et sur sa face *ba'* il porte le poids du terrain, poids qui par unité a pour valeur $p' = \delta h$ (voir nº 165) ; or le prisme *bca'* poussé par *abc* recule virtuellement pour ensuite être refoulé au-dessus du plateau en contournant l'arête *b*, mais il ne cède que lorsqu'il aura tassé au maximum le terrain environnant, aussi sa résistance limite est exprimée par la formule (8) du nº 165 ; la sollicitation finale du prisme *a'bc* est indiquée par la FIG. 156, et l'équation d'équilibre limite est :

FIG. 156



$$\frac{P\,(1 - \sin\alpha)}{\omega\,(1 + \sin\alpha)} = \delta h \frac{1 + \sin\alpha}{1 - \sin\alpha}$$

d'où

(9) $$P = \delta h \omega \left(\frac{1 + \sin\alpha}{1 - \sin\alpha}\right)^2$$

voilà la formule de stabilité limite des pieux à vis ; le coefficient de sécurité à lui appliquer est 3 en règle générale.

Une formule identique a été établie il y a longtemps par Rankine pour les massifs de fondations ; en fait elle n'est applicable qu'aux pieux à vis : en effet dans le cas de massifs de fondation il y a flux latéral de terrain (voir nº 163 et FIG. 136) et non pas simple remous, comme en la FIG. 154, et la formule est tout autre.

Nous ne faisons pas intervenir le frottement du terrain sur la tige du pieu, parce que dans l'opération du vissage le terrain qui surmonte le plateau et entoure la tige est complètement désagrégé, donc est sans consistance aucune et on ne peut pas tabler sur l'efficacité de son frottement sur la tige ; d'ailleurs en négligeant ce frottement nous nous mettons dans des conditions favorables à la stabilité.

Appliquons la formule (9) à l'expérience faite par Mitchell et rapportée ci-dessus au nº 180, d'après cette expérience une vis engagée de $8^{m}20$ dans le sable peut porter avec sécurité $5^{k}8$ par centimètre carré ; nous pouvons pour le terrain de sable de l'expérience prendre $\delta = 1600^{k}$, $\alpha = 35°$, $\sin\alpha = 0{,}57$, la formule (9) devient .

$$P = 1600 \times 8{,}2\,\omega \left(\frac{1{,}57}{0{,}43}\right)^2 = 13120 \times \overline{3{,}65}^2\,\omega = 174791\,\omega$$

d'où $\frac{P}{\omega} = 174791$ soit $17^{k}5$ par cent. carré; la fatigue admise par Mitchell, $5^{k}8$ par cent. carré, correspond donc à une sécurité de 3 ; il est à remarquer que dans le cas d'un massif plein maçonné on pourrait à cette profondeur $8^{m}20$ prendre par cent. carré une fatigue sensiblement plus élevée tout en conservant la même sécurité, voir la formule (4) n° 166, et cela se conçoit car la descente virtuelle du pieu à vis crée au-dessus du plateau un vide qui diminue la stabilité du terrain, vide qui ne se produit pas dans le cas du massif plein maçonné.



M. Benabenq, par une théorie beaucoup plus compliquée dans laquelle il tient compte de la conicité, du pas, du nombre de spires, est arrivé à une formule qui ne diffère pas beaucoup de la nôtre et qui d'ailleurs pèche par excès. — Il rapporte deux résultats d'expérience que nous allons examiner :

1° A l'appontement de Canthoen, Cochinchine, un pieu à vis de $0^{m}80$ de diamètre de plateau, tige de $0^{m}120$, moyeu 0.250, pas de 0.20, enfoncé de 20 m. dans la vase indéfinie a pu porter 16 tonnes (plus le poids du pieu) d'une façon permanente sans qu'aucun tassement ait été constaté ; voilà le fait, appliquons-lui notre formule (9) : $\delta = 1700$ kgs ; $\alpha = 15°$; sin $\alpha = 0.26$; $\omega = \frac{\pi D^2}{4} = 0^{m}.50$ (pieu analogue à celui FIG. 152 Pl. XVII) ; nous avons :

$$P = 1700 \times 20^{m} \times 0.5 \times \left(\frac{1.26}{0.74}\right)^2 = 49130 \text{ kgs.}$$

Voilà la charge maximum permise ; pour 16 tonnes, le coefficient de sécurité est donc 49130 : 16000 = 3.

Par la formule de M. Benabenq, on trouve que la charge maximum est de 73891 kgs, et que par conséquent la sécurité pour 16 tonnes serait de 4.6.

La charge 16 tonnes correspond à 16000 : 5000 = $3^{k}2$ par cent. carré.

2° Le même pieu, fiché à 4 mèt. dans un terrain vaseux très fluide, pour lequel on a trouvé $\delta = 1400$ kgs et $\alpha = 10°$, a commencé à s'enfoncer sous une charge de 2800 kgs.

Appliquons notre formule (9)

$$P = 1400 \times 4 \times 0.5 \times \left(\frac{1.17}{0.83}\right)^2 = 1400 \times 4 \times 0{,}5 \times 2 = 5600 \text{ kgs}$$

La formule de M. Benabenq donne P = 6440 kgs ; les deux résultats ne diffèrent pas beaucoup, mais le mouvement ayant commencé sous une charge de 2800 kilogrammes plus le poids du pilot, il nous semble que notre chiffre 5600 kgs comme valeur de la résistance limite se rapproche plus de la réalité que celui 6440 kgs.

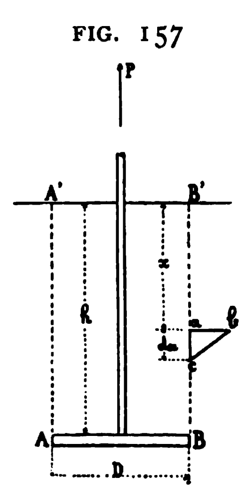
Ce pieu pourrait avec une sécurité de 4 (sécurité moyenne) porter 1400 kgs; et avec une sécurité de 6 (grande sécurité) 900 kgs ; soit par centimètre carré 900 : 5000 = 0^k20.

Pour les vases fluides il faut tenir note que le pilot peut n'être pas tout à fait vertical et alors sa stabilité est moindre, car l'écoulement du terrain de dessous le plateau (FIG. 154 et 155) peut se produire plus aisément et par conséquent l'enfoncement commencer sous des charges moindres que celles de la formule.



181. Formule de stabilité des vis d'amarrage ou corps morts. —

FIG. 157



Une vis est engagée à une certaine profondeur h dans un terrain de densité δ dont le talus naturel est α, il s'agit d'évaluer la traction maximum P que l'on peut exercer sur sa tige ; le système est représenté schématiquement par la FIG. 157, AB est un plateau de diamètre D situé à la profondeur h : sous l'effet de la traction exercée sur la tige de ce plateau le terrain se serre autour du cylindre de soulèvement virtuel ABA'B', et $p_x = \delta x$ (voir n° 165) étant la charge par unité sur la face ab du prisme infiniment petit abc, la poussée q sur ac sera donnée par la formule (3) du n° 165, donc :

$$q = \delta x \frac{1 + \sin \alpha}{1 - \sin \alpha}$$

d'où sur le pourtour de hauteur dx du cylindre :

$$q.\pi D.\, dx = \pi D \delta \frac{1 + \sin \alpha}{1 - \sin \alpha} x dx$$

et si nous supposons un léger mouvement de soulèvement Δ, cette force par son frottement sur le cylindre de sable soulevé développera un travail

$$\Delta.\, f \pi D \delta \frac{1 + \sin \alpha}{1 - \sin \alpha} x dx$$

et pour toute la hauteur h, le travail sera

$$\Delta.\, f \pi D \delta \frac{1 + \sin \alpha}{1 - \sin \alpha} \frac{h^2}{2}$$

Il y a encore un autre travail développé, celui du poids du cylindre de sable ABA'B' dont la valeur est :

$$\Delta.\frac{\pi D^2}{4} h \delta$$

De plus le plateau AB en se soulevant forme ventouse sur le sable inférieur, d'où un travail dû à la pression atmosphérique sur la superficie AB, travail dont l'expression est :

$$\Delta.\ 10000^{k}.\frac{\pi D^2}{4}$$

Et la somme de ces trois travaux est égale au travail (P. Δ) de la traction maximum exercée sur la tige du plateau, établissant l'égalité on en tire :

$$(10) \qquad P = f\pi D\delta.\frac{1+\sin\alpha}{1-\sin\alpha}.\frac{h^2}{2}+\frac{\pi D^2}{4}h\delta + 10000\frac{\pi D^2}{4}$$

voilà notre formule de la stabilité des vis d'amarrage ou corps mort, dans cette formule le frottement f est évidemment égal à $tg\alpha$...

Appliquons-la à l'expérience signalée ci-dessus au n° 180 : une vis de 0^m46 de diamètre descendue à 0^m91 dans le sable a résisté à un effort vertical d'arrachement de 5000 kgs; $D = 0{,}46$, $\pi D = 1{,}44$, $\frac{\pi D^2}{4} = 0{,}1662$, $\alpha = 35°$, $\sin\alpha = 0{,}57$, $tg\alpha = 0.70$ $\delta = 1600$, $h = 0{,}91$, nous obtenons en appliquant la formule (10) :

$$P = 0{,}70 \times 1{,}44 \times 1600\frac{1{,}57}{0{,}43}.\frac{0{,}828}{2} + 0{,}1662 \times 0{,}91 \times 1600 + 1662 = 4341 \text{ k.}$$

la formule donne donc 659 kgs de moins que le résultat expérimental, mais aussi nous ignorons les véritables valeurs de α et δ, il est même à supposer qu'à l'endroit où l'expérience s'est faite le sable du chef de l'humidité avait une densité supérieure à 1600 kgs.

§ 7. Pieux en métal.

182. Pieux métalliques à pointe. — Pour des terrains sous eau et lorsqu'on peut atteindre et prendre pied dans des roches tendres, poreuses, genre tuf ou tuffeau, on emploie quelquefois des pieux métalliques à pointe que l'on bat au mouton comme des pilots en bois ; on fait pénétrer la pointe d'une certaine quantité dans la roche tendre et ainsi on donne une bonne assise au pilot en métal ; ce système n'est d'ailleurs avantageux que lorsque la superstructure est constituée d'une ossature métallique formant prolongement des pieux, tel le débarcadère construit en 1873-74 à St-Denis (île de la Réunion) : les pieux sont en fer plein de 15 centimètres de diamètre, ils sont d'une pièce et ont une longueur de 13 à 14 mètres, ils portent directement le tablier du débarcadère, ils prennent pied dans le gravier et le rocher madréporique, leur fiche est d'environ 4 mètres, on a par une expérience préalable déterminé cette fiche et le refus requis pour porter avec sécurité la charge totale maximum. — La stabilité de semblables pieux se calcule d'après les formules des pièces chargées debout ; dans le cas des pieux de St-De-

nis dont la fiche était de 4 mètres on pouvait les considérer comme encastrés au pied.

⁂

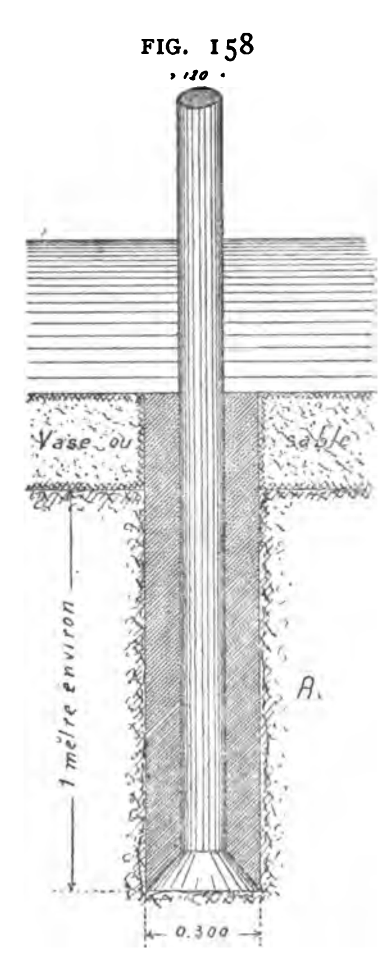


FIG. 158

183. Pieux métalliques à patin. — Lorsque la roche est très dure les pieux à pointe sont remplacés par des pieux à patin, nous donnons FIG. 158 un pieu en fer rond dont le patin est formé par refoulement de son extrémité ; la FIG. 159 est un type de pieu à patin composé. – Ces pieux sont encastrés de 1 mèt. environ dans le roc, leur logement est préparé au fer de sonde, ils sont scellés au mortier-ciment bien tassé ou au béton de ciment.

Ce système peut dans certains cas spéciaux offrir des avantages, toutefois il n'est à conseiller que lorsque la superstructure est métallique ; leur stabilité se calcule par les formules des pièces chargées de bout.

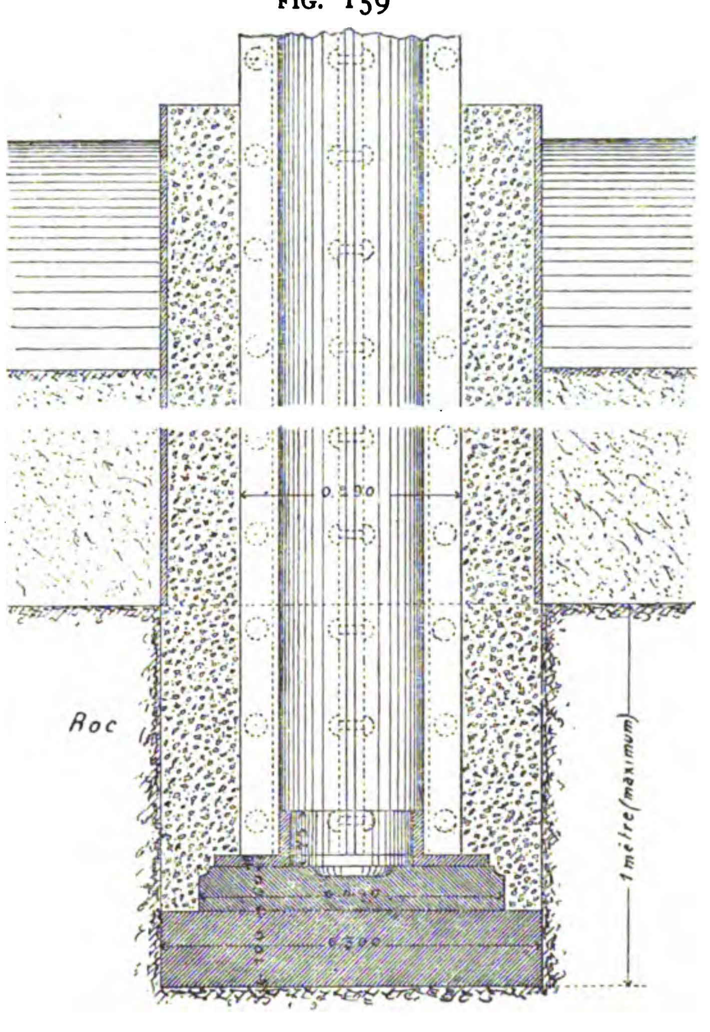
§ 8. Systèmes divers de pieux non battus (bois ou béton).

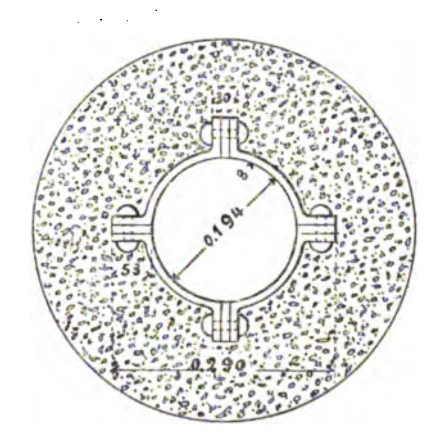
184. Pilots mis à la lance. — Le procédé à la lance s'emploie pour les terrains sablonneux dans lesquels le battage est souvent très difficile et même impossible, car le pieu refuse de descendre et quelquefois se casse ; on facilite la pénétration en ameublissant le sable au moyen d'un jet d'eau ; quelquefois le pieu descend tout seul, quelquefois on l'aide en le battant légèrement ; le pilot étant en place le sable se retasse rapidement en reprenant toute sa consistance première, c'est à tel point qu'il arrive qu'une lance qui s'ensable (faute de l'agiter constamment) se calle si fortement que pour la dégager il faut recourir à une seconde lance. La pose à la lance donne des pilots d'une parfaite stabilité et, quoique le terrain n'ait pas été refoulé par le battage, il a été à tel point tassé par l'eau qu'on peut lui appliquer la formule (7) du nº 175. — L'emploi de la lance est souvent combiné avec un léger battage, ce qui donne un pieu mieux planté.



184bis. Ci-avant au nº 173 nous avons signalé qu'on avait quelquefois employé des pieux en sable exécutés en créant leur alvéole dans le terrain au moyen d'un pieu en bois et remplissant le vide par du sable, aujourd'hui on a perfectionné le

FIG. 159





procédé en remplaçant le sable par du béton de ciment que l'on tasse fortement dans le trou préparé, on réalise ainsi un pieu en béton dont la paroi rugueuse pénètre dans toutes les inégalités du terrain et a une grande stabilité du chef du frottement énergique qu'il présente ; pour la « *River Railrood Terminal Warehouse* » on a établi 6000 pieux de ce système de 9 à 15 mètres de longueur et 50 centimètres de diamètre.

Les systèmes et outillages pour l'exécution des pieux en béton sont assez nombreux, il y a le syst. *Dulac-Compressol*, le syst. *Gow et Palmer*, le syst. *Strauss*, le syst. *Raymond*, le syst. *Simplex*, etc. (1).

On consolide quelquefois les pieux en béton en noyant dans la masse au cours de la coulée des tiges verticales en métal, on réalise ainsi un pieu en béton armé (voir ci-après n° 192 bis).

***

184ter. Compressol. — Ce système consiste à pratiquer dans le sol un puits circulaire d'environ 1 mèt. de diamètre et de 5 à 8 mèt. de profondeur ; l'exécution de ce puits se fait mécaniquement au moyen des coups d'un mouton de 2 tonnes très pointu qu'on laisse tomber de 10 mèt. de hauteur ; ce mouton crée sa voie en refoulant latéralement le terrain, donc le comprimant, ce qui améliore ses qualités résistantes.

Le puits étant arrivé à la profondeur que l'on estime suffisante, on y refoule du béton que l'on dame énergiquement au moyen d'un mouton obtus de 2 tonnes qui également tombe de 10 mèt. de haut ; le béton est donc tassé, damé et refoulé contre le terrain qu'il achève de comprimer au maximum tout en en épousant toutes les irrégularités.

La FIG. 159bis représente un des piliers de la fondation du *Palais des Beaux-Arts* à Liége, le trait interrompu est le puits primitif.

Comment calculer la stabilité de ce pilier ? S'il n'y avait pas à son pied une argile vaseuse molle on pourrait lui appliquer la formule (4), mais du chef de cette argile vaseuse il n'y a pas à compter sur la résistance due au flux de terrain, et il faut appliquer la formule (7) et dans ce cas-ci on peut prendre vu la composition du terrain : $\delta = 1800$ kgs ; $\alpha = 30^o$; $\sin \alpha = 0{,}50$; $f = tg\ \alpha = 0{,}58$, et compter pour D la valeur 1^m50, on a donc :

$$R = 1{,}5 \times 1{,}5 \times 0{,}58 \times 1800 \times \overline{5{,}85}^2 . \frac{1.5}{0{,}5} = 240 \text{ tonnes}$$

et prenant un coefficient de sécurité égal à 3 on a 80 tonnes comme charge permise sur ce pilier, soit sur le cercle de 1^m50 de diamètre, 5 kg environ par cent. carré.

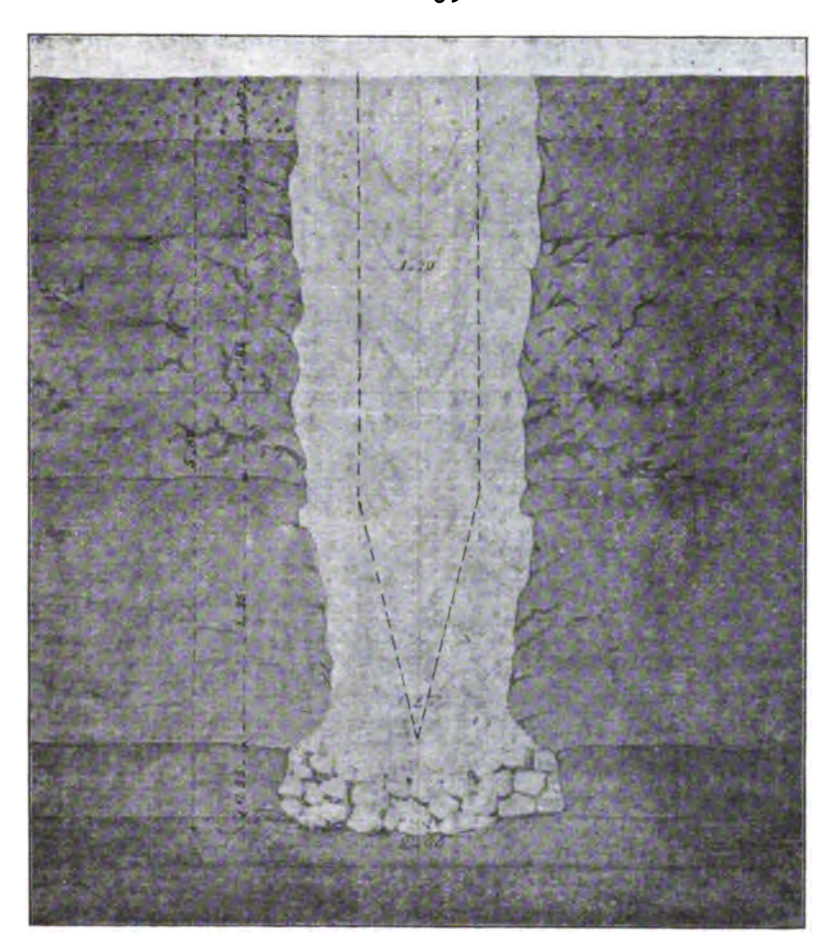
(1) *Génie civil*, n° du 16 juin 1906.

S'il n'y avait pas l'argile vaseuse molle, si l'argile compacte était en contact direct avec le gravier, la formule (4) serait applicable et donnerait :

$$P = 1800 \times 5{,}85 \left[1{,}7 + \frac{0{,}58 \times 4{,}7 \times 5{,}85}{6} \left(\frac{0{,}5}{1{,}5} + 6 \frac{1{,}5}{0{,}5} \right) \right] = 522 \text{ tonnes ;}$$

prenant une sécurité égale à 4, la charge permise sur ce pylone serait de 130 tonnes.


FIG. 159bis.



Des expériences directes corroborent les chiffres ci-dessus.

Le système *Compressol* peut donc donner des fondations parfaitement solides, mais pour cela il faut :

1° S'assurer que le puits est descendu à la profondeur voulue et que le terrain est refoulé au maximum. — Se méfier des sous-entreprises qui pourraient avoir une tendance à tricher sur la profondeur.

2° S'assurer que sur toute la hauteur le puits a une section assez uniforme,

et qu'on a refoulé suffisamment d'argile dans sa paroi pour le maintenir sec.

3° S'assurer que le béton est de la qualité voulue et est énergiquement damé par couches de 20 à 30 centimètres au maximum et que pendant le damage le terrain des parois ne s'est pas éboulé dans le béton.

4° Après chaque mètre de remplissage faire descendre dans la fouille une forte lampe électrique et de visu s'assurer que rien d'anormal ne s'est produit.

Bref le système est bon s'il est exécuté avec soin et surveillé avec conscience ; sinon, il est dangereux.

Le système n'est guère applicable à des terrains fluides, des terrains vaseux, par ex., car ces terrains se dérobent sous le damage et le bétonnage et ne prennent pas de la consistance.

On noie quelquefois dans les pylones de fondation des barres d'acier verticales qui se prolongent dans la superstructure et la solidarisent avec la fondation.

***

Pilots Simplex. — On enfonce par battage jusque refus un tube en tôle d'acier de 20 mm. d'épaisseur et généralement de 40 ctimèt. de diamètre.

FIG. A

La pointe du tube forme mâchoire articulée qui reste fermée pendant le battage ; cette mâchoire doit être maintenue bien étanche avec de la filasse suiffée afin que l'eau ne puisse entrer dans le tube, car elle délaverait le béton.

Arrivé à profondeur, on coule au fond du tube un bouchon de bon béton d'un mètre d'épaisseur, que l'on dame énergiquement.

Le point délicat et difficile est de retirer le tube en obligeant la mâchoire à s'ouvrir et en laissant en place le béton ; aussi on a remplacé la mâchoire par un simple sabot (FIG. A) conique en fonte que l'on abandonne sous le bouchon en béton en retirant le tube.

On retire donc le tube petit à petit et au fur et à mesure on bourre du béton énergiquement contre le terrain, car il faut éviter que l'eau ne s'interpose dans le vide laissé par le tube et aussi que l'eau ne pénètre dans le tube.

Quand la besogne est bien réussie le pilot se présente dans le terrain ainsi que l'indique la FIG. 159ter, et le calcul de la résistance maximum de ce pilot peut se faire par la formule (7) en prenant pour la valeur du frottement f celle de $tg\alpha$ (v. n° 175 ci-avant).

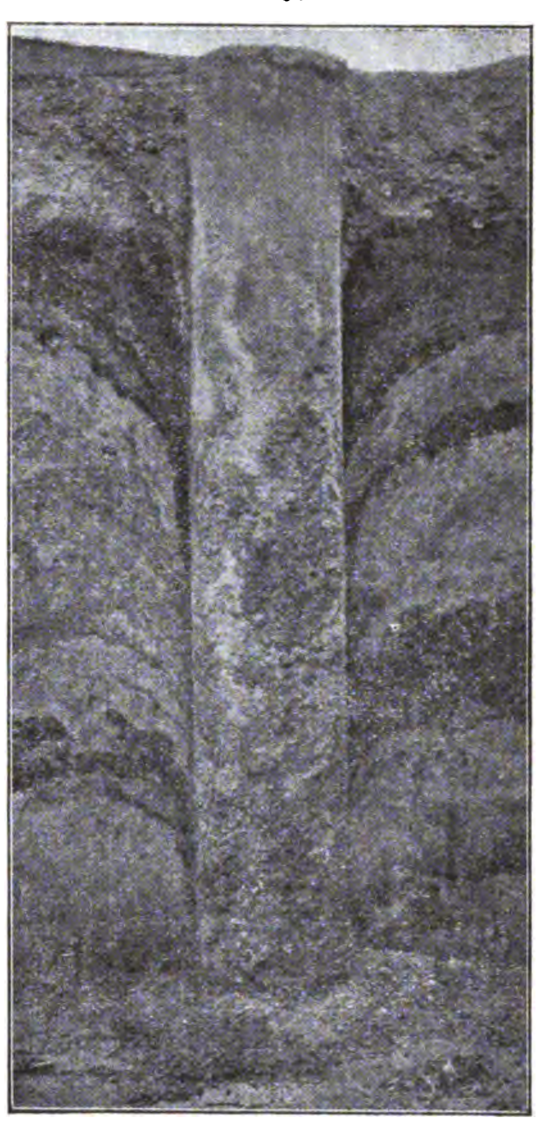
Supposons un pilot de 7 mèt. et 0^m40, dans un terrain $\delta = 1800^k$, $\alpha = 30°$; sa résistance est :

$$R = 1{,}5 \times 0{,}4 \times 0{,}58 \times 1800 \times 49 \frac{1{,}5}{0{,}5} = 92080^k$$

Prenant une sécurité de trois, ce pilot pourra être chargé de 30 tonnes ; les expériences connues confirment ce résultat. — On peut à l'intérieur du pilot au cours du bétonnage noyer des tiges d'acier.

Nous dirons du *Simplex* ce que nous avons dit du *Compressol* : le système est bon s'il est exécuté avec soin et surveillé avec conscience ; il faut que les conditions ci-dessus : absence d'eau dans le tube pendant le bétonnage et contact énergique du béton et du terrain soient réalisées ou sinon le système perd toutes ses qualités.

FIG. 159ter.



L'inconvénient assez grave de ces systèmes est que l'ingénieur responsable des fondations doit avoir trop de confiance dans ses subordonnés, entrepreneur et surveillant ; ces pilots exécutés ne lui disent rien, tandis que si par ex., il a vu couché sur le chantier un pieu en béton armé de 30 x 30 et 10 mèt. et qu'ensuite il le voit fiché de toute sa longueur dans le terrain, il sait à quoi s'en tenir quant à sa stabilité, peu importe les qualités morales de son entrepreneur et de son surveillant et les soins dont ils ont entouré l'exécution et le battage.

***

On fait valoir en faveur des systèmes *Compressol*, *Simplex* et analogues l'avantage de pouvoir commencer immédiatement la pose de ces pilots, tandis que pour ceux en béton armé il y a avant battage une assez grande perte de temps pour leur préparation et leur durcissement (v. nº 192bis).

Cela n'est que partiellement vrai, car ayant établi un pilot compressol ou simplex on ne pourra procéder au fonçage du voisin que lorsque le précédent aura pris un durcissement tel qu'il puisse résister à la poussée latérale provenant du refoulement du terrain provoqué par l'exécution du vide de ce pilot voisin ; si

cette précaution n'est pas prise on risque que le pilot exécuté et non encore suffisamment durci ne se démaigrisse et déforme en certaines parties ainsi que l'indique la figure B ci-contre.

B

L'*Engineering News* du 12 septembre 1912 signale toute une fondation qui a dû être rebutée parce qu'un grand nombre de pilots avaient subi de ces déformations qui en certains endroits avaient considérablement diminué leur section ; ce n'est d'ailleurs que par le plus grand des hasards que l'on s'en est aperçu quand tout était terminé (voir aussi les A. T. P. de Belgique de décembre 1912) ; sans ce hasard heureux on bâtissait sur une fondation très affaiblie et de sérieux ennuis en eussent été la conséquence, et qui plus est on ne se serait probablement jamais douté de la cause de la faiblesse de cette fondation.

CHAPITRE XII

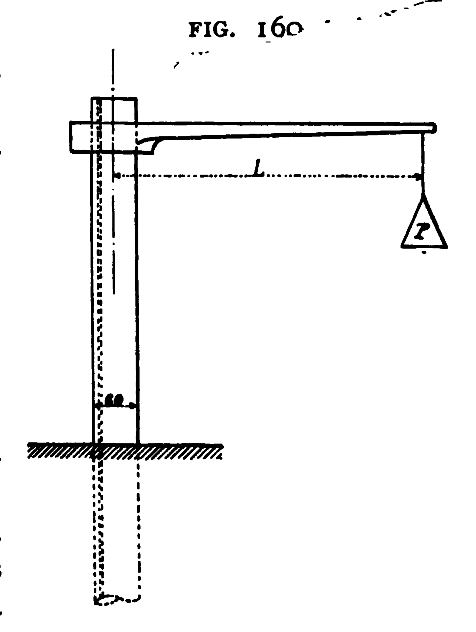
BÉTON ARMÉ

§ 1. Généralités

185. Affinité du métal et du ciment. — Le mortier de ciment mis humide en contact avec le fer ou l'acier fait sa prise en adhérant au métal d'une façon toute spéciale, il se soude au métal ; entre les deux il se développe une affinité extraordinaire, affinité supérieure à la cohésion du ciment, car celui-ci se brise dans sa masse plutôt que de se détacher du fer ; il se produit entre les deux une espèce d'amalgame qui influe sur la nature du ciment situé dans le voisinage du métal et semble augmenter considérablement sa ductilité par traction ; ce ciment amalgamé crée la transition entre le métal et le reste du massif en mortier et on obtient ainsi un ensemble, métal et ciment, jouissant de la solidarité requise pour pouvoir travailler à l'unisson par traction, compression ou flexion (1).

Le *Béton armé*, constitue un nouveau matériau jouissant d'éminentes qualités constructives; il a été inventé il y a environ 50 ans et par les nombreuses, importantes et réussies constructions qu'il a fournies il s'impose aujourd'hui à l'attention de tous les ingénieurs et constructeurs. L'inventeur est le français *Monier*.

FIG. 160



***

186. Expériences. — Pour montrer l'influence du métal sur le mortier de ciment nous allons en deux mots résumer diverses expériences par flexion exécutées par M. Considère. — Il a pris un prisme de ciment de 60 millimètres sur 61 de section et l'a soumis à la flexion sous un moment constant, par conséquent, sans effort tranchant, le dispositif est indiqué par la

(1) D'après une nouvelle théorie, cette affinité ou adhérence spéciale serait tout simplement un frottement énergique dû à la contraction du mortier de ciment se solidifiant sur son armature en métal.

FIG. 160 : il y avait du côté tendu des barres rondes de fer, le mortier était constitué en volume de 1 de ciment pour 3 de gros sable de mer, voici les deux constatations faites :

1° La face tendue (donc armée) du prisme s'est allongée *sans altération ni fissure* d'une quantité égale à 8 fois l'allongement de rupture par flexion du même prisme non armé.

2° L'allongement dont question au 1° atteint 20 fois celui de rupture par traction simple des mêmes prismes non armés.

On voit que la présence du métal communique au mortier de ciment des propriétés spéciales et notamment augmente considérablement sa ductilité, le mortier s'assimile en quelque sorte les propriétés élastiques du métal qu'il enrobe.

***

187. Dosages et Fabrication. — Il y a différents types de dosages selon la résistance que l'on veut réaliser, chaque dosage se compose de trois éléments : 1° le ciment qui doit être du Portland artificiel à prise lente et avoir une densité de 1300 k. au mètre cube ; le ciment de laitier ne convient pas ; 2° le sable qui doit être à gros grains ; l'influence du sable sur la résistance du béton est grande ; 3° enfin le gravier qui souvent en Belgique est remplacé par des plaquettes et grenailles de porphyre de Quenast ou Lessines, soigneusement lavées.

Les matières *inertes* entrant dans la composition du béton doivent être composées d'éléments de grosseurs diverses, ce qui réduit les vides au minimum et donne un béton plus compact. — Il convient d'introduire dans le squelette du béton des éléments aussi forts que le permettent les dimensions des pièces à exécuter, on obtient ainsi le béton le plus résistant. — Les dimensions des matières inertes sont pour le sable de zéro à 5 millimètres et pour le gravier ou grenailles de 5 à 25 millimètres.

Le ciment doit jouir de la propriété d'*Invariabilité de volume*, et présenter en outre de fortes résistances au bout de 7 jours.

A. Voici un dosage fréquent en Belgique pour des constructions ordinaires, colonnes, poutres, planchers.

350 kgrs de ciment Portland artificiel à prise lente, soit $0^{mc}.27$.

1 mètre cube tout venant de plaquettes et grenailles de Quenast bien lavées de façon à être débarrassées de tout poussier de concassage.

$\frac{1}{2}$ mètre cube de sable rude, de Mont St Guibert ou analogue.

Ce dosage bien mélangé, malaxé et ensuite pilonné en place donne environ un mètre cube de béton. — En volume ce dosage revient à 1 ciment, 2 sable et 4 grenailles, donc 1 : 2 : 4.

B. Pour des constructions où le béton doit présenter une résistance supérieu-

re ou bien doit former une paroi absolument étanche on porte dans le dosage ci-dessus la quantité de ciment à 500 et même 800 kgrs, le volume des stériles ne changeant pas.

C. Pour des pièces d'épaisseur réduite, telles que dalles ou tuyaux, on supprime les grenailles, plaquettes et gravier, on n'emploie que du ciment et du sable, généralement de 400 à 450 kgs de ciment par mètre cube de sable, soit en volume la proportion de 1 à 3. (1)

Les matières du dosage doivent être très intimement mêlées, bien malaxées et gâchées avec addition d'eau jusque la consistance du sable humide et enfin vigoureusement pilonnées en place de façon à faire disparaître tout vide et établir un contact intime entre les ingrédients et les armatures en métal ; plus on pilonne meilleur est le béton.

Il faut à chaque interruption de travail soigner tout particulièrement les reprises de béton, car il importe d'éviter toute solution de continuité dans la masse.

Les nécessités d'enrobage d'une armature dont les coins sont difficilement accessibles imposent souvent l'emploi d'un béton plastique et parfois quasi-liquide au lieu du béton humide damé.

Le béton plastique donne des pièces plus faibles les premiers mois, mais cette faiblesse relative se corrige avec le temps.

La mise en charge des constructions en béton armé ne peut généralement se faire que un mois au moins après le pilonnage achevé, c'est-à-dire qu'il faut laisser un mois pour la bonne et complète prise de l'ensemble, et même il est préférable de prendre deux mois, et pour les constructions importantes on va jusque 3 mois. — Suite, voir n° 200 ci-après.

⁂

188. Résistances à la traction, compression et cisaillement. Adhérence du ciment au métal. Béton fretté. — Un béton tel que celui **A** du n° 187 présente (sans armature) les résistances suivantes à la rupture :

Compression	$150^{k.}$	par centimètre carré
Traction	$12^{k.}$	id.

L'armature augmente la ductilité du béton, ainsi que nous venons de le voir

(1) Le mot *inerte* qui ci-dessus est employé pour les sables et graviers du dosage est passablement impropre, car ces matières jouent un rôle actif comme le ciment, mais bien entendu pas au même degré et d'ailleurs d'une autre nature.

La *Grande Commission Allemande des bétons* a constaté que pour un même dosage 1 : 2,5 : 5, les matières *inertes* étant du sable, du gravier de rivière, du poussier de basalte, de la pierraille de granit, du laitier de haut-fourneau, la résistance à la compression au bout de 28 jours variait de 156 à 277 kgs par cent. carré. Cette variation est due à l'influence des *inertes*, car pour le surplus toutes les autres conditions étaient identiques. = Voir A. T. P. 1912, p. 856.

au nº 186, mais ne paraît pas avoir d'influence sur le taux de sa résistance à la traction ou à la compression ; la présence de l'armature et ses dimensions n'ont donc aucune influence sur les deux chiffres ci-dessus, et c'est d'après ces chiffres que l'on doit faire le choix de la *charge de sécurité* à admettre selon le genre de construction que l'on a à calculer. — Généralement pour le béton **A** les charges de sécurité admises à la compression varient de 25 à 50 kgs par centimètre carré; quant à la charge de sécurité à la traction on la considère généralement comme égale à zéro, c'est-à-dire que l'on combine de façon à équilibrer tous les efforts de traction au moyen de l'armature seule, on ne compte pas sur la résistance du béton. (1)

La résistance du béton ou mortier de ciment aux efforts tranchants (cisaillement transversal ou longitudinal) n'est pas connue, on admet comme charge de sécurité contre ces effets le chiffre de $2^k.5$ à 4^k par centimètre carré.

L'adhérence du mortier aux barres de métal est la qualité maîtresse du béton armé, c'est elle qui produit les effets de ductilité signalés au nº 186 ci-dessus ; voici une autre expérience : on a scellé, au ciment pur à une profondeur de 60 centimètres dans des trous pratiqués dans une pierre de taille, des barres de fer de 25 à 36 millimètres de diamètre (la limite d'élasticité de ces barres étant de 24^k par millimètre carré), on a laissé durcir le mortier à l'air pendant un mois et après ce laps de temps on a constaté que l'effort nécessaire pour faire sortir chaque barre de son scellement donnait sur cette barre une fatigue sensiblement égale à sa limite d'élasticité, ce qui prouve que l'adhérence du ciment au métal n'a été vaincue que lorsque le métal ayant dépassé sa limite d'élasticité s'est contracté et ainsi détaché du ciment.

L'emploi de barres rouillées diminue l'adhérence, cette diminution peut aller jusque 25 %.

***

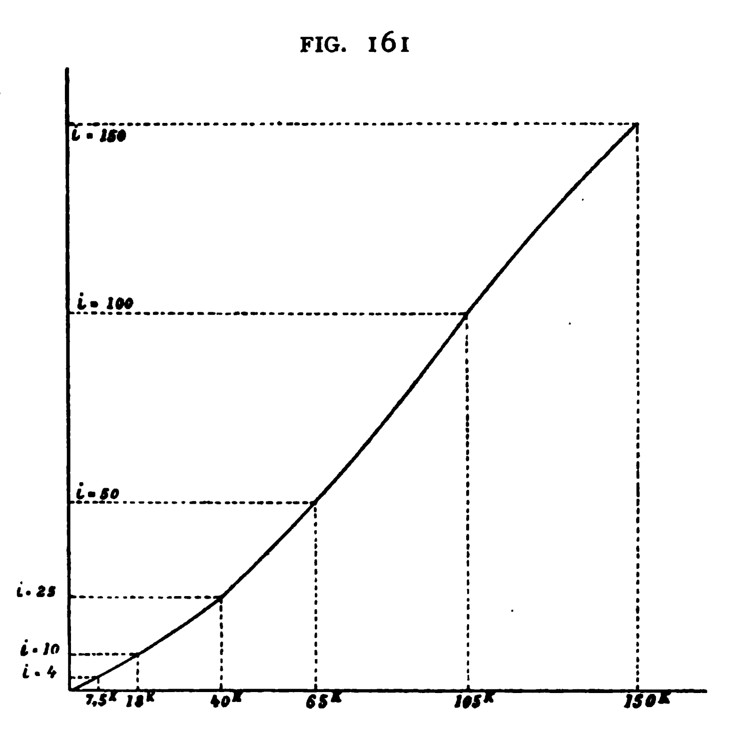
189. Élasticité. — La question d'élasticité du béton, armé ou non, est encore loin d'être élucidée, nous donnons ci-après une moyenne de résultats par compression obtenus par M. Considère sur des bétons d'un dosage analogue au type **A** du nº 187 ci-avant :

Compression par cent. carré	$7^k.5$	18	40	65	105	150^k	La rupture par écrasement se produit dans le voisinage de 150 k. par cent. carré.
Coefficient de raccourcissement i	$\frac{4}{10^5}$	$\frac{10}{10^5}$	$\frac{25}{10^5}$	$\frac{50}{10^5}$	$\frac{100}{10^5}$	$\frac{150}{10^5}$	
Valeur de E_b en fonct. du centim.	190,000	180,000	160.000	130,000	105,000	100,000	
Rapport $\frac{E\ (fer)}{E\ (béton)} = m = \frac{2,000,000}{E_b}$	10,5	11	12,5	15,4	19	20	
Rapport $\frac{E\ (acier)}{E\ (béton)} = m = \frac{2,200,000}{E_b}$	11,6	12,2	13,8	17	21	22	

(1) La résistance du béton à la traction est toutefois réelle et il peut quelquefois être utile d'en tenir compte, voir la méthode exposée dans le *Génie Civil* du 7 mars 1908, p. 323.

Nous représentons, FIG. 161, la courbe de déformation par compression résultant du tableau ci-dessus, elle nous montre que la loi de Hook n'est pas applicable au béton comprimé, toutefois à titre d'approximation on la lui applique, ainsi désignant par c la compression par unité, i_b le raccourcissement par unité sous l'effet de c et par E_b le coefficient d'élasticité du béton, on pose : $c = \mathbf{E}_b\, i_b$ et on admet que E_b est constant dans les limites habituelles des fatigues des constructions en béton armé.

FIG. 161



Quant à l'élasticité par traction du béton non armé elle importe assez peu, car, ainsi que nous venons de le dire, on ne table pas dans les calculs des fatigues sur ce genre de résistance, on en fait complètement abstraction, on admet que l'effort par traction est équilibré par la seule armature métallique ; nous avons vu au n° 186 que la présence de cette armature augmente considérablement la ductilité du béton à la traction, mais elle n'augmente pas sa résistance à la traction qui reste dans le voisinage de 12 à 15 kgr. par centimètre carré, que le béton soit armé ou non.



189bis. Dilatation. — Une cloison en béton de longueur l passant de o à t^o prend une longueur $l\,(1 + kt)$; si les extrémités de la cloison sont fixes elle se courbe, et admettant que cette courbe soit une parabole, sa flèche est donnée par l'équation :

$$l\,(1 + kt) = l\left(1 + \frac{8}{3}\frac{f^2}{l^2}\right)$$

le coefficient $k = 0{,}0000125$ pour le béton comme pour le fer, substituant dans l'égalité ci-dessus on a :

$$f = 0{,}0022\; l\sqrt{t}$$

ainsi pour $t = 36^o$ on a $f = 0{,}012\, l$ et si $l = 50$ mèt. $f = 0^m60$, on voit donc que les

effets de dilatation ne sont pas à dédaigner et qu'il faut en tenir compte quand les constructions en béton prennent une certaine longueur, notamment pour les longues poutres il faut ménager une dilatation tout comme si elles étaient en métal (1).

§ 2. Stabilité à la compression.

190. Formules. — Une colonne en béton armé est constituée d'une série de barres métalliques (FIG. 162 et Pl. XVIII) maintenues de distance en distance par des ligatures transversales, le tout enrobé dans un massif en béton. — On admet que dans la compression simple les sections se déplacent en restant planes et parallèles à elles-mêmes, par exemple la section AA vient A'A' raccourcissant d'une égale quantité le béton et le métal, ce n'est qu'une approximation, car il paraît certain que le métal se raccourcit moins que le béton. — Soit

FIG. 162

P la charge totale portée
Ω la section de béton et c sa fatigue
ω la section du métal et t sa fatigue

on a évidemment

$$P = c\Omega + t\omega$$

or en vertu de la loi de Hook exposée ci-dessus on a :

$$c = E_b\, i_b, \qquad t = E\, i$$

et puisque par hypothèse les sections sont restées planes et parallèles on a que les coefficients de raccourcissement sont égaux, $i_b = i$, donc

$$\frac{c}{t} = \frac{E_b}{E} = \frac{1}{m} \qquad \text{d'où (1) } t = mc$$

et par conséquent (2) $P = c\,(\Omega + m\omega)$

Les expressions (1) et (2) sont les formules de stabilité par compression simple des colonnes en béton armé ; mais il y a à rechercher les fatigues par *cisaillement*, nous savons en vertu de l'étude faite au n° 38 ci-avant que suivant toute section B B dont l'inclinaison α sur l'horizontale ne dépasse pas 35° le simple frottement est à même d'équilibrer la composante (P sin α) de la charge P; au delà de cette inclinaison l'équilibre doit être réalisé par la résistance au cisaillement de la matière ; la fatigue par cisaillement est maximum pour $\alpha = 45°$; cette

(1) *Revue du Génie Militaire*, octobre 1905.

fatigue est toujours beaucoup trop élevée pour le béton, on ne peut donc pas compter sur son intervention, il faut tabler uniquement sur l'armature en métal: nommant γ sa fatigue par cisaillement on a en vertu de la démonstration donnée au n° 38 :

$$(3) \qquad \gamma = \frac{P}{2\omega}$$

Mathématiquement parlant la section des barres suivant l'inclinaison de 45° est $\omega\sqrt{2}$, mais la vraie tendance à rupture est suivant la section droite de chaque barre, c'est pourquoi nous prenons ω.

Les formules (1) (2) (3) résolvent le problème de la stabilité par compression des colonnes en béton armé.

Il est vrai que la rupture suivant plan incliné dont question ci-dessus ne se produit que lorsque les bases sont maintenues fixes, ce qui est le cas dans les constructions ; si les bases sont libres, ce qui arrive lorsque dans un essai on supprime le frottement des plateaux de compression par l'interposition de corps gras, alors la rupture se produit suivant des esquilles parallèle à la compression exercée (voir FIG. 1 n° 4 ci-avant) et la formule (3) n'a pas à intervenir ; mais cela est un cas théorique.

⁂

191. Exercice. — Nous donnons Pl. XVIII les détails d'une colonne de 4 mètres de hauteur soutenant un plancher et devant porter 60,000 kgr. nous avons $\Omega = 40 \times 40 = 1600$ cent. carrés ; $\omega = 8$ barres de 23 millim. $= 33,2$ cent. carrés ; la valeur de m est assez incertaine, nous prendrons trois valeurs différentes et déterminerons les fatigues c et t qui en résultent :

Pr $m = 8$, on a $60000 = c\ (1600 + 8 \times 33,2)$ d'où $c = 32^k2$, $t = 32,2 \times 8 = 258^k$
Pr $m = 10$, on a $60000 = c\ (1600 + 10 \times 33,2)$ $c = 31^k$ $t = 31 \times 10 = 310^k$
Pr $m = 12$, on a $60000 = c\ (1600 + 12 \times 33,2)$ $c = 30^k$ $t = 30 \times 12 = 360^k$

on voit que la valeur m n'a pas grande influence sur la fatigue du béton, cette influence est un peu plus sensible sur la fatigue du métal.

Le béton de cette colonne est de la composition A donnée au n° 187, la charge de sécurité à la compression que l'on admet pour semblable béton varie de 25 à 50^k par cent. carré (1), les barres sont en acier, elles fatiguent peu par compression, mais il en est tout autrement de leur fatigue par cisaillement qui atteint $\gamma = \frac{60000}{2 \times 3320} = 9$ kgs par millimètre carré ; si l'armature en métal n'existait pas le cisaillement sur le béton atteindrait $\frac{60000}{2 \times 1600} = 19$ kgs. par cent. carré, or

(1) D'après la circulaire française (v. ci-après n° 201), la charge de sécurité permise pour ce dosage est de 45 kgs.

ci-dessus nous avons vu que la charge de sécurité du béton au cisaillement est de 2 1/2 k. à 4 k. la colonne sans armature ne pourrait donc pas résister.

La quantité de métal entrant dans une colonne en béton est réglée par la fatigue au cisaillement, elle est d'ailleurs toujours assez limitée, c'est-à-dire que le rapport $\frac{\omega}{\Omega}$ est assez faible, on ne dépasse guère 5 % ; dans la colonne que nous étudions le pourcentage est de 2 % ; toutefois on ne descend généralement pas en dessous de 1 % car en dehors de la question de cisaillement il faut que la colonne soit à même de résister aux flexions dues à des actions latérales, notamment des chocs.

Nous voyons Pl. XVIII que les barres verticales de la colonne sont reliées tous les 20 centimètres par des ligatures horizontales en fer de 5 millimètres de diamètre qui forment une cage métallique dans laquelle le béton est tassé et emprisonné, cette cage s'oppose au gonflement latéral que tend à prendre le béton sous l'effet de la compression et de ce chef augmente considérablement sa résistance (1) . M. Considère a étudié cet effet des armatures horizontales et pour augmenter leur efficacité il dispose les barres verticales suivant une circonférence et les réunit par un fil continu enroulé en spirale, c'est ce qu'il nomme le *béton fretté* (voir *Le Génie Civil* n^os du 1 novembre au 6 décembre 1902 et n^os des 9 février au 2 mars 1907 ; voir aussi les n^os du 30 avril 1904 et 25 octobre 1913).

La colonne Pl. XVIII repose sur la fondation par un plateau en béton armé qui répartit la pression, ce plateau résiste par flexion et doit être calculé en conséquene ; les barres verticales de la colonne sont appuyées sur le plateau par l'intermédiaire de six fers feuillards de 45 sur 2 millimètres, fers qui répartissent la pression sur le béton.

La construction dans laquelle entrent ces colonnes a été exécutée par la Société « *Ciments et Bétons* » de Bruxelles, ancienne firme Blaton-Aubert.



191bis. Béton Fretté. — On nomme *frettage* tout dispositif qui entrave le libre gonflement du béton sollicité à la compression.

Le frettage augmente la résistance à la compression et la ductilité du béton et permet d'augmenter les charges de sécurité. Le frettage s'emploie pour les colonnes, les pilots et aussi les nervures comprimées des poutres soumises à flexion. Voici ce que dit la circulaire française (v. n° 201) à propos du frettage :

---

(1) Si on n'employait pas ces ligatures horizontales, ou si on les espaçait trop, non seulement le gonflement latéral de béton ne serait pas entravé mais il arriverait encore ceci que dévoile l'expérience : sous la compression les barres longitudinales de la colonne n'étant pas suffisamment maintenues seraient refoulées latéralement (flambage), repousseraient la couche extérieure de béton et ainsi disloqueraient et ruineraient la colonne.

Lorsque le béton sera fretté ou lorsque les armatures transversales ou obliques qu'il portera seront disposées de manière à s'opposer plus ou moins efficacement à son gonflement sous l'influence de la compression longitudinale qu'il supporte, la limite de fatigue de sécurité à la compression, qui est de 0.28 de la rupture, pourra être majorée dans une mesure plus ou moins large suivant le volume et le degré d'efficacité des armatures transversales, sans que la nouvelle limite puisse, quel que soit le pourcentage du métal employé, dépasser les soixante centièmes (0.60) de la résistance à l'écrasement du béton non armé. La circulaire ajoute : il convient d'encourager l'emploi judicieux du métal, non seulement comme armature longitudinale, mais aussi dans le sens transversal ou oblique, de façon à empêcher le gonflement du béton sous l'influence des compressions longitudinales auxquelles il peut être soumis. Sa résistance à l'écrasement augmente ainsi dans des proportions considérables et qui atteignent, lorsque l'armature transversale va jusqu'à un frettage suffisamment serré, des proportions qu'on n'eût pas pu prévoir avant que l'expérience les ait fait connaître. Il est donc naturel d'augmenter aussi la limite fatigue à admettre suivant le volume et la disposition des armatures transversales ou obliques. Il serait difficile de donner à cet égard une indication absolue. Quelques expériences de laboratoire ou de chantier faites comparativement sur des bétons sans armature transversale et les mêmes avec de telles armatures, en indiquant l'augmentation de résistance à l'écrasement obtenue par ces dernières, permettront de déterminer l'augmentation correspondante, qu'on pourrait, sans danger, adopter pour la limite de fatigue. Toutefois, les expériences faites par la Commission du ciment permettent, faute de mieux, d'admettre que les armatures transversales et les frettages multiplient la résistance à l'écrasement d'un prisme de béton par un coefficient :

$$1 + m' \frac{V'}{V}$$

V' étant le volume des armatures transversales ou obliques et V le volume du béton pour une même longueur du prisme ; m' est un coefficient variable avec le degré d'efficacité des liaisons établies entre les barres longitudinales. Lorsque ces liaisons consistent en ligatures transversales, formant des rectangles en projection sur une section transversale du prisme, le coefficient m' peut varier de 8 à 15, le minimum se rapportant au cas où l'espacement des armatures transversales atteint la plus faible dimension transversale de la pièce considérée, et le maximum lorsque le dit espacement descend au tiers au plus de cette dimension.

Lorsque les armatures transversales consistent en un frettage formé par des spires plus ou moins serrées, le coefficient m' peut varier de 15 à 32. Le minimum serait à appliquer lorsque l'écartement des frettes atteindrait les $\frac{2}{5}$ de la plus pe-

tite dimension transversale de la pièce considérée et le maximum lorsque cet écartement atteindrait :

$\frac{1}{5}$ de la dite dimension pour une compression longitudinale de 50 kilogrammes par centimètre carré.

$\frac{1}{8}$ de la dite dimension pour une compression de 100 kilogrammes par centimètre carré.

Les indications qui précèdent sont soumises à la réserve essentielle qu'en aucun cas, quel que soit le pourcentage du métal et quelle que soit la valeur du coefficient $1 + m' \frac{V'}{V}$, la limite de fatigue à admettre ne pourra dépasser les 0,60 de la résistance du béton non armé à la compression simple. Cette disposition a pour effet de se tenir, dans tous les cas, à une limite de fatigue qui ne dépasse pas la moitié de la pression qui commence à provoquer la fissuration superficielle du béton armé et qui, d'après les expériences de la commission du ciment armé dépasse, suivant les cas, de 25 à 60 p. c., celle qui produit l'écrasement du béton non-armé.



Pour la colonne Pl. XVIII, le rapport $V' : V = 0{,}002$; les liaisons étant de simples rectangles nous prendrons $m' = 10$ et par conséquent : $1 + m' \frac{V'}{V} = 1{,}02$; la majoration de fatigue permise est donc de 2 % seulement mais aussi les ligatures sont très faibles.



191ter. M. l'ingénieur Nekrassow préconise un frettage spécial consistant en minces barres de 2 à 3 millimètres disposées dans la zone comprimée et normales à la direction de l'effort (FIG. 162bis ci-contre), ces barres accrochent et cousent le béton par leur adhérence et leurs crochets, elles empêchent donc le gonflement latéral et ainsi augmentent la résistance à la compression.

FIG. 162bis

Pour les pièces soumises à flexion ces barres se placent du côté comprimé seulement.

Essayant à la compression des cubes frettés comme l'indique la FIG. 162bis, il a trouvé que la charge de rupture comparée à celle du béton non fretté était, au bout de 28 jours, 2 ½ et même trois fois plus élevée et cela pour un pourcentage de métal 1.3. — Ce mode de frettage paraît très pratique et très économique, beaucoup plus que le frettage par spires hélicoïdales.

Poussant l'idée plus loin encore M. Nekrassow préconise de mélanger au béton des fragments de fils de $\frac{1}{4}$ à $\frac{1}{2}$ millimètre de diamètre et de damer le tout à la façon ordinaire, ce *béton poilu* donne, paraît-il, des résultats analogues comme résistance à ceux signalés ci-dessus (voir A. T. P. août 1911, p. 665) ; il paraît bien évident que du béton avec des barres aussi minces ne peut être employé que pour des constructions complètement à l'abri de l'humidité, car des aciers aussi minces a ·raient bien vite disparu rongés par la rouille.

⁂

192. Flambage. — Par le fait qu'une pièce est comprimée il faut s'assurer qu'elle ne peut flamber, toutefois on pourra s'en dispenser pour les pièces dont l'élancement (rapport de la hauteur à la plus petite dimension transversale) est inférieur à 20.

Nos formules du flambage ne sont pas applicables au cas du béton armé, car nous ne connaissons pas la loi de E pour ce matériau hétérogène ; force est donc de recourir à des formules approximatives, le mieux est de suivre les prescriptions françaises (voir ci-après n° 201) ; nous les donnons ci-dessous en ce qui concerne le flambage.

⁂

Pour s'assurer contre le flambement des pièces comprimées, on peut faire usage de la règle de Rankine, qui se traduit par l'inégalité suivante :

$$\frac{N}{\Omega}\left(1 + \frac{kl^2}{10.000\, r^2}\right) < R_b \qquad (29)$$

N est l'effort de compression : s'il varie notablement d'une extrémité à l'autre de la pièce, on prendra la valeur relative à la section médiane, située à égale distance des extrémités ; l est la longueur de la pièce ; r, le rayon de giration minimum de la section transversale qui, dans le cas fréquent d'une pièce symétrique a la direction de l'axe de symétrie, ou la direction perpendiculaire (1).

R_b est la limite de fatigue admissible pour le béton armé soumis à la compression simple.

Enfin, k est un coefficient numérique dépendant des conditions auxquelles la pièce est soumise à ses extrémités, et qui a les valeurs ci-après :

(1) La détermination du rayon de giration est donnée ci-après au n° 197 § E.

M. Mesnager a soumis la formule (29) à l'épreuve d'essais, sa conclusion est qu'elle offre une bonne marge de sécurité, voir A. T. P. octobre 1909, p. 1129.

CONDITIONS RELATIVES aux extrémités.	k	*Observations.*
Pièce encastrée à un bout, libre à l'autre.	4	
Pièce articulée aux deux bouts . . .	1	
Pièce encastrée à un bout, articulée à l'autre.	1/2	Si l'encastrement est imparfait, on prendra une valeur moyenne entre 1/2 et 1.
Pièce encastrée aux deux bouts . . .	1/2	Si l'un des encastrements est imparfait, on prendra une valeur moyenne entre 1/4 et 1/2, et si les deux sont imparfaits, une valeur moyenne entre 1/4 et 1.

Quand la pièce comprimée est de grande longueur, il arrive que l'unité est négligeable devant le nombre $\frac{kl^2}{10.000\,r^2}$. L'inégalité qui exprime la condition de stabilité peut alors être mise sous la forme simplifiée :

$$(30) \qquad \frac{N}{\Omega}\,\frac{kl^2}{10.000\,r^2} < R_b \qquad \text{ou} \qquad N < \frac{10.000}{k}\,\frac{\Omega r^2}{l^2} R_b.$$

La valeur moyenne de R_b est d'environ 50×10^4 (50 kilogr. par centimètre carré). Le coefficient d'élasticité longitudinale du béton est, en moyenne, le dixième de celui de l'acier, soit : $E_b = 2 \times 10^9$. D'où il résulte que le produit 10.000 R_b est sensiblement égal à : $\frac{\pi^2 E_b}{4}$, ce qui permet d'écrire la condition (30) sous la forme:

$$(31) \qquad N < \frac{1}{4k}\,\frac{\pi^2 \Omega r^2}{l^2} E_b.$$

C'est la formule d'Euler, avec un coefficient de sécurité égal à 4.

On voit donc que les indications fournies par cette formule concordent avec celles de la règle de Rankine pour les pièces de grande longueur.

Si la pièce soumise à un effort de compression N est en même temps sollicitée par un moment de flexion dont l'effet ne peut être considéré comme négligeable (cas d'une charge désaxée, poussée du vent, etc.), il convient de compléter la condition de stabilité exprimée par l'inégalité (29) en y introduisant la valeur du travail maximum de compression déterminé, dans la section médiane, par le moment fléchissant M. Ce travail a pour expression : $\frac{Mv}{I}$ La règle de Rankine se traduit alors par l'inégalité suivante :

(32) $$\frac{N}{\Omega}\left(1+\frac{kl^2}{10.000\, r^2}\right)+\frac{Mv}{I}<R_b.$$

* * *

Compression excentrique. — Lorsque la colonne est chargée excentriquement : ou bien on applique la formule (32) ci-dessus, ou bien on considère le cas comme *flexion composée* et on applique les formules du nº 197 ci-après.



192bis. Pieux de fondation. — Les pieux en bois présentent l'inconvénient de devoir être maintenus sous eau, si donc pour un motif quelconque (par exemple l'assainissement d'une ville) le niveau de la nappe aquifère vient à être abaissé et que la tête des pieux émerge, la construction qu'ils portent est fatalement vouée à la ruine au bout d'un temps plus ou moins long. Aussi dans ces dernières années on a pour certains travaux remplacé les pieux en bois par des pieux en béton armé qui sont constitués comme la colonne Pl. XVIII, c'est-à-dire des tiges verticales, des ligatures horizontales, un corps en béton, le tout terminé à la partie inférieure par une pointe *munie d'un sabot en fer* et à la partie supérieure par un matelas en ciment sur lequel on pose un bloc de bois ou faux pieu destiné à recevoir les coups du mouton ; le battage terminé on rogne le béton du haut du pieu de façon à mettre les barres de métal à nu sur une longueur de 8 à 10 centimt. et on les noie dans le gâteau en béton formant plateforme au-dessus des pieux. — Les pieux ont des sections carrées avec 4 tiges verticales ou des sections triangle avec 3 tiges, ou des sections polygonales. — Les pieux ne peuvent être employés que 50 jours après leur fabrication en été et 70 jours en hiver ; on fabrique des pieux de toute longueur, 8 à 12 mètres et au delà (1). — Leur stabilité dans le terrain se calcule comme celle des pieux en bois (chap. XI §, 5), leur résistance propre par les formules du nº 190 ci-avant. Un bon dosage pour les pieux consiste à prendre de 400 à 450 kgs de ciment pour 800 litres de plaquettes et 400 de sable du Rhin ; ce dosage permet à la compression une charge de sécurité de 50 kgs par c. c.

Ce béton armé à raison de 2 %, revient à 60 fr. le m. cube (bien entendu avant la guerre), et vu les grandes dimensions qu'il permet pour les pieux, ceux-ci reviennent moins chers que s'ils étaient en bois.

Les pieux en béton armé se posent au mouton (v. nº 176bis) et aussi à la lance (voir nº 184) et dans ce cas pour faciliter l'action de l'eau on l'introduit quelquefois par un trou ménagé dans l'axe du pieu ; les pieux en béton posés à la lance sont toujours exécutés avec une conicité assez accentuée : pour des pieux de 6 mètres

(1) Voir *Le Genie Civil* nº du 16 janvier 1904 et 16 juin 1906.

de longueur on a donné 0m41 de diamètre au sommet et 0m28 à la pointe; d'autres fois pour cette même longueur le diamètre au sommet fut de 0m51 et à la pointe de 0m15 seulement ; il arrive aussi que l'on donne aux pieux posés à la lance une section ondulée formant des nervures longitudinales, ce qui augmente la surface de contact avec le terrain et par conséquent le frottement.

Les pieux en béton qui généralement sont fabriqués horizontaux sur le chantier doivent être redressés pour le battage et il importe de vérifier que leur poids mort n'entraînera pas pendant cette opération des fatigues de flexion inadmissibles.

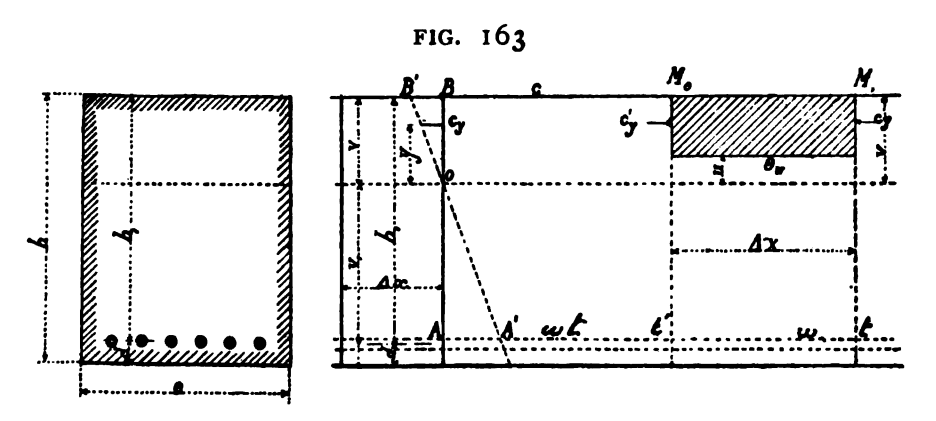
§ 3. Stabilité à la traction.

193. Formule. — Comme on fait abstraction complète de la faible résistance que le béton peut offrir à la traction, la formule de stabilité pour un poids P suspendu à une barre en béton armé de section Ω contenant une section ω de métal est purement et simplement : $P = t\omega$. — Il est à noter qu'en fait le métal travaille beaucoup moins, car la résistance du béton à la traction est très réelle.

§ 4. Flexion.

194. Formule de stabilité à la flexion simple. Poutre rectangulaire à simple armature. — Soit (FIG. 163) une poutre rectangulaire de dimensions *e. h* ayant dans sa section droite BA à résister à un moment fléchissant M. —

FIG. 163



Cette poutre se déforme par compression du côté OB et par traction du côté OA, la ligne de fibres neutres est au niveau O encore inconnu ; *nous faisons abstraction complète de la résistance du béton à la traction* et plaçons une armature de ce côté, nous n'en plaçons pas du côté de la compression. — Pour établir les équations de stabilité nous admettons :

1° Que la loi approximative de l'invariabilité des sections planes est applicable, c'est-à-dire que du chef de la flexion la section droite BOA pivote autour de

son axe neutre O et vient occuper le plan B'OA' ; de là il résulte que les fibres du béton et du métal se déforment de la quantité représentée par les abscisses des triangles OBB' et OAA'. C'est une pure *hypothèse* dont la seule justification est d'être analogue à celle admise pour les matériaux homogènes et en outre de simplifier les formules.

2° Que la fatigue des diverses fibres comprimées du béton de O à B est égale à la déformation multipliée par un *coefficient constant* ; c'est là une nouvelle *approximation*, car la FIG. 161 ci-avant montre que le coefficient (E_b) va en diminuant à mesure que la déformation augmente, toutefois dans les limites de fatigue où généralement travaillent les poutres en sidérociment l'erreur commise en prenant E_b constant n'est pas grande. — Ces principes 1° et 2° sont admis par la circulaire dont question ci-après au n° 201.

Nous désignerons par c la fatigue maximum de compression du béton, par t la traction sur l'armature et par ω la section totale de cette armature. La distance d de l'axe de l'armature à la paroi voisine de la poutre doit être la plus petite possible, toutefois il faut que le métal soit bien enrobé de mortier, généralement d varie de 0,10 à 0,12 de h sans toutefois être inférieur à 2 centimètres ; les autres dimensions sont indiquées sur la FIG. 163 ; l'unité admise dans les calculs est le centimètre. — Nous désignons toujours par m le rapport du coefficient d'élasticité E du métal à celui E_b du béton, voir n° 189.

A) Nous allons mettre en équations les 2 approximations 1° et 2° : prenons à partir de BA un tronçon de longueur Δx, ses déformations sont représentées par B'A' et nous avons :

$$(1) \qquad \frac{c}{t} = \frac{E_b . \dfrac{BB'}{\Delta x}}{E . \dfrac{AA'}{\Delta x}} = \frac{v}{mv_1}$$

de cette égalité nous déduisons les quatre formules suivantes :

$$(2) \qquad v = \frac{h_1}{1 + \dfrac{t}{mc}} \qquad\qquad (3) \qquad v_1 = h_1 \frac{\dfrac{t}{mc}}{1 + \dfrac{t}{mc}}$$

$$(4) \qquad t = mc \frac{v_1}{v} \qquad\qquad (5) \qquad c = \frac{t}{m} . \frac{v}{v_1}$$

les formules (2) *et* (3) *permettent de déterminer le niveau de la fibre neutre si on se donne les fatigues c et t* ; par ex. si on prend $c = 50^k$, $t = 1000^k$ (acier) et $m = 10$ on trouve :

$$v = \frac{h_1}{3} \qquad\qquad v_1 = \frac{2}{3} h_1$$

B) En vertu de l'équation d'équilibre statique exprimant que la somme des composantes horizontales des fatigues est nulle (nous supposons que les charges sont verticales), la traction de l'armature est égale à la compression de la portion OB du béton (FIG. 163), donc

$$t\omega = \int_0^v c_y e dy = \int_0^v \frac{yc}{v} e dy = \frac{cev}{2}$$

d'où : $\omega = \frac{c}{t} \cdot \frac{ev}{2} = \frac{v}{mv_1} \cdot \frac{ev}{2}$ d'où $m\omega v_1 = \frac{ev^2}{2}$

ou bien : $2m\omega(h_1 - v) = ev^2$

d'où : (6) $$v = \frac{-m\omega}{e} + \sqrt{\left(\frac{m\omega}{e}\right)^2 + \frac{2m\omega h_1}{e}}$$

expression qui permet de déterminer la fibre neutre connaissant ω, e et h_1; on l'emploie pour la vérification d'une poutre donnée.

C) Établissons l'équation statique des moments par rapport au point A, axe de l'armature, nous avons :

$$\int_0^v c_y e\,(y + v_1)\,dy = \mathrm{M} \quad \text{ou bien :} \quad \int_0^v \frac{yc}{v} e(y + v_1)dy = \mathrm{M}$$

d'où : $$\frac{cev}{6}(2v + 3v_1) = \mathrm{M}$$

remplaçant v et v_1 en fonction des expressions (2) et (3) nous obtenons :

(7) $$h_1 = \left(1 + \frac{t}{mc}\right)\sqrt{\frac{6}{c\left(2 + 3\frac{t}{mc}\right)}}\sqrt{\frac{\mathrm{M}}{e}}$$

expression qui, pour une poutre de largeur e, détermine la hauteur requise $(h_1 + d)$ en vue de lui permettre d'équilibrer le moment M sans dépasser les fatigues c et t.

Le constructeur *Hennebique* admet, pour ses poutres à une seule armature constituées d'un béton à 285 kgr. de ciment par mètre cube de béton produit, la formule semi-empirique :

(8) $$h_1 = 0{,}3\sqrt{\frac{\mathrm{M}}{e}}$$

ce qui revient à faire dans la formule (7) $m = 10$, $t = 1000$ et $c = 65$ kil.

Si on prend : $t = 1000$, $m = 10$ et $c = 50$ kgr., l'expression (7) devient

(9) $$h_1 = 0{,}367\sqrt{\frac{\mathrm{M}}{e}}$$

ce qui est la formule de la Société *Ciments et Bétons* de Bruxelles.

D) Établissons l'équation statique des moments par rapport à l'axe du ***centre de pression*** de la partie OB du béton. — La pression totale sur le béton de O à B a pour expression

$$\int_0^v c_y e dy = \int \frac{ce}{v} y dy = \frac{cev}{2}$$

désignons par x la distance du centre de cette pression totale à l'axe neutre O, nous avons :

$$\frac{cev}{2} \cdot x = \int_0^v c_y e dy . y = \frac{ce}{v} \int y^2 dy = \frac{cev^2}{3} \qquad \text{d'où} \qquad x = \frac{2v}{3}$$

Le centre de pression est donc à la distance $\frac{2v}{3}$ à partir de l'axe neutre O, le moment des fatigues de béton par rapport à ce centre est nul, nous avons donc pour l'équation statique des moments :

$$t\omega\left(v_1 + \frac{2}{3}v\right) = \mathrm{M}$$

d'où :

(10) $$\omega = \frac{3\mathrm{M}}{t(2v + 3v_1)}$$

remplaçant v et v_1 par leurs valeurs (2) et (3) on a :

(11) $$\omega = \frac{3\mathrm{M}}{th_1} \times \frac{1 + \frac{t}{mc}}{2 + 3\frac{t}{mc}}$$

substituant à h_1 la valeur (7) on a :

(12) $$\omega = \frac{1}{2t}\sqrt{\frac{6c}{2 + 3\frac{t}{mc}}}\sqrt{\mathrm{M}e}$$

formule qui permet de déterminer la section totale de l'armature si on se donne à priori t, c et m, par exemple : prenons $t = 1000^k$, $c = 50^k$ et $m = 10$ nous obtiendrons en fonction du centimètre :

(13) $$\omega = 0{,}0031\sqrt{\mathrm{M}e}$$

Ces diverses formules (10) *à* (13) *sont employées pour se fixer sur les détails d'une poutre devant résister au moment M, et notamment servent pour déterminer la section de l'armature.*

E) Établissons l'équation statique des moments par rapport à l'axe neutre O de la section, nous avons (voir FIG. 163) :

$$t\omega v_1 + \int_o^v ec_y y dy = M$$

or :

$$e\int_o^v c_y y dy = e\int_o^v \frac{c}{v} y^2 dy = \frac{cev^2}{3}$$

d'où :

$$t\omega v_1 + \frac{cev^2}{3} = M$$

remplaçant t par sa valeur déduite de l'expression (4) on obtient :

$$c = \frac{Mv}{\frac{ev^3}{3} + m\omega v_1^2}$$

or $\frac{ev^3}{3}$ est le moment d'inertie de la section comprimée par rapport à l'axe neutre ; $m\omega v_1^2$ est celui de l'armature par rapport au même axe en tenant compte de la différence de fatigue exprimée par le coefficient m ; nous pouvons donc poser :

(14) $$I = \frac{ev^3}{3} + m\omega v_1^2$$

et l'expression ci-dessus devient : (15) $$c = \frac{Mv}{I}$$

expression tout à fait analogue à celle des pièces homogènes ; ayant c la formule (4) nous donne pour t

(16) $$t = m\frac{Mv_1}{I}$$

Ces formules (14) (15) *et* (16) *servent à la détermination des fatigues dans une poutre connue.*

F) *Cisaillement transversal et longitudinal.* Il nous reste maintenant à appliquer la *3e équation statique, celle des composantes verticales,* laquelle nous indique qu'il y a un effort tranchant ΣP sur toute section verticale et on admet que cet effort est entièrement équilibré par l'armature sans intervention du béton, d'où une fatigue $\frac{\Sigma P}{\omega}$.

Mais il y a des fatigues longitudinales par cisaillement, leur évaluation se fait comme pour les pièces homogènes : nous isolons (voir FIG. 163 à droite) le prisme hachuré de longueur Δx s'étendant en hauteur depuis u jusque v, et raisonnant comme nous l'avons fait en notre Tome I, chap. VIII, § 3, n° 74, nous avons en désignant par θ_u le cisaillement longitudinal par unité sur la face à la distance u de la couche de fibres neutres :

$$\theta_u e \Delta x = \int_u^v c_y d\omega - \int_u^v c'_y d\omega$$

en vertu de (15) nous avons :

$$c_y = c\frac{y}{v} = \frac{M_1 y}{I}\ ; \qquad c'_y = \frac{M_o y}{I}$$

d'où $$\theta_u e\Delta x = \frac{M_1 - M_o}{I}\int_u^v y d\omega = \frac{M_1 - M_o}{I}\int_u^v eydy$$

le maximum se produit sur l'axe neutre et a pour valeur :

(17) $$\theta_o e\Delta x = \frac{M_1 - M_o}{I} \times \frac{ev^2}{2}$$

ou bien en remplaçant $\left(\frac{ev^2}{2}\right)$ par son égal $m\omega v_1$ (voir § B ci-avant), nous avons :

(18) $$\theta_o e\Delta x = \frac{M_1 - M_o}{I} \times m\omega v_1$$

$\theta_o e\Delta x$ est le cisaillement total maximum sur la longueur Δx, ce maximum reste constant depuis l'axe neutre jusque sur l'armature étendue et exprime la tendance au glissement du béton sur cette armature.

Si l'on veut connaître la fatigue sur l'axe neutre *en un point* du tronçon Δx, il suffit de remplacer dans (17) et (18) Δx par dx, $(M - M_0)$ par dM et comme $\frac{dM}{dx}$ est l'effort tranchant T on a :

(19) $$\theta_o = T \times \frac{m\omega v_1}{Ie}$$

(20) $$\theta_o = T \times \frac{v^2}{2I}$$

La fatigue longitudinale de cisaillement est équilibrée soit par le béton lui-même pourvu qu'elle ne dépasse pas 2 k. par cent. carré, soit par des armatures verticales, voir ci-après n[os] 200 et 201.

Il nous reste à évaluer l'adhérence du béton ou fatigue tangentielle θ à la surface de l'armature : désignant par t et t' les fatigues par traction aux deux extrémités du tronçon d'armature de longueur Δx, par r le rayon d'une barre, n le nombre de barres et ω leur section nous avons :

$$\theta . 2\pi r .\ n .\ \Delta x = t\omega - t'\omega$$

remplaçant t et t' par leurs expressions $\left(m.\frac{M_1 v_1}{I}\right)$ et $\left(m.\frac{M_o v_1}{I}\right)$ déduites de (16) nous avons :

(21) $$\theta . 2\pi r .\ n .\ \Delta x = (M_1 - M_o)\frac{m\omega v_1}{I}$$

voilà l'expression de l'adhérence totale sur la longueur Δx, expression qui est d'ailleurs analogue à celle trouvée ci-dessus en (18) pour le béton ; recherchons maintenant la fatigue θ en un point déterminé, pour cela il suffit de passer à la limite et nous avons :

$$\theta . 2\pi r . n = \frac{dM}{dx} . \frac{m\omega v_1}{I} \qquad \text{d'où} \qquad \theta = T . \frac{m\omega v_1}{2\pi r n \, I}$$

ou bien remplaçant ω par la valeur $(\pi r^2 n)$, on a :

$$\theta = T \times \frac{m r v_1}{2 I} \tag{22}$$

***

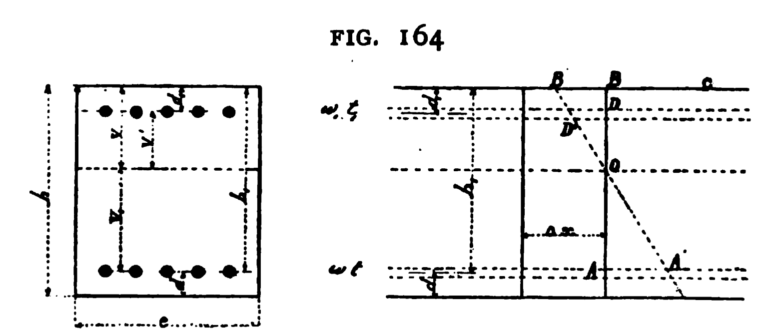
Voilà terminée l'étude de la flexion simple de la poutre rectangle à simple armature ; les formules du § A dérivent de la mise en équation des hypothèses fondamentales, sections planes et E_b constant; celles du § B dérivent de l'équation statique des composantes horizontales ; celles des § C, D et E de l'équation statique des moments ; et enfin celles du § F de l'équation statique des composantes verticales.

Les formules des § A, C, D et F servent quand on a à déterminer les dimensions et détails d'une poutre devant présenter une résistance connue ; les formules des § A, B, E et F servent à la vérification de la stabilité d'une poutre donnée devant porter des charges connues ; en d'autres termes les formules des § A, C, D et F servent à calculer une poutre, celles des § A, B, E et F à vérifier une poutre donnée.

***

195. Flexion simple. — Section rectangulaire à double armature. —

FIG. 164



(FIG. 164). On admet, tout comme pour la simple armature, l'hypothèse 1° et l'approximation 2° du n° précédent et nous appliquons la même marche :

A) Mise en équation des hypothèses, nous avons :

$$\left.\begin{aligned} c &= E_b \times \frac{BB'}{\Delta x} \\ t_1 &= E \times \frac{DD'}{\Delta x} \\ t &= E \times \frac{AA'}{\Delta x} \end{aligned}\right\} \quad \text{d'où} \quad \begin{aligned} &(1) \quad t = mc\frac{v_1}{v} \\ &(2) \quad t_1 = mc\frac{v'}{v} \end{aligned}$$

B) Équation des composantes horizontales

$$t\omega = t_1\omega_1 + \frac{cev}{2}$$

remplaçant t et t_1 par leurs valeurs ci-dessus on obtient :

$$m\omega v_1 = \frac{ev^2}{2} + m\omega_1 v'$$

et remarquant que $v_1 - h_1 = -v$ et $v' = v - d_1$, on a après réduction :

$$(3) \qquad v = \frac{-m(\omega + \omega_1)}{e} + \sqrt{\frac{m^2(\omega+\omega_1)^2}{e^2} + \frac{2m}{e}(\omega h_1 + \omega_1 d_1)}$$

expression qui détermine le niveau de l'axe neutre.

C) Équation des moments par rapport à l'axe neutre :

$$\frac{cev^2}{3} + t_1\omega_1 v' + t\omega v_1 = M$$

remplaçant t et t_1 par leurs valeurs nous obtenons :

$$c = \frac{Mv}{\frac{ev^3}{3} + m(\omega v_1^2 + \omega_1 v'^2)}$$

ou bien en posant :

$$(4) \qquad I = \frac{ev^3}{3} + m(\omega v_1^2 + \omega_1 v'^2)\,; \qquad (5) \qquad c = \frac{Mv}{I}$$

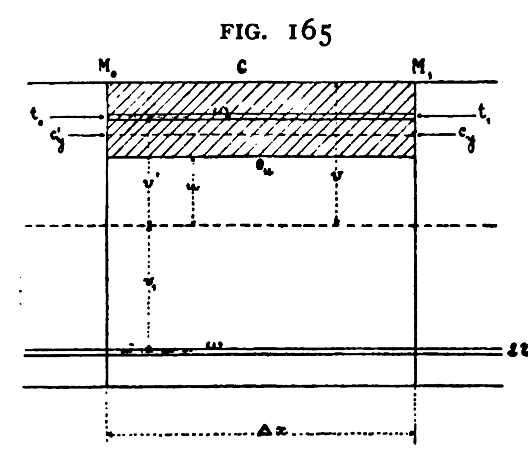
connaissant c on détermine t et t_1 au moyen des formules (1) et (2), on obtient :

$$(6) \qquad t = m\frac{Mv_1}{I} \qquad (7) \qquad t_1 = m\frac{Mv'}{I}$$

D) Étudions les fatigues par cisaillement dans le béton et par adhérence entre le béton et les barres des armatures. — Nous avons pour la partie hachurée, FIG. 165 :

$$\theta_u e\Delta x = \int_u^v c_y\, edy - \int_u^v c'_y edy + t_1\omega_1 - t_0\omega_1$$

FIG. 165



$$\left.\begin{aligned} c_y &= c\frac{y}{v} = \frac{M_1 y}{I} \\ c'_y &= c\frac{y}{v} = \frac{M_0 y}{I} \end{aligned}\right\} \text{en vertu de la formule (5)}$$

$$\left.\begin{aligned} t_1 &= mv' . \frac{M_1}{I} \\ t_0 &= mv' . \frac{M_0}{I} \end{aligned}\right\} \text{en vertu de la formule (7)}$$

substituant dans l'équation ci-dessus on a :

$$\theta_u \, e\Delta x = \frac{M_1 - M_0}{I}\left[e\int_u^v ydy + m\omega_1 v'\right]$$

la valeur maximum de θ_u correspond à $u = 0$, d'où

$$\theta_0 \, e\Delta x = \frac{M_1 - M_0}{I}\left(\frac{ev^2}{2} + m\,\omega_1\, v'\right)$$

or ci-dessus au § B nous avons trouvé : $\frac{e\,v^2}{2} + m\omega_1 v' = m\,\omega\, v_1$

d'où en substituant nous tirons :

(8) $\theta_0 e\Delta x = \frac{M_1 - M_0}{I} . \, m\,\omega\, v_1$ et à la limite : (9) $\theta^o = T.\frac{m\,\omega\, v_1}{e\,I}$

la formule (8) est l'analogue de celle (18) du n° 194, et celle (9) l'analogue de celle (19).

L'adhérence longitudinale θ par unité entre l'armature étendue et le béton a pour expression, en supposant que le nombre de barres du côté de l'extension est n:

(10) $$\theta . 2\pi r . n\Delta x = \frac{M_1 - M_0}{I} . \, m\,\omega\, v_1$$

d'où à la limite, Δx devenant dx :

(11) $$\theta = T.\frac{m\,r\,v_1}{2\,I}$$

En ce qui concerne la fatigue par adhérence entre le béton et l'armature comprimée, nous avons, en nous reportant à la FIG. 165 et à la formule (7) :

$$t_1\,\omega_1 - t_0\,\omega_1 = m\omega_1 \frac{M_1 v'}{I} - m\omega_1 \frac{M_0 v'}{I} = \frac{m\,\omega_1\, v'}{I}(M_1 - M_0)$$

désignant par r_1 le diamètre des barres comprimées, n_1 leur nombre et θ_1 la fatigue par adhérence on a :

$$\theta_1 \,.\, 2\pi r_1 \,.\, n_1 \,\Delta x = \frac{M_1 - M_0}{I} m\,\omega_1\, v'$$

d'où à la limite

(12) $$\theta_1 = T.\frac{m\,r_1\,v'}{2\,I}$$

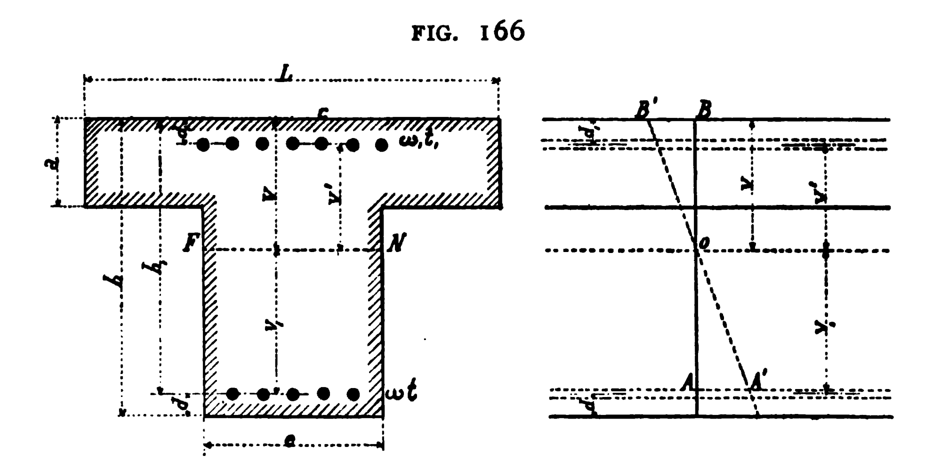
valeur généralement plus faible que celle (11).

Les formules ci-dessus de A à D sont des formules pour la vérification d'une poutre donnée; quand on a à projeter une poutre il faut procéder par tâtonnements, car pour la double armature on ne peut arriver à des formules simples comme ci-avant n° 194 en A, C et D.



196. Flexion simple. — Section en simple té à double armature. — Il arrive fréquemment, notamment dans les hourdis de planchers ou tabliers de pont, que l'on a à considérer des sections en simple té, car on admet que du côté de la compression une certaine largeur L du hourdis est solidaire de la poutre qui le supporte, ce qui donne le profil simple té de la FIG. 166.

FIG. 166



Nous faisons toujours les mêmes hypothèses et admettons pour les lettres les mêmes significations que ci-dessus aux nos 194 et 195. — Nous supposerons que la fibre neutre est dans la tige du té au niveau FN.

A) Raisonnant comme au n° 195 en A nous obtenons :

(1) $$t = mc\frac{v_1}{v}$$ (2) $$t_1 = mc\frac{v'}{v}\,.$$

ces formules (1) et (2) ne changent pas si la fibre neutre FN est dans l'épaisseur *a* de la table du té.

B) Établissons l'équation statique des composantes horizontales comme au nº 195 en B :

$$t\omega = t_1\omega_1 + \int_o^{v-a} c_y\, e dy + \int_{v-a}^{v} c_y\, L dy \qquad \text{Or :} \qquad c_y = c\frac{y}{v}$$

remplaçant t, t_1 et c_y par leurs valeurs et effectuant les intégrales nous obtenons :

$$v^2 + \frac{2a\,(L-e)}{e}v + \frac{a^2\,(e-L)}{e} + \frac{2m}{e}(\omega_1 v' - \omega v_1) = 0$$

d'autre part :

$$v' = v - d_1 \qquad\qquad v_1 = h_1 - v$$

substituant et résolvant par rapport à v nous obtenons :

(3)
$$v = \frac{-1}{e}\Big[a\,(L-e) + m\,(\omega+\omega_1)\Big] +$$
$$+\sqrt{\frac{1}{e^2}\Big[a\,(L-e) + m\,(\omega+\omega_1)\Big]^2 + \frac{1}{e}\Big[a^2\,(L-e) + 2m\,(\omega h_1 + \omega_1 d_1)\Big]}$$

résultat qui détermine la position de la fibre neutre FN.

C) Établissons l'équation des moments par rapport à l'axe neutre :

$$t_1\omega_1 v' + \int_o^{v-a} c_y\, ey\, dy + \int_{v-a}^{v} c_y\, Ly\, dy + t\omega v_1 = M$$

nous avons

$$\int_o^{v-a} c_y\, eydy = \int_o^{v-a}\frac{ce}{v}y^2 dy = \frac{ce}{3v}(v-a)^3$$

$$\int_{v-a}^{v} c_y\, Ly\, dy = \int_{v-a}^{v}\frac{cL}{v}\, y^2\, dy = \frac{cL}{3v}\Big[v^3 - (v-a)^3\Big]$$

substituant et résolvant par rapport à c en posant

(4)
$$I = \frac{Lv^3}{3} - \frac{(L-e)\,(v-a)^3}{3} + m\,(\omega v_1^2 + \omega_1 v'^2)$$

nous obtenons

(5)
$$c = \frac{Mv}{I}$$

et par conséquent en combinant avec (1) et (2)

(6) $$t = m\frac{Mv_1}{I}$$ (7) $$t_1 = m\frac{Mv'}{I}$$

D) Les fatigues par cisaillement et adhérence ont les mêmes expressions qu'au n° 195 en D.

⁂

Si la fibre neutre FN est située dans la table du té la valeur de v est plus petite que a ; les formules (1) et (2) sont les mêmes ; raisonnant comme nous l'avons fait ci-dessus en B et C, c'est-à-dire posant les équations statiques des composantes horizontales et des moments, nous avons :

$$t\omega = t_1 \omega_1 + \int_0^v c_y \, L dy$$

$$t_1\omega_1 v' + \int_0^v c_y \, L y dy + t\omega v_1 = M$$

qui résolues donnent en posant $I = \frac{Lv^3}{3} + m\,(\omega v_1^2 + \omega_1 v'^2)$

$$(8) \qquad v = \frac{-m\,(\omega + \omega_1)}{L} + \sqrt{\frac{m^2\,(\omega + \omega_1)^2}{L^2} + \frac{2m}{L}\,(\omega h_1 + \omega_1 d_1)}$$

$$(9) \qquad c = \frac{Mv}{I}$$

et combinant (9) avec (1) et (2) on a :

$$(10) \qquad t = m\,\frac{Mv_1}{I} \qquad \text{et} \qquad (11) \qquad t_1 = m\,\frac{Mv'}{I}$$

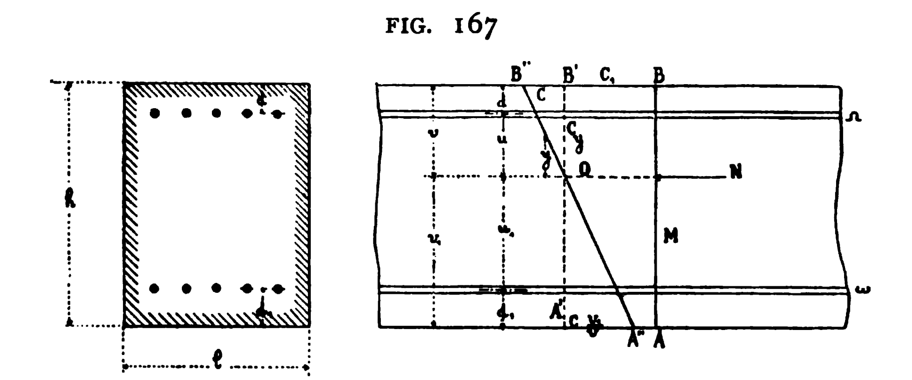
Toutes ces formules de (1) *à* (11) *servent pour la vérification d'une construction donnée ; s'il s'agit d'une étude à faire il faut employer les mêmes formules et procéder par tâtonnements.*



197. Flexion composée. — Section rectangle. — Compression partout. — Soit (FIG. 167) une poutre rectanguluaire à double armature non symétrique, elle est soumise à une résultante oblique qui sur la section BA donne une compression directe N et un moment M, moment pris par rapport à l'axe de pivotement O des sections, axe qui est à déterminer. — Nous admettons toujours les 1° et 2° du n° 194. Nous supposons que la flexion composée donne de la compression partout ; sous l'action de l'effort direct N la section BA vient en B'A' et puis sous l'effet du moment M elle vient en B''A'' ; *puisqu'il y a compression partout le pivotement autour de l'axe O se produit comme si le béton était une matière homogène résistant à la traction exactement comme il résiste à la compression*, car, en fait, la traction qui se produit, dans le pivotement de B'A' à B''A'', n'est qu'une diminution de compression.

A) Nous avons tout d'abord à déterminer l'axe de pivotement O que nous nommerons aussi *axe ou centre de compression*, c'est en ce point que doit être appliquée la compression N pour que la déformation de la section droite BA sous

FIG. 167



l'effet de N soit un simple déplacement parallèle l'amenant en B'A', de ce chef il y a une compression uniforme c_1 sur le béton et (mc_1) sur les armatures, et le moment par rapport à O des fatigues qui agissent au-dessus de l'axe est égal au moment des fatigues qui agissent en dessous, d'où

$$(1) \qquad c_1 ev\frac{v}{2} + mc_1\Omega u = c_1 ev_1\frac{v_1}{2} + mc_1\omega u_1$$

or $\quad u = v - d\,; \qquad v_1 = h - v\,; \qquad u_1 = h - v - d_1$

substituant dans (1) et résolvant on obtient

$$(2) \qquad v = \frac{\frac{1}{2}eh^2 + m\Omega d + m\omega\,(h - d_1)}{eh + m\,(\Omega + \omega)}$$

Voilà connu le *centre de compression*, c'est l'analogue du centre de gravité dans le cas de sections homogènes ; si $\Omega = \omega$ et $d = d_1$ on obtient $v = \frac{h}{2}$. — L'axe O se nomme aussi quelquefois axe du *centre de gravité* de la section fictive $[eh + m\,(\Omega + \omega)]$.

Comme vérification on peut constater que le moment fléchissant M qui agit sur B'A' et l'amène en B"A" développe sur OB' des compressions égales aux tractions développées sur OA', en effet

c étant la compression sur la fibre B'B" du béton,

$c\frac{v_1}{v}$ sera la traction sur la fibre opposée A'A"

$mc\frac{u}{v}$ sera la compression sur l'armature supérieure,

$mc\frac{u_1}{v}$ sera la traction sur celle inférieure

$\frac{cev}{2} + mc\frac{u}{v}\Omega$ est la compression totale sur OB′

$\frac{cev_1^2}{2v} + mc\frac{u_1}{v}\omega$ est la traction totale sur OA′

et en vertu de (1) on constate que cette compression et cette traction sont égales.

B) Le centre de compression étant connu, appliquons l'équation statique des projections des forces et fatigues suivant l'horizontale, nous avons :

$$(3) \qquad N = c_1 eh + mc_1(\Omega + \omega) = c_1[eh + m(\Omega + \omega)]$$

posant
$$S = eh + m(\Omega + \omega)$$

nous obtenons :

$$(4) \qquad N = c_1 S \qquad \text{ou} \quad (5) \qquad c_1 = \frac{N}{S}$$

formule analogue à celle des pièces homogènes.

C) Établissons maintenant l'équation statique des moments autour de l'axe O, nous avons

$$(6) \qquad M = mc\frac{u}{v}\Omega u + \int_0^v c_y eydy + mc\,\frac{u_1}{v}\omega u_1 + \int_0^{v_1} c_y eydy -$$
$$- \left[c_1 eh\left(\frac{h}{2} - v\right) + mc_1\,\omega u_1 - mc_1\,\Omega u \right]$$

le terme entre parenthèses représente le moment par rapport à l'axe des fatigues représentées par le rectangle BA A′B′ et en vertu de l'équation (1) ce terme est nul ; d'autre part nous avons :

$$\int_0^v c_y eydy = \int_0^v \frac{ce}{v}y^2dy = c\frac{ev^2}{3}\,; \qquad \int_0^{v_1} c_y eydy = \int_0^{v_1} \frac{ce}{v}y^2dy = c\frac{ev_1^3}{3v}$$

et substituant dans (6) nous obtenons :

$$M = mc\left(\frac{u^2}{v}\Omega \times \frac{u_1{}^2}{v}\,\omega\right) + c\left(\frac{ev^2}{3} + \frac{ev_1{}^3}{3v}\right)$$

d'où :

$$c = \frac{Mv}{\frac{ev^3}{3} + \frac{ev_1^3}{3} + m(\Omega u^2 + \omega u_1^2)}$$

le dénominateur est l'analogue du moment d'inertie dans les sections homogènes, nous posons

$$I = \frac{ev^3}{3} + \frac{ev_1^3}{3} + m(\Omega u^2 + \omega u_1^2)$$

et nous avons

(7) $$c = \frac{Mv}{I}$$

formule absolument analogue à celle trouvée pour les sections homogènes.

Le maximum de fatigue se produit en B et a pour valeur en combinant (5) et (7) :

(8) $$c_1 + c = \frac{N}{S} + \frac{Mv}{I}$$

le minimum se produit en A, il a pour valeur

(9) $$c_1 - c\frac{v_1}{v} = \frac{N}{S} - \frac{Mv_1}{I}$$

formules absolument analogues à celles trouvées pour les pièces homogènes ; ces diverses formules sont applicables aussi longtemps qu'il y a de la compression partout, c'est-à-dire que

$$\frac{N}{S} > \frac{Mv_1}{I}$$

donc au minimum pour

(10) $$\frac{N}{S} = \frac{Mv_1}{I}$$

en deçà il faut recourir aux formules du n° 198 ci-après.

Les formules (8) et (9) donnent les fatigues maxima et minima sur le béton, il nous reste à établir celles des armatures, nous avons pour l'armature supérieure (voir FIG. 167):

(11) $$mc_1 + mc\frac{u}{v} = m\left(\frac{N}{S} + \frac{Mu}{I}\right)$$

et pour l'armature inférieure :

(12) $$mc_1 - mc\frac{u_1}{v} = m\left(\frac{N}{S} - \frac{Mu_1}{I}\right)$$

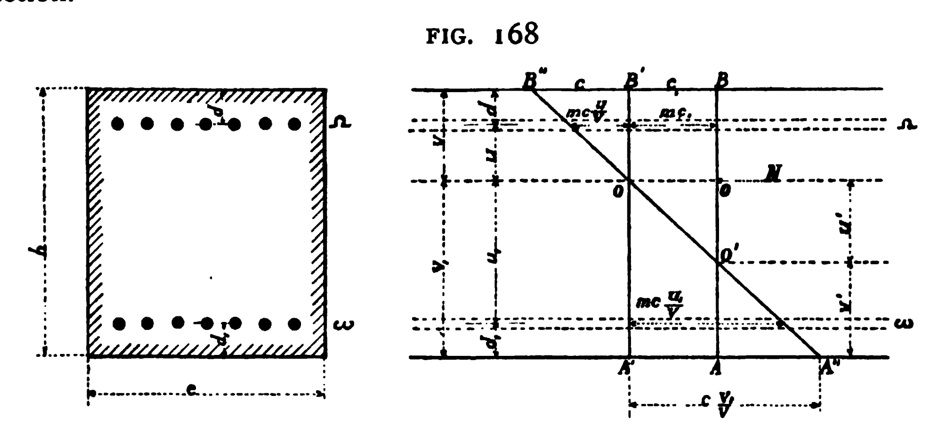
D) *Équations des composantes verticales.* — Il suffit de suivre la marche indiquée pour les cas traités ci-avant.

E) *Rayon de giration r.* — Il s'agit évidemment d'un rayon fictif que l'on obtient à la façon ordinaire en posant $I = Sr^2$ d'où r^2 en remplaçant I et S par les valeurs trouvées ci-dessus. — La considération du rayon de giration se rencontre dans l'étude du flambage des colonnes en béton armé, voir ci-avant n° 192.

⁂

198. Flexion composée. — Section rectangle. — Compression et traction. — Soit (FIG. 168) une barre rectangulaire soumise à la flexion composée et nous supposerons que le moment fléchissant soit tel qu'il y ait production de traction.

FIG. 168



Nous devons tout d'abord déterminer le *centre de compression O* c'est-à-dire le point où l'application d'une charge normale N provoque un simple déplacement parallèle de la section droite de la pièce, la détermination de ce centre de compression se fait comme ci-avant au n° 197, nous obtenons la même valeur pour v :

$$(1) \qquad v = \frac{\frac{eh^2}{2} + m\Omega d + m\omega\,(h - d_1)}{eh + m\,(\Omega + \omega)}$$

Désignons par c_1 la compression uniforme sur le béton due à l'effet de N agissant en O, la compression sur les armatures sera (mc_1), ces fatigues sont produites par la déformation parallèle qui amène BA en B'A', nous avons donc :

$$N = c_1 eh + mc_1\,(\Omega + \omega)$$

d'où (2)
$$c_1 = \frac{N}{eh + m\,(\Omega + \omega)}$$

formule identique à celle (5) du n° précédent.

Le moment M fait pivoter B'A' autour du centre de compression qui est un genre d'axe neutre et l'amène en B''A'' ; nous désignons par c la fatigue supplémentaire par compression sur le béton en B'B'' ; les fatigues qui sont la conséquence de c sont notées sur la figure ; nous voyons donc en définitive que la section BA est amenée en B''A'' et que l'axe des fibres neutres du béton est en O' ; nous avons à déterminer u', or comme la déformation de B'A' à B''A'' est due au seul effet de M nous avons que la somme des projections horizontales des fatigues développées sur B'A' dans cette déformation est nulle, ces fatigues sont

des compressions dans le triangle OB′B″ et des tractions en dessous, nous avons :

(3) $$mc\frac{u}{v}\Omega + \frac{cev}{2} = mc\frac{u_1}{v}\omega + c_1ev' + \frac{c_1eu'}{2}$$

d'où en remplaçant v' par $v_1 - u'$,

(4) $$u' = 2v_1 - \frac{c}{c_1ev}\left[ev^2 + 2m\,(u\Omega - u_1\omega)\right]$$

Établissons enfin l'équation des moments autour de O, nous avons

(5) $$M = mc\frac{u^2}{v}\Omega + mc\frac{u_1^2}{v}\omega + c\frac{ev^2}{3} + c_1\frac{eu'^2}{3} + c_1ev'\left(v_1 - \frac{v'}{2}\right)$$

d'où

(6) $$u'^2 - \frac{6c}{c_1ev}\left[\frac{ev^3}{3} + m\,(u^2\Omega + u_1^2\omega)\right] = 3v_1^2 - \frac{6M}{c_1e}$$

Les deux équations (4) et (6) contiennent les deux inconnues c et u' et permettent de les déterminer. — Connaissant c et c_1 nous avons :

compression maximum sur le béton $= c_1 + c$

compression minimum sur le béton $= c_1$

compression maximum sur l'armature supérieure $= m\left(c_1 + c\frac{u}{v}\right)$

traction maximum sur celle inférieure $= m\left(c\frac{u_1}{v} - c_1\right)$

Il y aurait maintenant à évaluer les fatigues de cisaillement longitudinal et transversal dues à l'effort tranchant, la marche est celle exposée au nº 194, inutile de nous répéter.

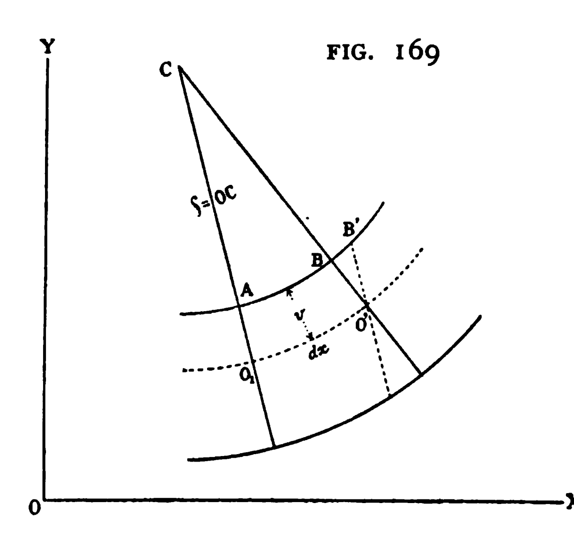


FIG. 169

⁂

199. Déformation de pièces droites dans le cas de flexion simple et composée. — Les formules générales de déformation des pièces en béton armé s'établissent en considérant cette matière comme étant homogène et à même de résister à la traction et ayant pour la traction le même coefficient d'élasticité que pour la compression ; cela étant et appliquant l'hypothèse des sections planes nous avons que dans le cas de flexion

simple la déformation d'un tronçon dx consiste (FIG. 169) en un pivotement des sections d'extrémité autour de leur axe neutre ; après pivotement les traces de ces sections par le plan de symétrie de la pièce se coupent en un point C qui est le centre de courbure de la portion dx de l'élastique. Menant par O′ une parallèle O′B′ à O_1A, nous avons en vertu des triangles semblables (voir Tome I, chap. X, § 5) :

$$\frac{\rho}{dx} = \frac{v}{BB'} \quad \text{d'où} \quad \rho = \frac{v}{\frac{BB'}{dx}}$$

or

$$\frac{BB'}{dx} = \frac{c}{E_t} \qquad \text{d'où} \qquad \rho = \frac{vE_t}{c}$$

or

$$\frac{c}{v} = \frac{M}{I} \qquad \text{d'où} \qquad \frac{E_t I}{\rho} = M$$

et s'il s'agit d'un tronçon droit dont l'axe avant flexion est parallèle à l'axe OX, nous avons :

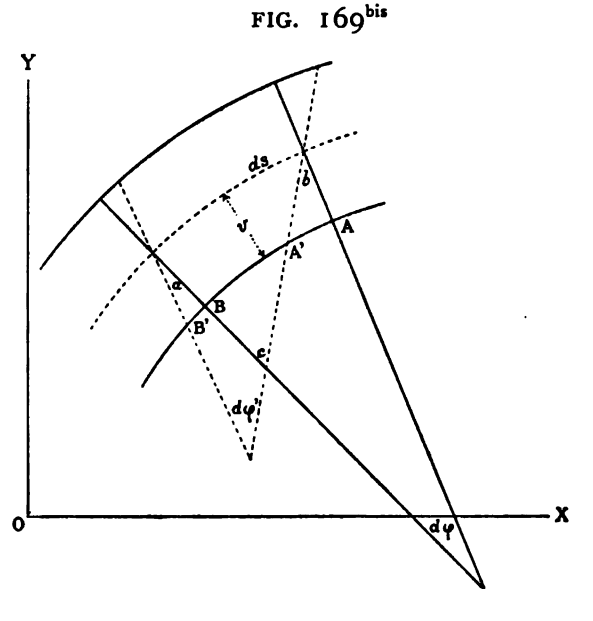
$$E_t I \frac{d^2y}{dx^2} = M$$

Voilà l'équation différentielle de l'élastique dans le cas de la flexion simple ; répétant les raisonnements exposés au Chap. X, § 6, n° 111 de notre Tome I on verra que cette équation ne change pas dans le cas de flexion composée. — Le I entrant dans cette expression s'évaluera comme ci-avant pour les divers cas de flexion.

***

199bis. Variation Angulaire dans le cas de pièces droites ou courbes. — Cherchons l'expression de la variation angulaire de flexion d'un tronçon droit ou courbe occupant une position quelconque par rapport aux axes ; soit (FIG. 169 bis) un tronçon de longueur ds; sous l'action de la flexion les sections d'extrémité A et B qui font un angle $d\varphi$ viennent en A′ et B′ faisant un angle $d\varphi'$, la variation angulaire du chef de la flexion est $(d\varphi' - d\varphi)$, nous allons l'évaluer comme s'il s'agissait d'une pièce homogène :

FIG. 169bis



$$d\varphi' = c - a\,; \qquad c = d\varphi + b$$

d'où
$$d\varphi' - d\varphi = b - a = \frac{AA' - BB'}{v}$$

$(AA' - BB')$ est la compression de la fibre AB, nous avons : $i_b = \frac{AA' - BB'}{ds} = \frac{c}{E_b}$

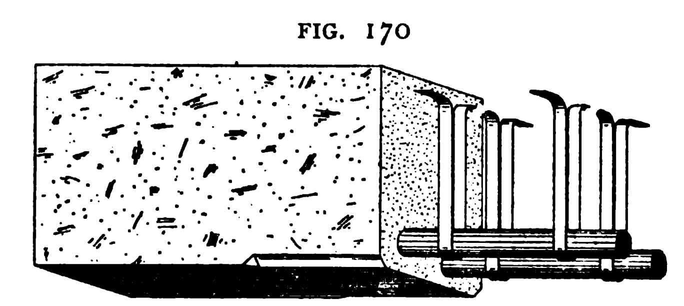
d'où $AA' - BB' = \frac{c\,ds}{E_b}$ par conséquent : $d\varphi' - d\varphi = \frac{c}{v}\frac{ds}{E_b} = \frac{M\,ds}{E_b I}$

voilà l'expression de la variation angulaire cherchée, l'expérience a confirmé que cette formule était applicable aux poutres en béton armé, voir ci-après le n° 203.



200. Détails d'exécution[1]. — Les poutres en béton armé qui doivent résister par flexion présentent le type général FIG. 170 : les barres horizontales inférieures sont destinées à résister à la traction et au cisaillement vertical, le béton supérieur résiste à la compression et les étriers verticaux (fers de 25 à 60 millimètres de largeur sur 2 à 3 millimètres d'épaisseur) ont pour but d'équilibrer le cisaillement longitudinal.

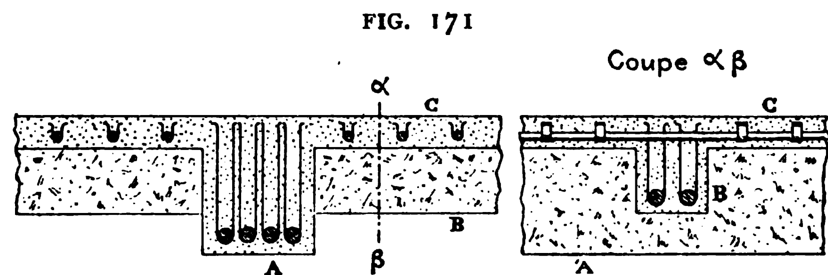
FIG. 170



Si la compression sur le béton atteint un taux trop élevé on ajoute des barres longitudinales du côté comprimé, et quelquefois ce côté est fretté, voir n° 191 bis.

La FIG. 171 représente un plancher composé de poutres principales A, de poutres secondaires B et de dalles de remplissage C, le tout exécuté d'une pièce

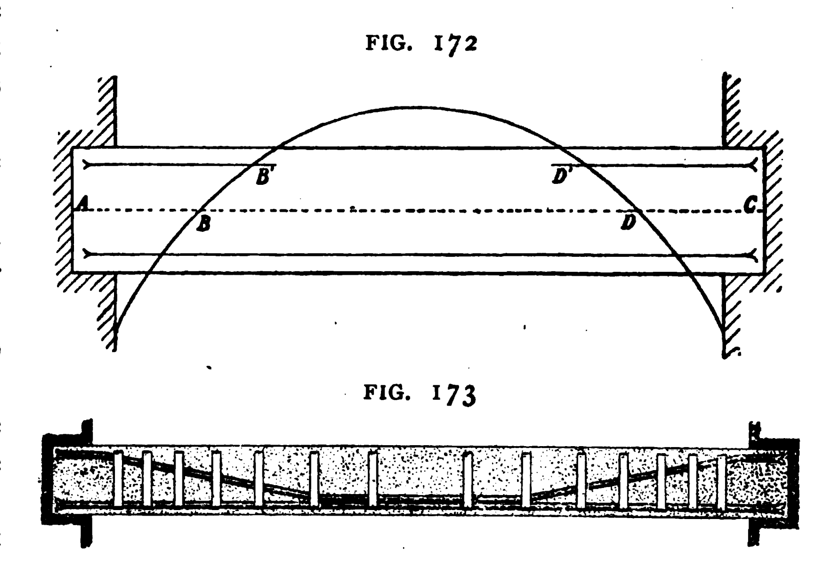
FIG. 171



Dans les cas où les poutres sont encastrées partiellement ou totalement aux extrémités, il y a en ces parties des effets de traction qui se produisent dans le

(1) Suite du n° 187 ci-avant.

haut des pièces, aussi sur toute la longueur où ces tractions règnent on doit disposer une armature ainsi que l'indique la FIG. 172. M. Hennebique réalise quelquefois cette armature du haut en relevant la moitié des barres inférieures de la poutre ainsi que l'indique la FIG. 173.



L'armature du haut doit s'étendre sur toute la portion AB et CD (voir FIG. 172) où le diagramme indique la production de traction, et en outre il faut un certain supplément de B à B′ et de D à D′ égal généralement de 40 à 60 fois le diamètre de l'armature, supplément qui par son adhérence avec le béton établit la solidarité entre l'armature et la poutre de façon que dans la portion de B à A et de D à C l'armature soit à même de jouer le rôle de traction que lui imposent les charges et ainsi soustraire complètement le béton à ce genre d'effort.

On remarquera (FIG. 173) que les extrémités des barres sont ouvertes en queue d'aronde, ce afin de bien prendre appui sur le béton; quelquefois on se contente de replier ces extrémités en forme de crochet.



Pour obtenir une bonne construction en béton armé il importe d'avoir un homme soigneux et expérimenté, de bons matériaux, un bon dosage bien malaxé, la pose minutieuse des armatures bien conforme aux plans, les barres métalliques bien nettoyées et nettes de toute souillure, corps gras, rouille ; la quantité d'eau maintenue bien constante, un bourrage soigné et énergique de façon à n'avoir *aucun vide ni dans la masse ni dans les coins et recoins de l'armature*, enfin des cintres solides qu'on n'enlèvera qu'après prise complète du béton et sa parfaite adhérence au métal.

En particulier on ne saurait trop recommander la continuité du bétonnage, le béton ne présentant tous ses avantages que s'il forme monolithe. Le temps entre deux couches successives ne doit pas excéder la durée de la prise du

ciment, soit 3 à 4 heures. Si on doit interrompre il faut à la reprise gratter et laver à grande eau la surface de raccord et l'abreuver de barbotine [1].

Il importe de ne pas perdre de vue que la sécurité d'un ouvrage en béton armé n'est assurée, quelles que soient les fatigues admises dans les calculs, que par la qualité des matériaux employés, leur dosage mathématique et le soin apporté dans leur emploi. — *Le béton armé ne vaut que par la perfection de son exécution.* — Les accidents survenus sont en général dus à la médiocre qualité des matériaux ou à leur mauvais emploi ou à ce que lors du pilonnage les armatures ont été déplacées. Il faut exercer une surveillance stricte sur la provenance et la qualité des matériaux, le dosage des mélanges, la pureté de l'eau employée à la confection des mortiers, le damage du béton, son bourrage le long des armatures, le solide arrimage de celles-ci, etc. — Le damage est quelquefois remplacé par le simple coulage du béton fabriqué très fluide. — Il faut dans le béton la quantité d'eau suffisante pour lui donner la plasticité nécessaire pour le bon enrobage des armatures et le remplissage de tous les vides, mais il ne faut rien de plus.

Le béton exposé à l'air sec subit un très fort retrait pendant les premiers jours, cette contraction est entravée par les armatures, d'où des fissures dans la masse du béton, car celui-ci n'a pas encore la force d'adhérence suffisante pour obliger le métal de le suivre dans son mouvement de contraction et d'autre part il n'a ni assez de ténacité ni assez de ductilité pour se contracter sans donner naissance à des fissures. Au contraire si l'on maintient le béton humide pendant un temps suffisant, son retrait est nul, il acquiert de la résistance et de la ductilité, et lorsque l'humidité cessant il tend à se raccourcir il adhère fortement au métal et *l'oblige à le suivre dans son mouvement de retrait*, et ainsi on évite les fissures, tout au moins les fissures importantes ; par contre l'armature métallique est soumise à une compression initiale en sus de celles qui proviendront des charges ; pour le calcul de ces fatigues initiales, voir une note de M. Rabut dans le *Génie Civil* du 21 mars 1914, p. 422.

Les constructions en béton armé prennent peu à peu des flèches qui augmentent pendant un an à 18 mois, cela est dû au retrait dont question, retrait qui se fait librement du côté comprimé (s'il n'y a pas d'armatures) et est entravé du côté étendu du chef de l'adhérence aux armatures, et de ces retraits inégaux résultent des flèches qui ont le même sens que celles dues aux charges.

Il ne faut pas perdre de vue que la gelée est très nuisible aux constructions en béton en cours d'exécution et surtout aux constructions en béton armé.

---

(1) La *barbotine* est un coulis assez épais de ciment pur que l'on passe sur le béton ancien avant la continuation du nouveau bétonnage ; cette pratique améliore sensiblement la résistance de la soudure de reprise ; voir expériences de M. Mesnager, *An. des P. C.* 3e trim. 1907, p. 181 ; voir aussi *Le Génie Civil*, n° du 26 avril 1913, p. 518.

Les poutres en béton armé donnent aux épreuves sous une charge égale à 1.5 fois celle du calcul une flèche variant de 1/600 à 1/1200 de la portée; le cinquième environ de cette flèche reste permanent.

Le poids spécifique moyen du béton armé, tout compris, est de 2500 kgs le mètre cube.

***

Pour le béton de dosage A, n° 187, on peut aller jusque 45 kgs par centim. carré comme charge de sécurité à la compression.

Pour l'acier des armatures il convient de prendre du métal dont la limite d'élasticité c'est-à-dire le commencement des grandes extensions (FIG. 4 Tome I), ne soit pas inférieure à 2400 kgs et pour cet acier on peut admettre une fatigue de sécurité de 1200 kgs par cent. carré. Le coefficient de sécurité est donc réduit à 2, ce faible chiffre est permis à cause de l'absence des efforts secondaires et de la faiblesse des effets dynamiques agissant sur les armatures. La limite élastique du métal est une constante de première importance dans les constructions en béton armé, bien plus importante que la rupture : un acier à 40 kgs dont la limite d'élasticité est à 18 kgs n'est évidemment pas bon pour une poutre en béton armé calculée à 12 kgs, en effet il suffit d'une erreur dans l'appréciation des surcharges ou des charges mortes ou d'un effet dynamique et la limite 18 kgs serait atteinte et de grands allongements se produiraient et comme conséquence de graves fissurations dans le béton et les poutres devraient être mises hors service.

FIG. 173bis

d

La fatigue de sécurité par adhérence entre le métal et le béton peut être prise égale à 4 et jusque 5 k. par cent. carré.

Moyennant l'adhérence le joint des barres interrompues peut se faire très simplement par redoublement des barres, le béton formant la liaison : soit, FIG. 173bis, la longueur du redoublement égal à l le joint doit satisfaire à la condition :

$$\frac{\pi d^2}{4} \times 1200 = \pi d l \times 5 \quad \text{d'où} \quad l = 60\,d$$

Moyennant ce redoublement la transmission des efforts se fait comme si l'armature était continue; l'expérience corrobore cette indication, voir : *A. P. C. mars-avril 1908, p. 109, un mémoire de M. Mesnager.*

Il convient d'ailleurs de ne pas interrompre toutes les barres dans une même section, mais de répartir ces interruptions.

On augmente la solidité du joint en ligaturant les barres et les terminant en forme de crochet.

Pour le béton du dosage spécifié ci-dessus on admet comme fatigue de sécurité du cisaillement du béton, ou de son glissement longitudinal sur lui-même, jusque 4 kgs par cent. carré.

***

Un inconvénient grave du béton armé au point de vue de l'ingénieur responsable est qu'il dépend presque entièrement de la valeur morale et technique de ses sous-ordres, entrepreneur et surveillant ; malgré ses visites au chantier et sa surveillance personnelle qui nécessairement est intermittente les plus graves malfaçons peuvent lui échapper parce que le béton couvre et cache tout : on a rencontré des cas où les poutres et colonnes ne contenaient pas les barres voulues et d'autres cas où ces barres étaient à d'autres endroits que ceux prévus.

Tout autre est le cas des constructions métalliques, celles-ci se présentent toujours complètement découvertes à l'œil de l'ingénieur et pour peu qu'il soit du métier rien de grave, ni même rien d'un peu important ne peut lui échapper ; c'est là une grande sécurité pour celui qui doit assumer la responsabilité de la construction.

Le meilleur moyen de contrôle que jusqu'ici on a trouvé pour les constructions en béton est de faire confectionner une ou plusieurs pièces supplémentaires que l'on soumettra à des essais au moment où l'on estime que le temps du décentrage ou décoffrage est arrivé, et d'après les résultats de cet essai on jugera si on peut décentrer ou décoffrer. — Cela ne nous paraît pas bien pratique.

Il faut encore ajouter qu'en cas d'accident les expériences en vue de déterminer la qualité du béton employé sont très difficiles.

***

201. Circulaire française du 20 octobre 1906. — Après trois années d'études, de recherches expérimentales et de discussions approfondies l'Administration des Ponts et Chaussées de France a arrêté une série d'indications et instructions de la plus haute importance en matière de béton armé.

Rien dans ce qui est dit ci-avant et ci-après n'est en contradiction avec cette circulaire, tout au contraire celle-ci complète ce que nous donnons et quiconque veut pratiquer le béton armé doit en prendre connaissance : voir *An. des Ponts et Chaussées*, 4ᵉ trim. de 1906, p. 271.

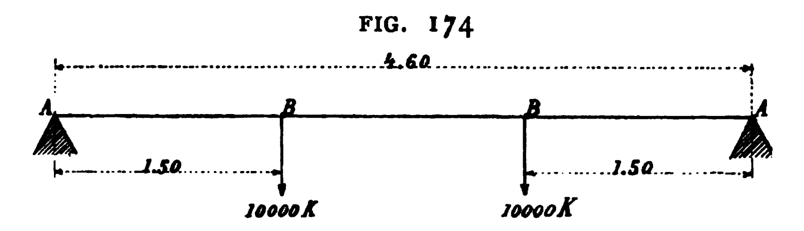
Il est à remarquer que les formules générales données dans cette circulaire, quoique d'apparence différente de celles de notre exposé ci-avant, peuvent s'y ramener, car au fond ce sont les mêmes.

Cette circulaire a eu un complément le 11 juillet 1912 qui surtout a en vue le calcul des plaques appuyées sur leurs quatre côtés. — Voir *Ann. des Ponts et Chaussées*, novembre et décembre 1912, p. 469.

***

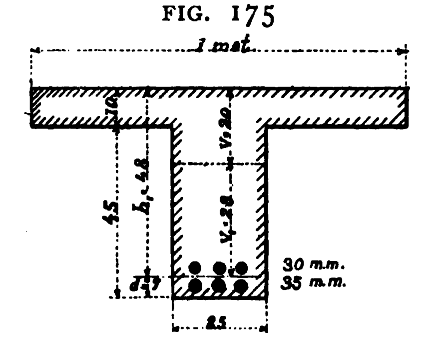
202. Exercice. — Soit une poutre principale de plancher recevant deux poutres secondaires qui la chargent localement à raison de 10.000 kgr. (FIG. 174),

FIG. 174



la section de cette poutre est indiquée FIG. 175, on a pour les six barres d'acier $\omega = 50$ cent. carrés, on admet qu'une partie du hourdis de remplissage est solidaire de la poutre et travaille avec elle, sa section est donc en forme de té ; la proportion de hourdis à admettre comme solidaire de la poutre proprement dite est indiquée dans la circulaire du n° 201.

FIG. 175



Nous appliquons les formules du n° 196, nous avons :

M maximum = 1,500,000 kg. centimt.

$$v = \frac{-1}{25}\left[10 \times 75 + 12 \times 50\right] + \sqrt{\left[\frac{1}{25}(10 \times 75 + 12 \times 50)\right]^2 + \frac{1}{25}\left[100 \times 75 + 2 \times 12 \times 50 \times 48\right]} = 20 \text{ centim.}$$

$$I = \frac{100 \times \overline{20}^3}{3} - \frac{75 \times \overline{10}^3}{3} + 12 \times 50 \times \overline{28}^2 = 712100$$

$$c = \frac{Mv}{I} = \frac{1500000 \times 20}{712100} = 42 \text{ kgr. par cent. carré}$$

$$t = 12 \times 42 \times \frac{28}{20} = 706 \text{ kgr. par cent. carré}$$

les fatigues maximum sont donc 42 kgr. à la compression sur béton et 706 kgr. par cent. carré sur l'acier.

Voyons les effets de l'effort tranchant : nous prenons comme charge de sécurité par cisaillement sur le béton 2 kgr. par cent. carré et $\frac{4}{5} \times 750$ soit 600 kgr. sur le fer ; le cisaillement total vertical à l'appui est de 10000 kgrs, donc il y a sur le métal

$$\frac{10000}{50} = 200 \text{ kgr. par cent. carré}$$

la fatigue de cisaillement longitudinal sur le béton est (formule 9 du n° 195)

$$\theta_o = \frac{10000}{712100 \times 25} \times 12 \times 50 \times 28 = 9^k 5 \text{ par cent. carré}$$

cette fatigue est trop élevée, il faut recourir aux étriers, nous avons, formule 8 du n° 195,

$$\theta_o e \Delta x = \frac{M_1 - M_0}{I} \times m\omega v_1$$

nous prenons Δx = 150 centimètres c'est-à-dire toute la longueur depuis A jusque B de la FIG. 173; $M_1 - M_0$ = 1 500000 kgcent. donc

$$\theta_o e \Delta x = \frac{1500000}{712100} \times 12 \times 50 \times 28 = 35400 \text{ kgmes}$$

voilà le cisaillement total maximum sur chaque portion AB de la poutre FIG. 173, les étriers sont de 40 × 2,5 dont la section résistante pour les 2 branches est de 200 millimètres et la force de résistance de : 200 × 6^k = 1 200 kgs, il faudra

$$\frac{35400}{1200} = 30 \text{ étriers}$$

sur chaque portion AB de la poutre, donc 60 étriers au total pour la poutre, soit 20 étriers par armature, car il y a 3 armatures chacune composée de deux barres ainsi que l'indique la FIG. 174, ces étriers sont tous disposés de A à B, il n'y en a pas dans l'intervalle BB puisque là l'effort tranchant est nul ; ces étriers sont également espacés de A à B parce que le diagramme de M est une droite et par conséquent (M_1 — M_0) sont égaux pour des espacements égaux ; si le diagramme était une courbe parabolique l'écartement des étriers irait en diminuant de B vers A ainsi que l'indique la FIG. 172, parce que tous les étriers étant égaux il faut pour chacun la même valeur de ($M_1 - M_0$).

La fatigue par adhérence entre le béton et les armatures a pour expression (voir formule 10 du n° 195) :

$$\theta.\pi(3 \times 3^c + 3 \times 3^c,5).\ \Delta x = \frac{M_1 - M_0}{I} \times 12 \times 50 \times 28$$

d'où à la limite :

$$\theta \times \pi \times 19^c,5 = \frac{dM}{dx} \times \frac{12 \times 50 \times 28}{712100}$$

$$\theta = \frac{10000 \times 600 \times 28}{612 \times 712100} = 4^k \text{ par cent. carré}$$

ce qui est le taux de sécurité indiqué ci-dessus.

La surface d'appui de la poutre sur le mur doit évidemment être proportionnée à la charge de 10000 kgr. qui agit à chaque extrémité.

Il y aurait, aux charges 10 tonnes des calculs ci-dessus, à ajouter le poids mort de la poutre, ce poids se calcule en tablant sur un poids spécifique moyen de 2500 kgr. au mètre cube, béton et armature.



Lors de la construction en 1904 du nouveau théâtre lyrique à Cleveland, E. U., il a été fait usage de poutres en béton armé de dimensions assez exceptionnelles, leur portée est de 16^m78 entre supports, leur section est un té de 1^m525 de hauteur totale, la tige a 1^m27 et 0^m305 d'épaisseur, la table a 0^m71 de largeur et 0^m255 de hauteur. — Le béton est composé de 1 ciment Portland, 2 sable et 4 gravier. — L'armature se compose de 17 barres horizontales de $37,5^m/_m$ de diamètre, dont 10 sont placées à la partie inférieure de la tige verticale du té.

On a donné à la poutre une flèche de pose de 38 millimètres qui s'est réduite à 28 du chef du poids mort. — Le décintrage s'est fait 28 jours après le bétonnage et 21 jours plus tard il fut procédé à un essai de résistance en suspendant au milieu de la poutre une charge de 44 tonnes, la flexion constatée fut de 16 millimètres environ.

§ 5. Poutres continues en béton armé.

203. Pour le calcul des poutres continues en béton armé, on admet (ce qui en fait est peu exact) que le béton résiste à l'extension et présente le même coefficient d'élasticité qu'à la compression, une fois cette hypothèse admise les formules établies ci-dessus pour la flexion composée avec compression partout deviennent applicables même s'il y a de la traction; or ces formules ramènent le problème de la résistance d'une pièce en béton armé, c'est-à-dire d'une pièce hétérogène, à celui de la résistance d'une pièce homogène fictive, dès lors tous les résultats généraux et classiques obtenus dans ce dernier cas s'étendent au premier ; ainsi si on a une poutre en béton armé de portée l encastrée à ses deux extrémités et portant une charge uniforme p kilog. par unité courante, on admettra les résultats obtenus pour la poutre homogène, c'est-à-dire que le plus grand moment fléchissant se produit à l'encastrement et a pour valeur $\frac{+pl^2}{12}$, et qu'au milieu sa valeur est $\frac{-pl^2}{24}$. — Et si l'encastrement est partiel, on prendra une valeur intermédiaire entre celles ci-dessus et celles correspondant à l'appui simple.

Ainsi donc, si on a une poutre continue à plusieurs travées, on déterminera les diagrammes des M et T comme si c'était une poutre homogène et pour le surplus on déterminera les fatigues d'après les formules de flexion établies ci-avant.

C'est aussi la conclusion à laquelle est arrivée la grande *Commission allemande du béton armé :* le professeur Märsch chargé par cette commission d'étu-

dier le rapport entre la déformation et le M dans les poutres en béton armé a trouvé que la formule $d\varphi' - d\varphi = \frac{M\,ds}{EI}$ est suffisamment exacte et qu'en pratique on peut calculer les poutres encastrées et continues comme s'il s'agissait de pièces prismatiques et homogènes. — Voir A. T. P. 1912, p. 857.

§ 6. Voûtes en béton armé.

204. Généralités. — Les voûtes en béton armé se composent généralement d'arcs distincts portant des dalles qui reçoivent le remplissage et au-dessus la chaussée ou la voie ferrée. — Les arcs sont à section rectangle ou en té, toujours ils ont une double armature.

Les arcs sont quelquefois à 3 articulations, dans ce cas leur calcul est direct et se fait par la statique ; s'il y a moins de 3 articulations le calcul est indirect, c'est un calcul de vérification, on se donne à priori les dimensions de l'arc soit par un calcul approximatif soit par une comparaison avec des travaux existants et ensuite on recherche si les conditions voulues d'une bonne stabilité se trouvent remplies.

Nous n'avons rien de particulier à dire concernant le calcul de l'arc à 3 articulations, nous renvoyons à notre Tome V, Chap. II, § 2.

***

205. Arc ayant moins de 3 articulations. — Le calcul se fait en recourant aux conditions de déformation et en appliquant les principes et hypothèses exposées ci-dessus pour les poutres continues, on calculera donc les réactions aux naissances (ou bien les π q μ à la clef) comme nous l'avons exposé en notre Tome I pour les arcs homogènes ; en chacune des sections on pourra ensuite déterminer MNT et appliquant les formules de flexion ci-avant on déterminera les fatigues sur le béton et sur le métal.

FIG. 167

Nous avons d'ailleurs vu ci-avant que les déformations par compression, traction et flexion des pièces en béton armé se font d'après des lois semblables à celles des matériaux homogènes ; nous avons notamment vu au n° 199 bis que la variation angulaire de flexion a pour expression $\frac{M\,ds}{E_b\,I}$ ce qui est la même formule que pour le fer et l'acier, la seule différence gît dans la valeur de E_b et l'expression de I.

On peut donc appliquer aux pièces courbes en béton armé les formules de déformation établies au Chap. II, § 1 de notre Tome V ; pour les arcs à forte flèche ces formules sont celles du n° 31 de ce tome savoir (voir FIG. 167) :

$$\Delta x_1 = \Delta x_0 + (y_1 - y_0)\,\Delta\alpha_0 + \int_A^B (y_1 - y)\frac{M\,ds}{E_b\,I} + a\,(x_1 - x)$$

$$\Delta y_1 = \Delta y_0 + (x_1 - x_0)\,\Delta\alpha_0 + \int_A^B (x_1 - x)\frac{M\,ds}{E_b\,I} + a(y_1 - y_0)$$

$$\Delta\alpha_1 = \Delta\alpha_0 + \int_A^B \frac{M\,ds}{E_b\,I}$$

et pour les arcs à faible flèche on introduit les simplifications du n° 32, ce qui donne :

$$\Delta x_1 = \Delta x_0 + (y_1 - y_0)\,\Delta\alpha_0 + \int_A^B (y_1 - y)\,\frac{M\,ds}{E_b\,I} + \frac{Q\,(x_1 - x_0)}{E_b\,\Omega} + a\,(x_1 - x_0)$$

$$\Delta y_1 = \Delta y_0 + (x_1 - x_0)\,\Delta\alpha_0 + \int_A^B (x_1 - x)\,\frac{M\,ds}{E_b\,I} + \frac{Q\,(y_1 - y_0)}{E_b\,\Omega} + a\,(y_1 - y_0)$$

$$\Delta\alpha_1 = \Delta\alpha_0 + \int_A^B \frac{M\,ds}{E_b\,I}$$

Δx_0 Δy_0 $\Delta\alpha_0$ sont les facteurs de la déformation de la section A à l'origine du tronçon considéré ; Δx_1 Δy_1 $\Delta\alpha_1$ ceux de la section B à l'autre extrémité de ce tronçon ; a est le coefficient de la dilatation sous l'effet de la température.

Q est la composante horizontale ou poussée agissant aux naissances de l'arc.

Supposons que la section A soit à l'origine de l'arc encastré, mettons l'origine des coordonnées au centre de gravité de cette section et faisons abstraction des effets de la température, les formules deviennent dans le cas de l'arc à forte flèche :

$$\Delta x_1 = \int_A^B (y_1 - y)\,\frac{M\,ds}{E_b\,I}$$

$$\Delta y_1 = \int_A^B (x_1 - x)\,\frac{M\,ds}{E_b\,I}$$

$$\Delta\alpha_1 = \int_A^B \frac{M\,ds}{E_b\,I}$$

et dans le cas de l'arc à faible flèche :

$$\Delta x_1 = \int_A^B (y_1 - y)\,\frac{M\,ds}{E_b\,I} + \frac{Q x_1}{E_b\,\Omega}$$

$$\Delta y_1 = \int_A^B (x_1 - x)\,\frac{M\,ds}{E_b\,I} + \frac{Q y_1}{E_b\,\Omega}$$

$$\Delta\alpha_1 = \int_A^B \frac{M\,ds}{E_b\,I}$$

Le signe + de ces formules générales n'a aucune signification spéciale, c'est un simple signe de connexion des termes ; dans chaque cas particulier il faut prendre le signe + ou le signe — d'après la convention faite pour les signes, voir le n° 29 du Tome V (Chap. II, § 1).

E_b est le coefficient d'élasticité du béton, sa valeur donnée ci-dessus est $\frac{E}{m}$. — Le moment d'inertie I a les valeurs données ci-dessus pour les sections rectangle ou les sections té à double armature.

Ces formules permettent de déterminer les réactions q π μ à la clef d'un arc à moins de trois articulations, il suffit d'appliquer la marche indiquée au Tome V, Chap. II, § 3, § 4 et § 5 ; connaissant ces réactions on trace la ligne des résultantes successives et on en déduit pour les diverses sections les trois facteurs M, N, T. — Ces calculs se font pour les divers cas de surcharge indiqués au n° 69 du Tome V. — En possession de ces résultats on peut procéder à la vérification de la stabilité c'est-à-dire la détermination des fatigues diverses, il suffit d'appliquer les formules du § 4 ci-avant.

§ 7. Poutres Vierendeel en béton armé.

206. On peut exécuter en béton armé des ponts à poutres évidées, le système rationnel est celui composé de brides et montants seulement, sans aucune diagonale. En vertu des principes exposés ci-dessus aux §§ 5 et 6, le calcul de ces poutres en béton armé est celui que nous avons exposé en notre Tome IV, Livres II et III.

Nous avons en 1905 exposé à Liége un projet de pont sur l'Ourthe avec travée de 50 mètres ; depuis lors le système a pris une certaine extension en Autriche et en Suisse, on en a exécuté une trentaine jusqu'ici, les uns à brides parallèles, les autres à brides supérieures courbes ; la plus grande portée réalisée jusque maintenant (1915) pour poutres simplement supportées est celle des poutres de 56 mèt. de la passerelle que nous avons exécutée à La Louvière en 1913. — Voir sur cette construction :

1° *Bulletin de l'Union des Ingénieurs de Louvain*, 5e Fascicule de 1913.

2° *Zeitschrift des Vereines deutscher Ingenieurs*, 1914, Seite 929: Die Eisenbeton Balkenbrücke der Bauart Vierendeel bei La Louviere von A. Schleusner in Charlottenburg.

§ 8. La Rouille et le Béton-Armé.

207. Pour qu'une construction en béton armé ait des chances de durée il faut de toute nécessité que le métal soit à l'abri des atteintes de l'eau et par conséquent ne puisse se rouiller, car la rouille par son expansion possède une puissance de

désorganisation irrésistible qui pourrait rompre la solidarité nécessaire entre le fer et le ciment et par conséquent mettre la stabilité de la construction en danger.

Cette question a été étudiée par M. l'Ingénieur Denil dans un mémoire (1) dont nous recommandons la lecture et dont voici la conclusion (p. 1003) : « Si » nous résumons l'analyse qui précède, nous dirons que l'avenir du Sidero-béton » nous paraît généralement assuré à condition d'employer du métal absolument » propre et à cet effet, une galvanisation légère destinée à assurer un parfait » décapage et à en conserver les effets sur le chantier jusqu'au moment de l'em- » ploi, paraît utile. Les dosages riches en ciment mis en œuvres assez humides, » sont nécessaires pour diminuer la porosité de l'enrobage ; il est indispensable » de protéger contre les infiltrations la matière armée, et d'empêcher à tout prix » le lavage interne des éléments, au moyen d'enduits ou de couvertures étanches. » Enfin la *fissuration* doit être évitée absolument par l'étude judicieuse des for- » mes et des efforts qui solliciteront la matière dans les conditions les plus diver- » ses de sollicitations, de température et de retrait. — Moyennant quoi il est » probable que le béton armé durera............»

Il cite comme ex. le pont Mativa à Liége qui en béton armé et fissuré comme il l'est, est, dit-il, sujet à présenter dans un bref avenir des phénomènes d'oxydation interne qui pourront provoquer sa ruine.

---

(1) *La destruction des Maçonneries par le Fer inclus*, par G. Denil, Ing. Principal des Ponts et Chaussées. — *An. des T. P.*, décembre 1910, p. 921.

TABLE DE MATIÈRES

CHAPITRE I.

Données expérimentales sur la résistance des maçonneries.

CHAPITRE II.

Stabilité des massifs.

CHAPITRE III.

Étude des piliers et colonnes.

CHAPITRE IV.

Poussée des terres et murs de soutènement.

CHAPITRE V.

Butée des terres.

CHAPITRE VI.

Murs de réservoirs et barrages.

CHAPITRE VII.

Voûtes, Culées, Piles.

CHAPITRE VIII.

Cheminées.

CHAPITRE IX.

Phares.

CHAPITRE X.

Murs de clôture.

CHAPITRE XI.

Stabilité des fondations.

CHAPITRE XII.

Béton Armé.

Imprimé par Desclée, De Brouwer & Cie, — BRUGES. — N° 888.

COURS

DE

STABILITÉ DES CONSTRUCTIONS

PAR

A. VIERENDEEL
Professeur à l'Université de Louvain
Ingénieur en chef, Directeur du Service Technique de la Flandre Occidentale
Ancien Chef de Service des Ateliers de Construction de La Louvière
Lauréat du Prix du Roi pour l'Architecture Métallique

TOME V

Maçonneries. — Calcul des Fondations. — Béton armé.

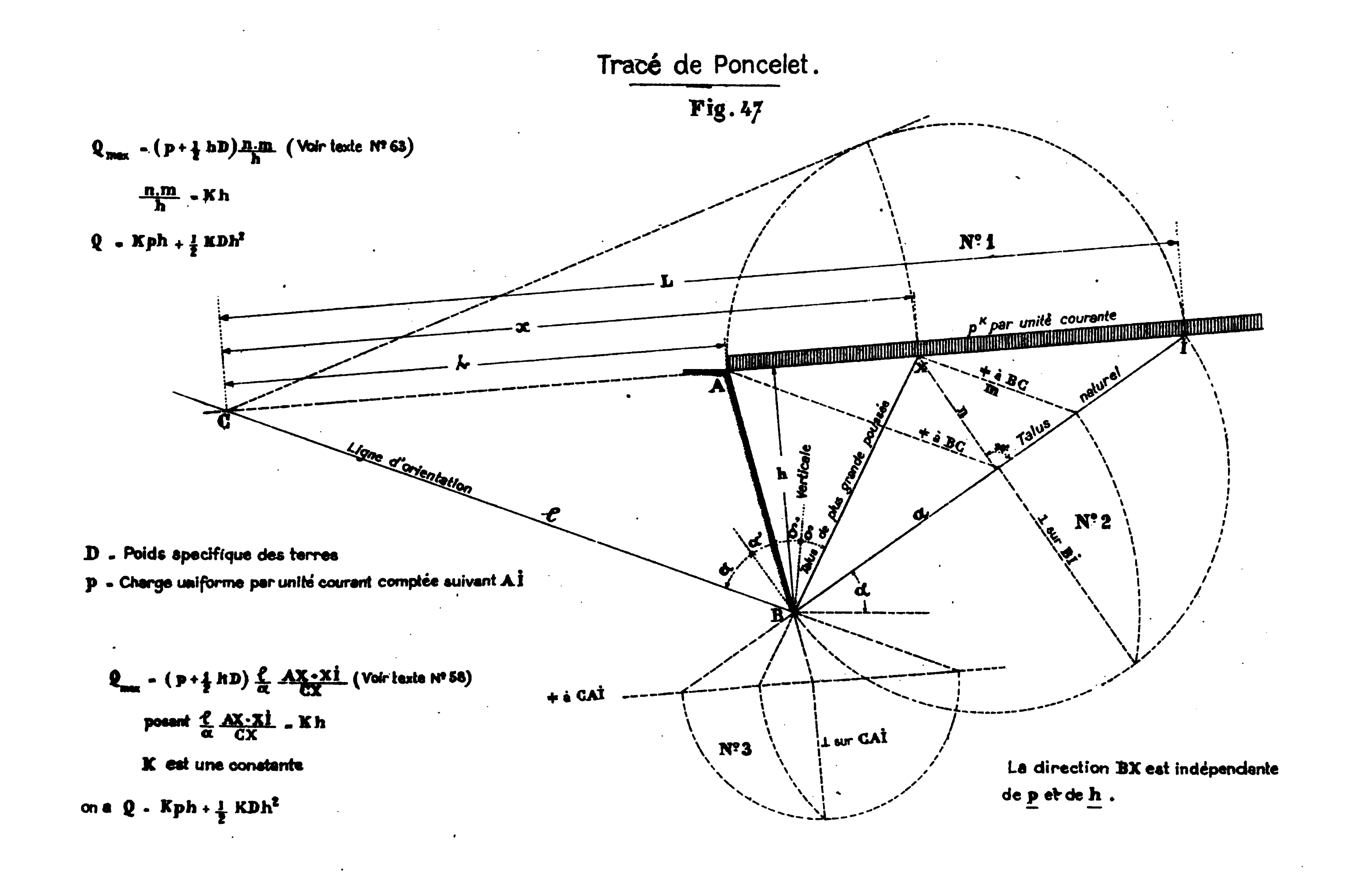
PLANCHES

LOUVAIN
LIBRAIRIE UNIVERSITAIRE
A. UYSTPRUYST, Éditeur

PARIS
DUNOD
Éditeur.

1920

IMPRIMÉ EN BELGIQUE


Tracé de Poncelet.
Fig. 47
$Q_{max} = (p + \frac{1}{2} hD) \frac{n.m}{h}$ (Voir texte N° 63)
$\frac{n.m}{h} = Kh$
$Q = Kph + \frac{1}{2} KDh^2$
N° 1
L
x
λ
p^K par unité courante
A
C
I
X
Ligne d'orientation
ℓ
h
Verticale
Talus de plus grande poussée
+ à BC
m
n
Talus naturel
⊥ sur BI
N° 2
α
B
D = Poids spécifique des terres
p = Charge uniforme par unité courant comptée suivant AI
$Q_{max} = (p + \frac{1}{2} hD) \frac{\ell}{\alpha} \frac{AX \cdot XI}{CX}$ (Voir texte N° 58)
posant $\frac{\ell}{\alpha} \frac{AX \cdot XI}{CX} = Kh$
K est une constante
on a $Q = Kph + \frac{1}{2} KDh^2$
+ à CAI
N° 3
⊥ sur CAI
La direction BX est indépendante de p et de h.

PL. II

Fig. 48

Parabole et trapèze de Poussée (texte nos 58 et 60)

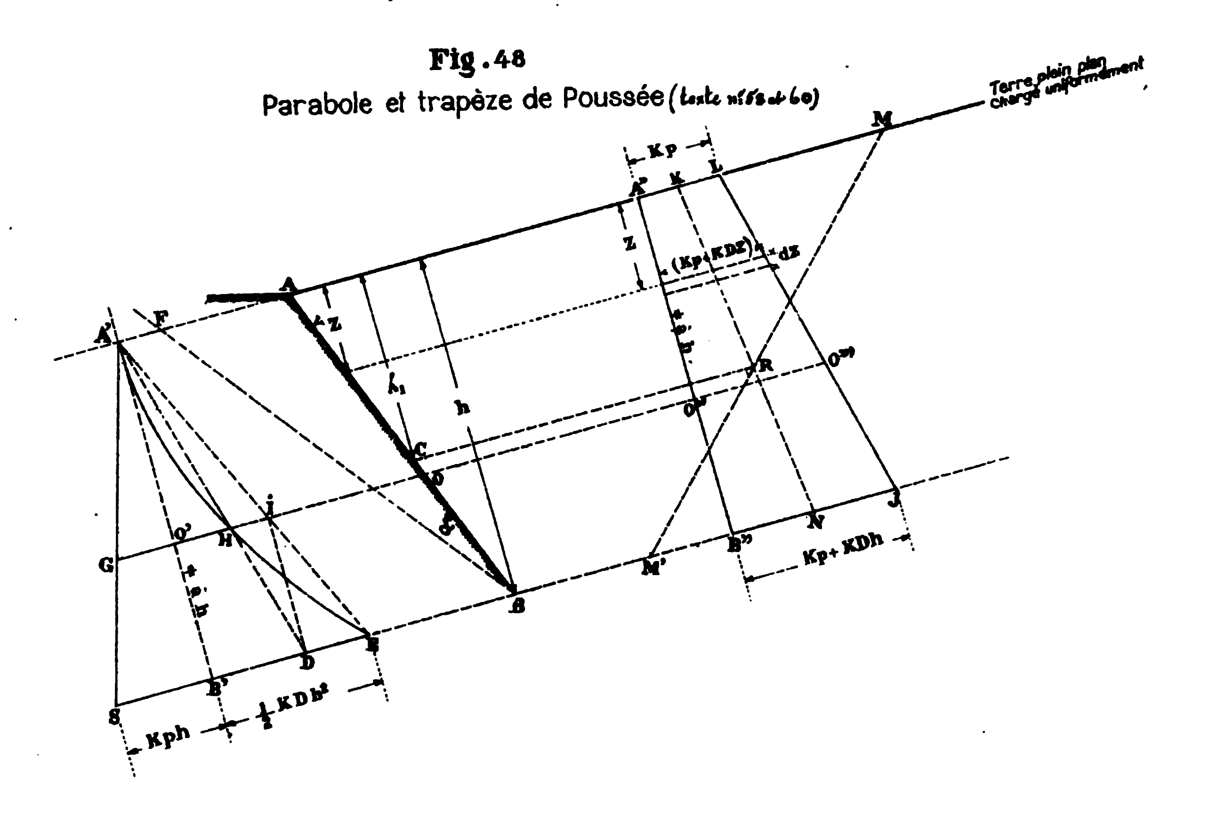


Fig. 50

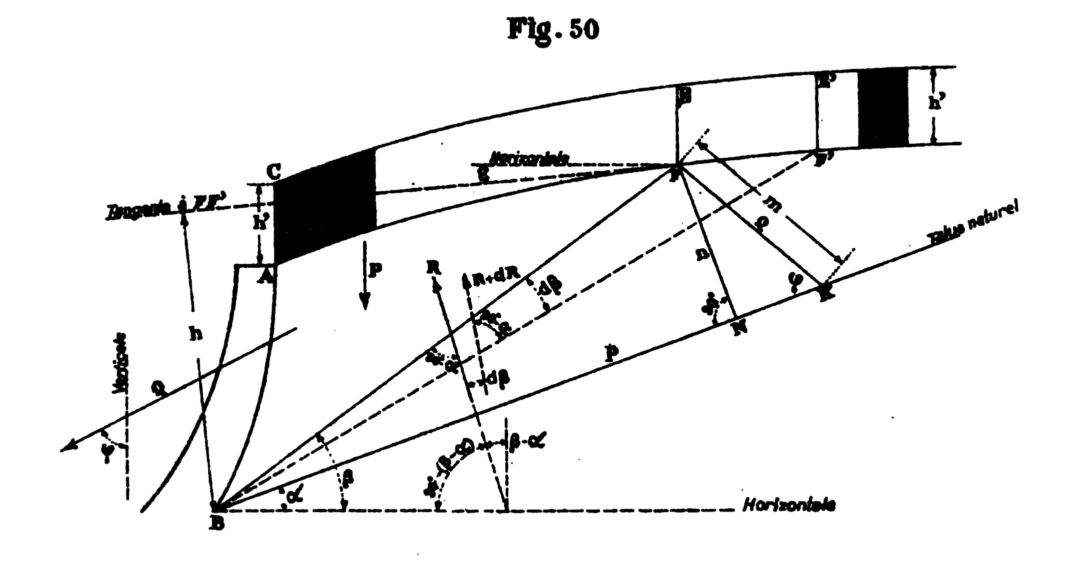
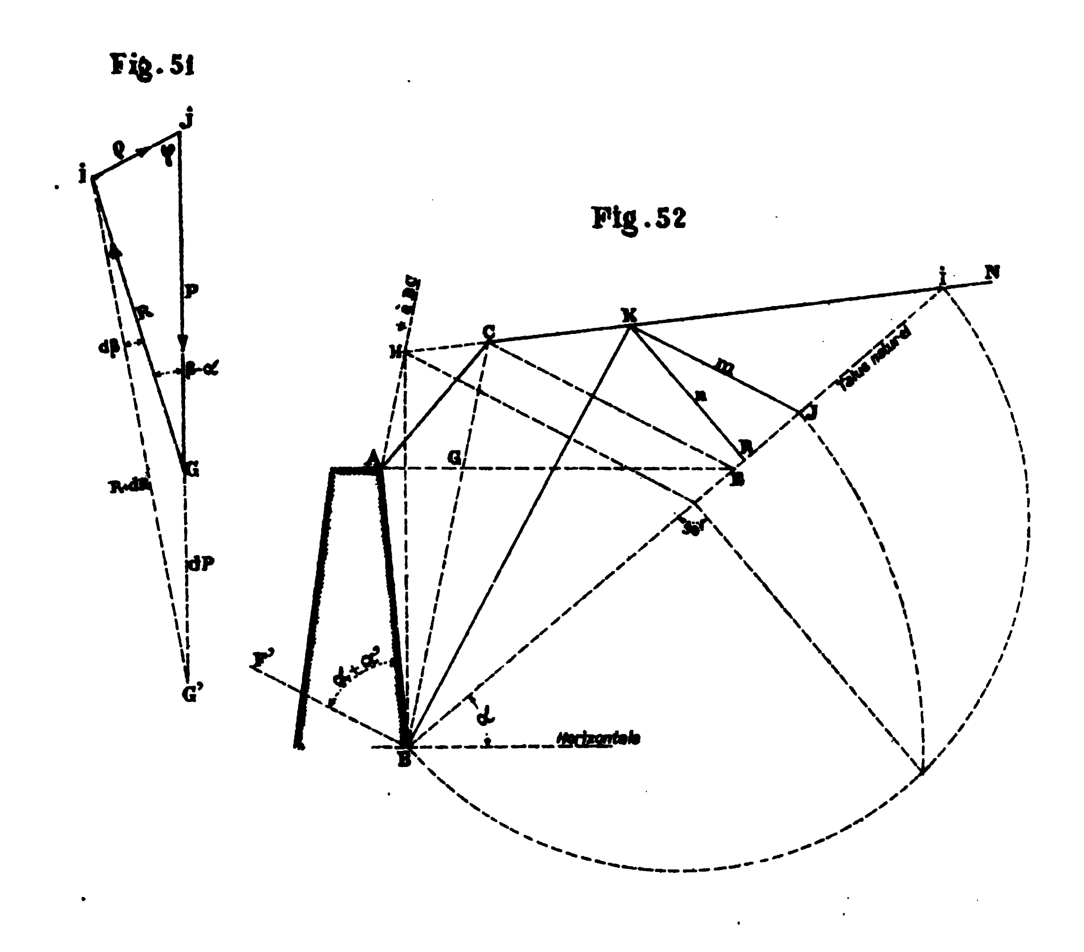


Fig. 51

Fig. 52



PL. IV

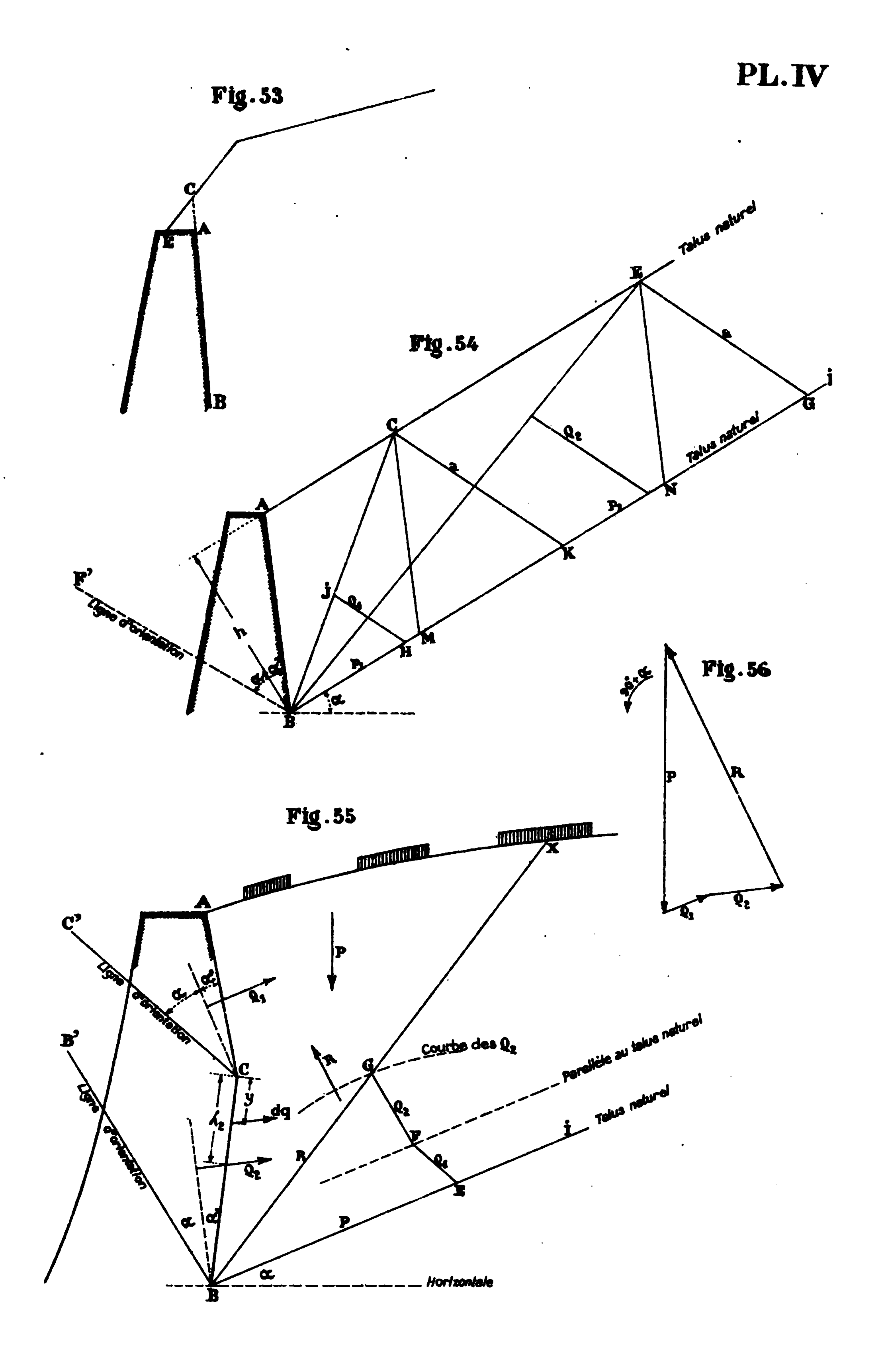
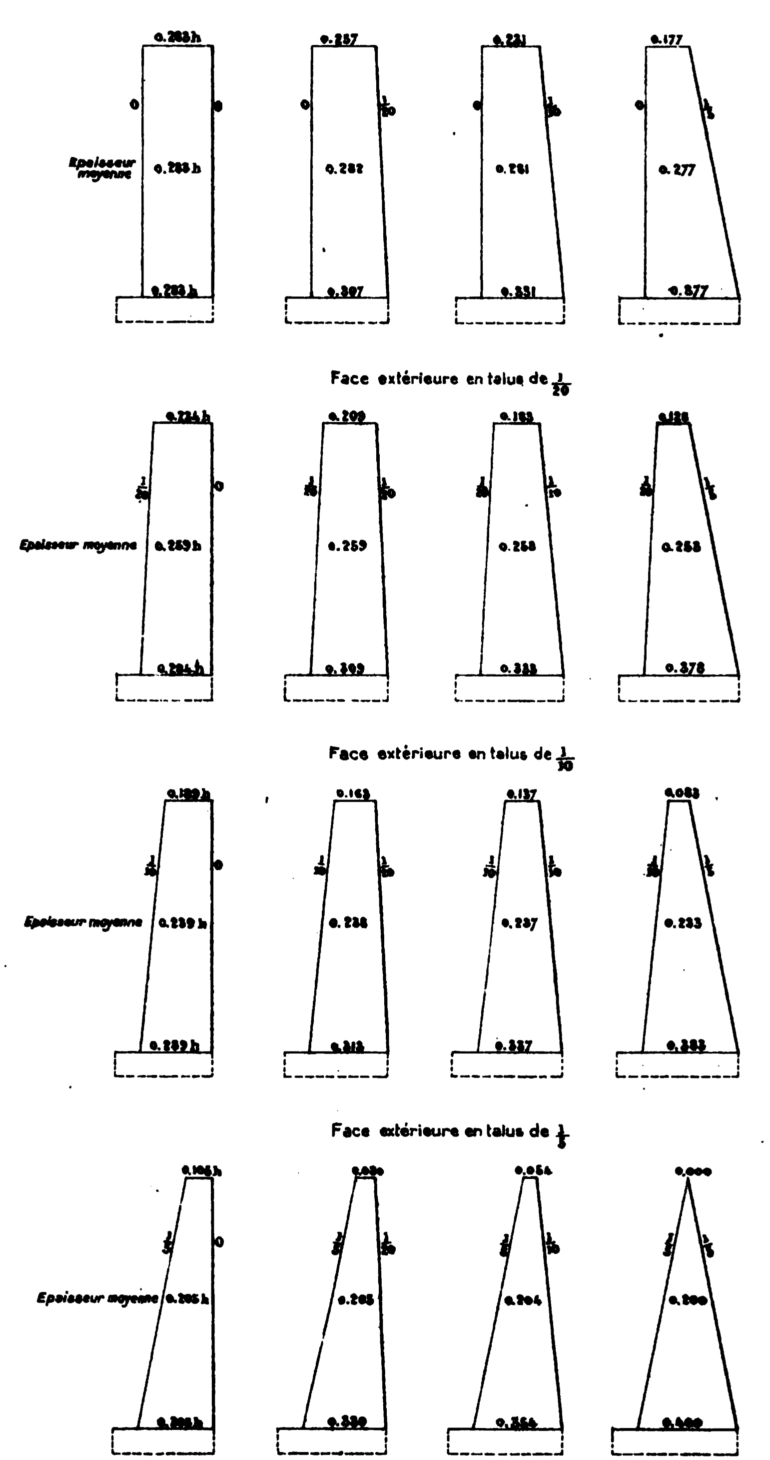


Fig. 53
C
E
A
B
Fig. 54
Talus naturel
Talus naturel
Ligne d'orientation
F'
Fig. 55
Ligne d'orientation
Ligne d'orientation
Courbe des Q₂
Parallèle au talus naturel
Talus naturel
Horizontale
Fig. 56

Fig. 62


Face extérieure verticale
Epaisseur moyenne
Face extérieure en talus de $\frac{1}{20}$
Epaisseur moyenne
Face extérieure en talus de $\frac{1}{10}$
Epaisseur moyenne
Face extérieure en talus de $\frac{1}{5}$
Epaisseur moyenne

QUAI D'ANVERS

c, ad etc. sont
sité aux résultantes
de a à b, de a à c,

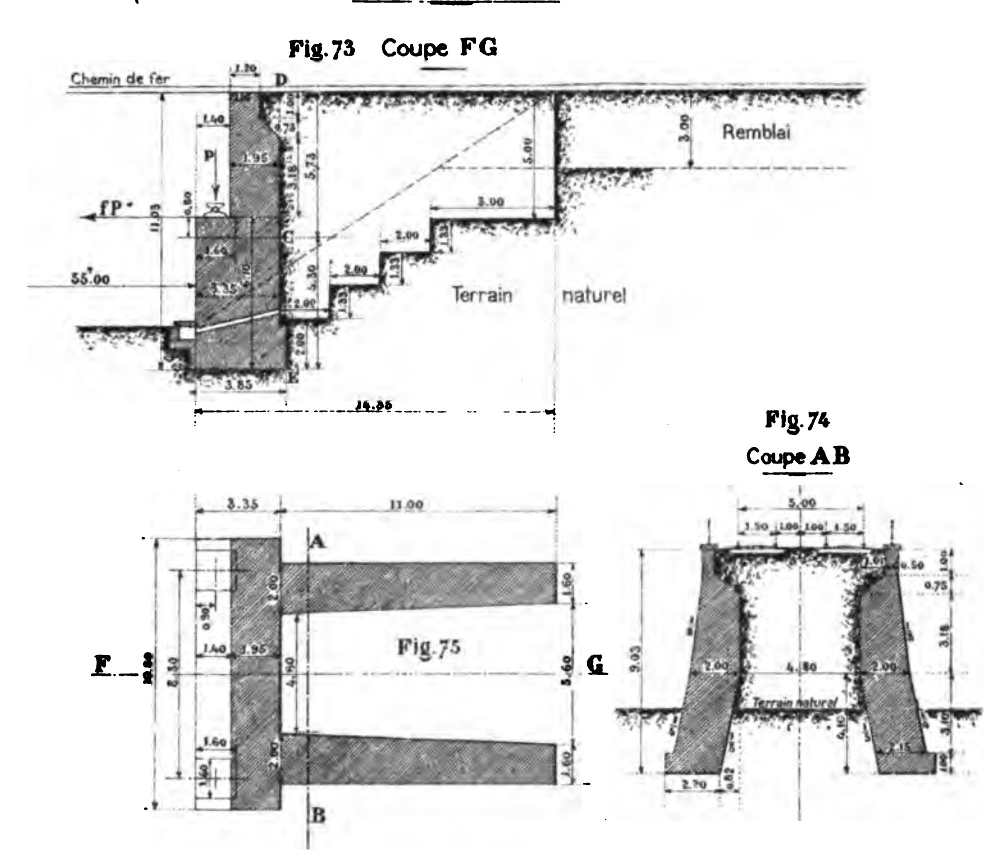
Culée pour pont à 2 voies

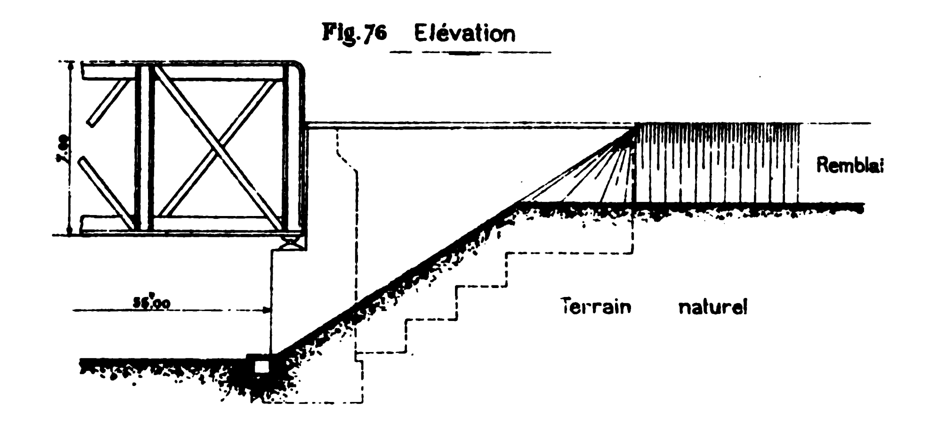
Ouverture 55 mètres. - Tablier intermédiaire

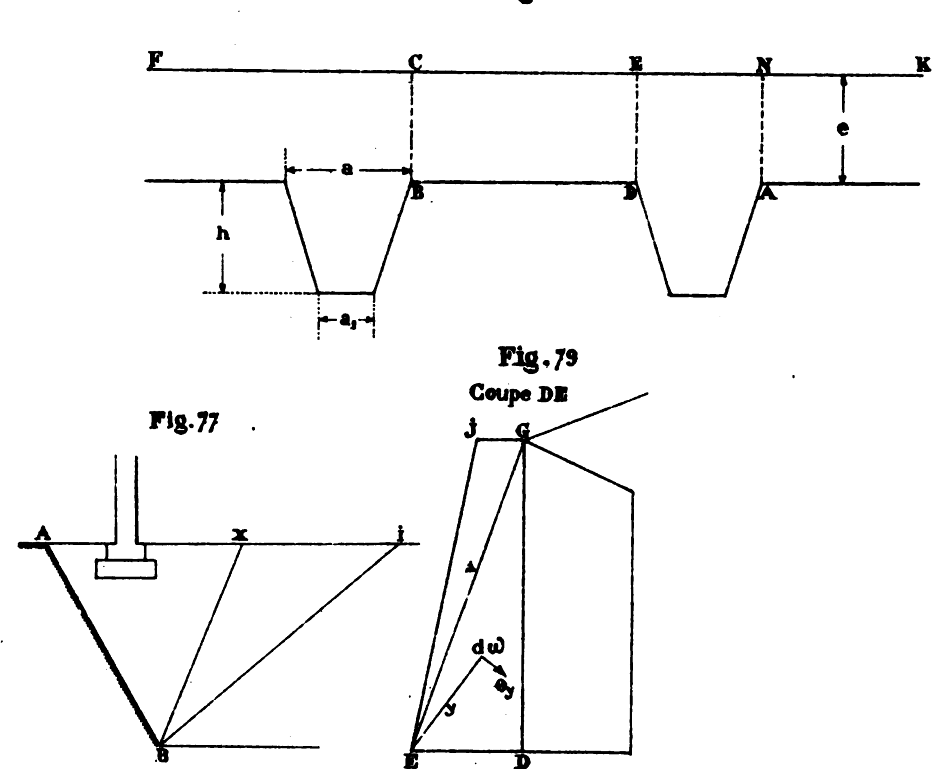
Chemin de fer Rhenan.

(Croisement de 2 lignes ferrées)

(la ligne inférieure est en déblai, celle supérieure est sur remblai.)



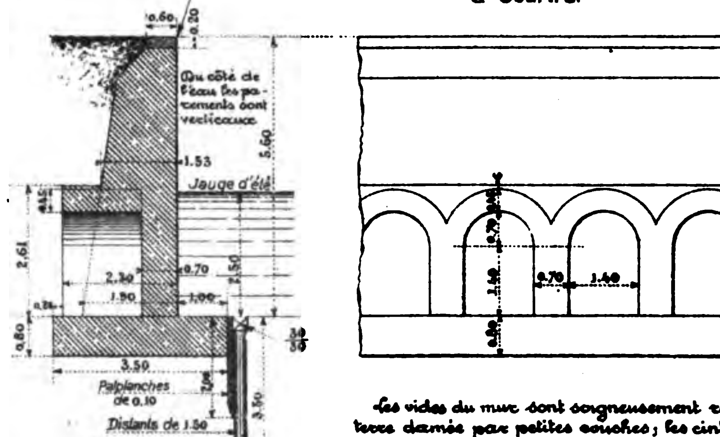




Tablette assujettie au moyen de pitons en fer de 30x30 et 0.20 de longr scellés au plomb dans les tablettes et s'engageant dans la maçonnerie

Fig. 80

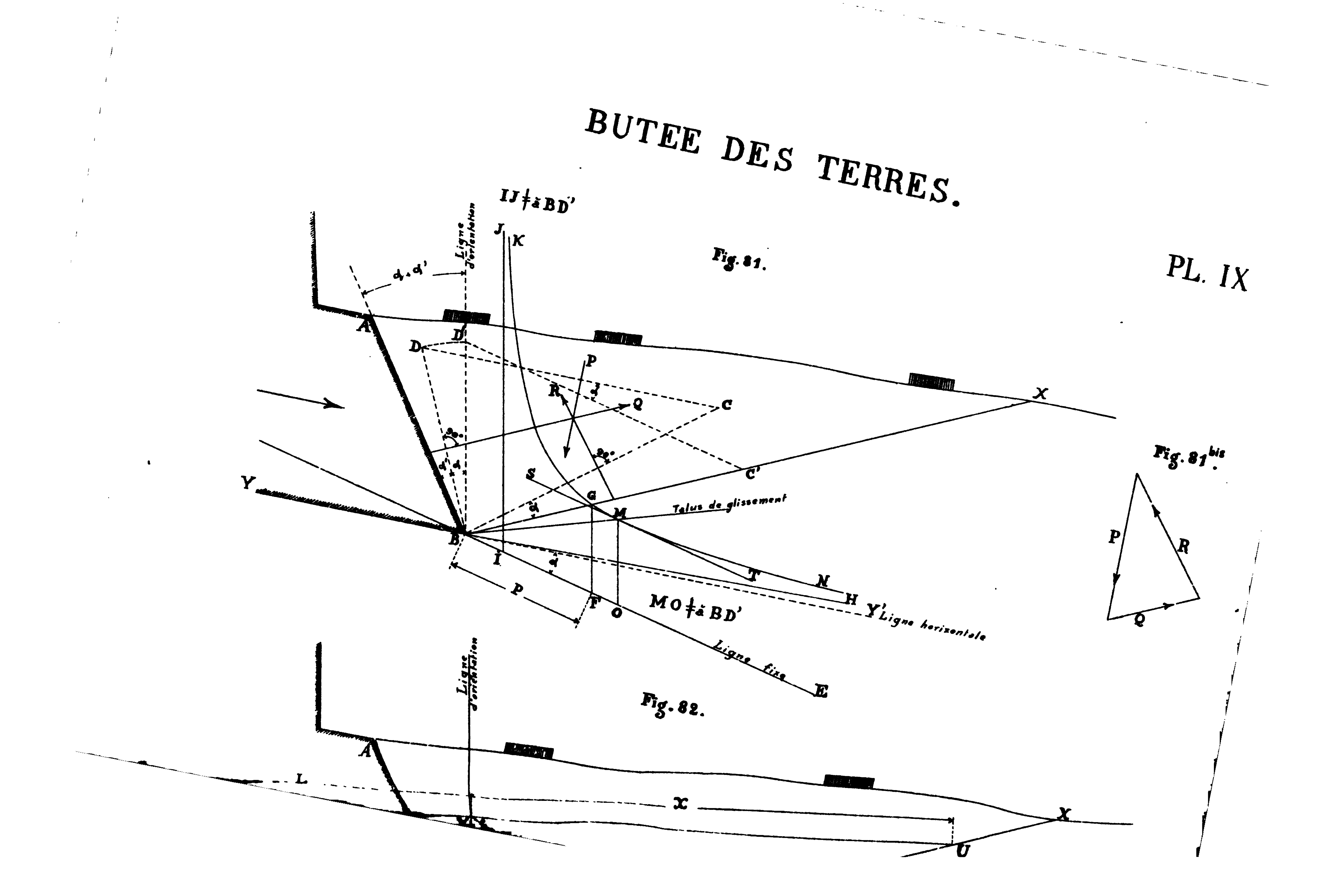
Murs de quai longeant la Petite Lys
à Courtrai



Les vides du mur sont soigneusement remplis de bonne terre damée par petites couches; les cintres ont été faits en terre et réglés au gabarit.

Toutes les maçonneries sont en briques de la localité ou matériaux de remploi et mortier de Trass Batard.

BUTEE DES TERRES.



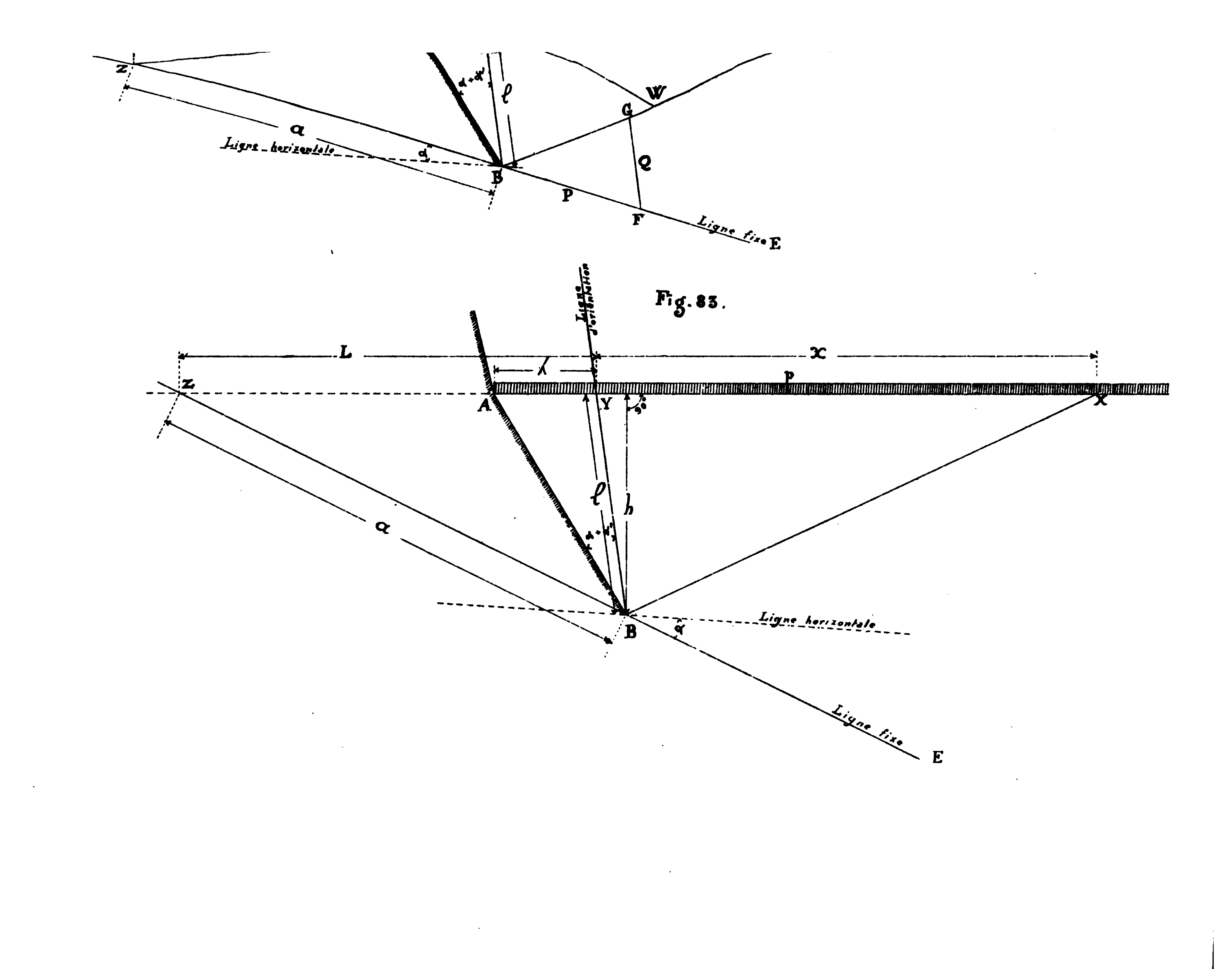

Ligne horizontale
Ligne fixe E
Ligne d'orientation
Ligne horizontale
Ligne fixe
Z
W
G
Q
B
P
F
E
L
x
A
Y
X
B
E

Fig. 83.

Profil théorique d'un mur de Barrage (La Gilleppe) pour une retenue de 47 mètres de hauteur.

Le gros trait interrompu est le profil exécuté

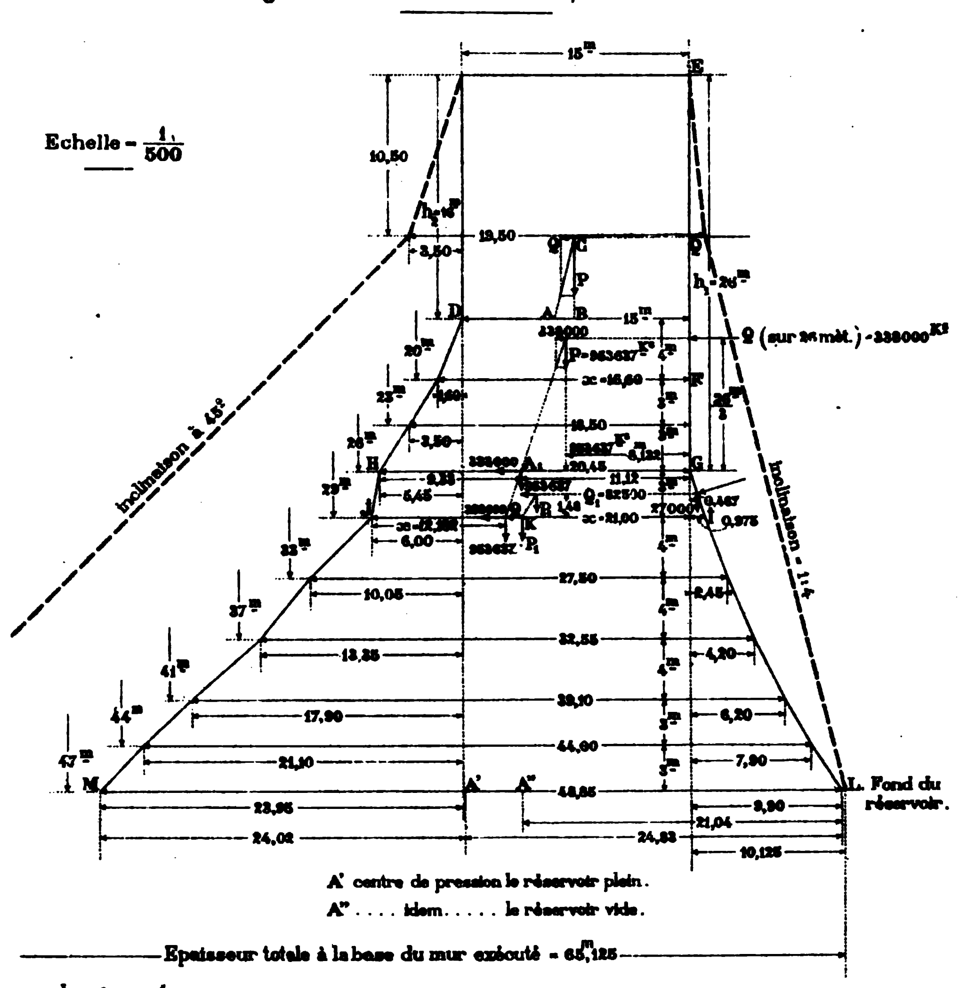


Fig. 10

Pont Antoinette (Ligne

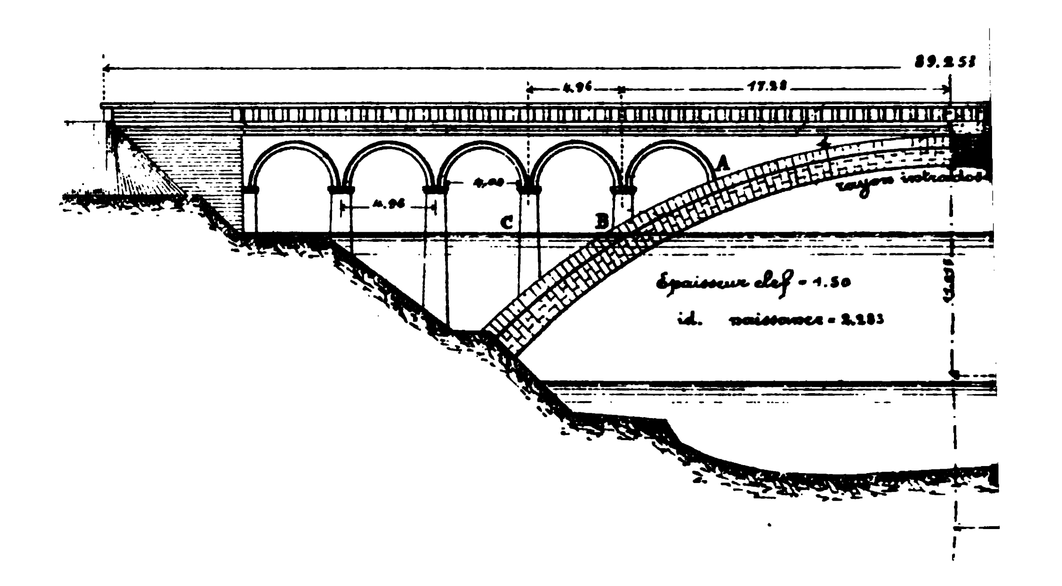


Fig. 10

Arche d'expérience d

Élévation suivant a b.

14.86

15.10

37.886

1.10

Plan

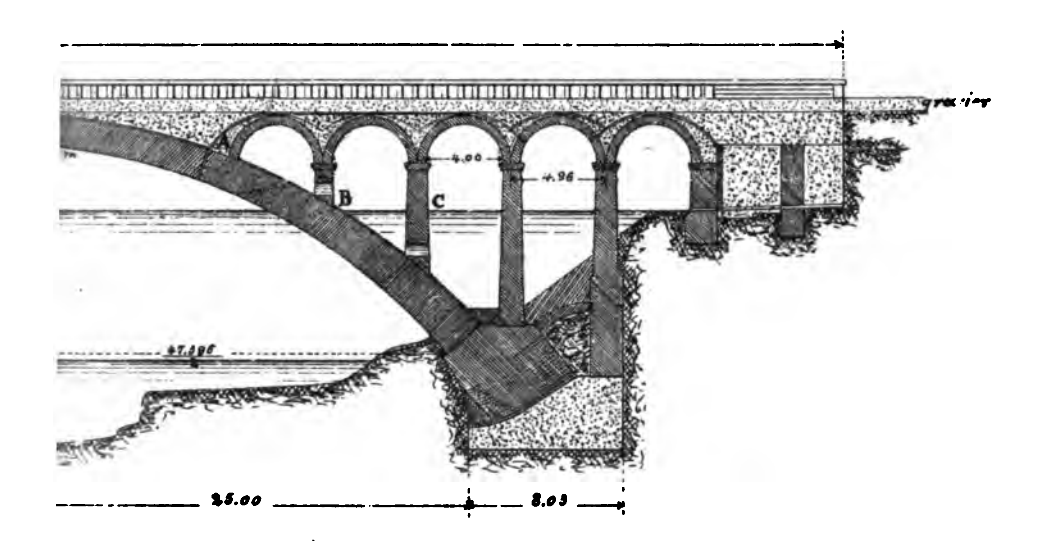
a

b

).

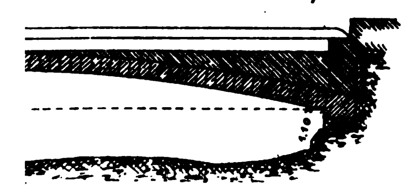
Montauban-Castres.)

PL. XI

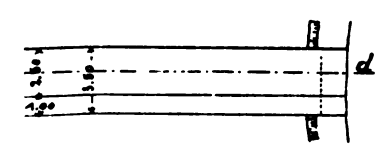


Souppes.

Coupe suivant cd.



Echelle 2½ m/m p.m.



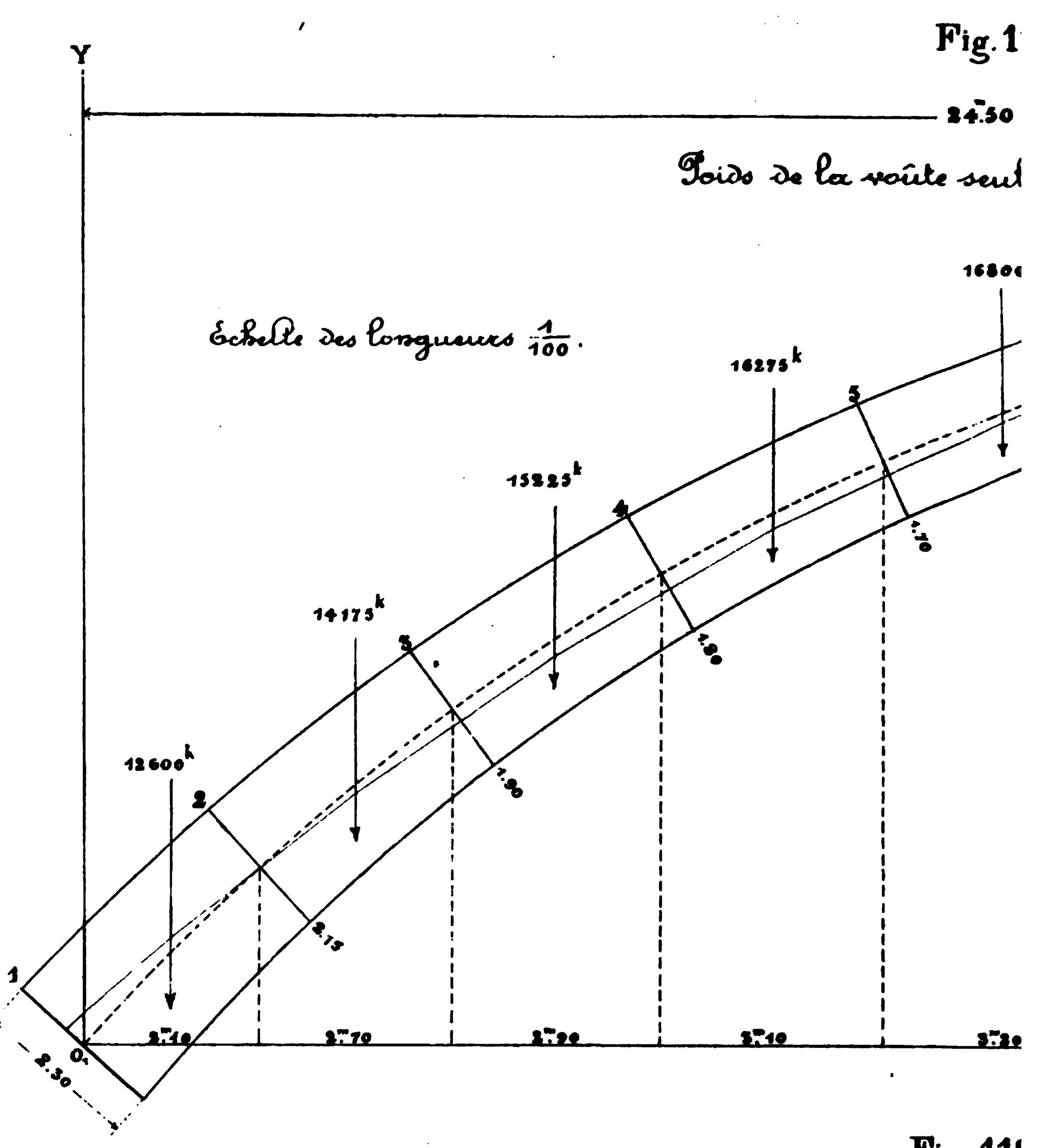
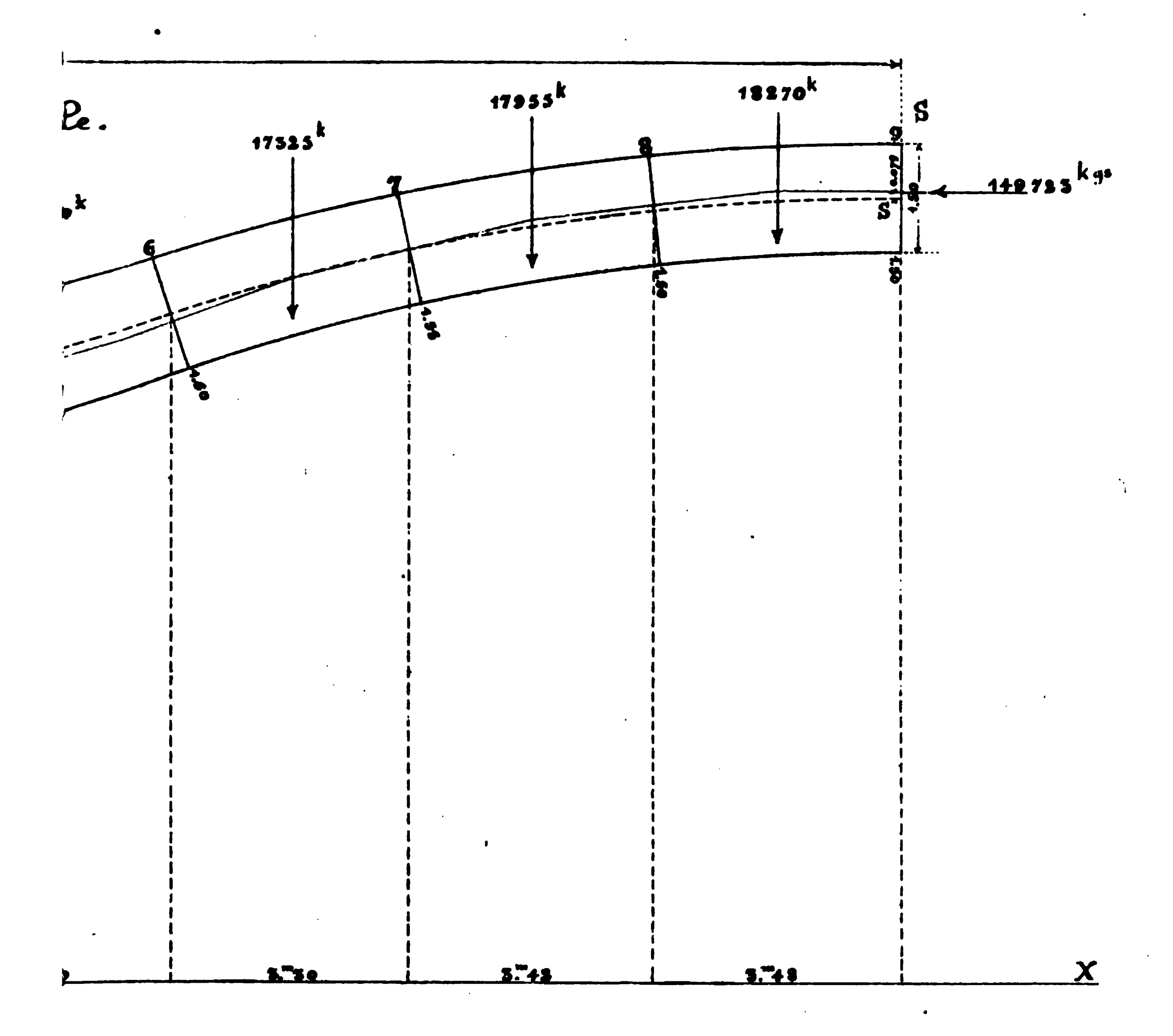

Fig. 1
Y
24.50
Poids de la voûte seul
Echelle des longueurs 1/100.
12600k
14175k
15225k
16275k
1680
1
2
3
4
5
0
2.30
2.15
1.90
1.80
1.70
2.10
2.70
2.90
3.10
3.20

Fig. 11

149 723
18870
17955
17325
16800
16275
15225
14175
12600

18.

PL. XII.



9.

Échelle des forces ½ m/m pour 1000 kgs.

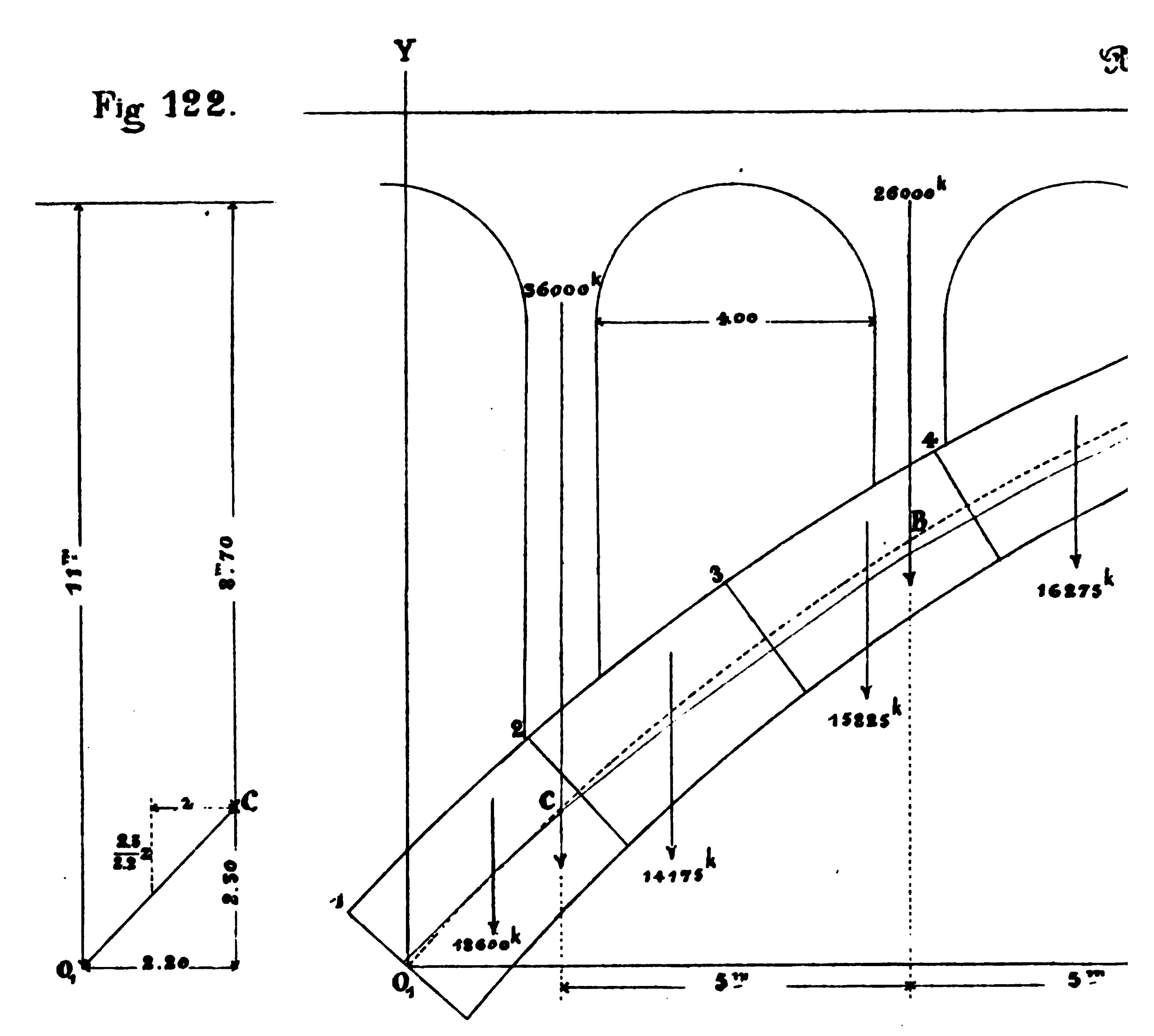
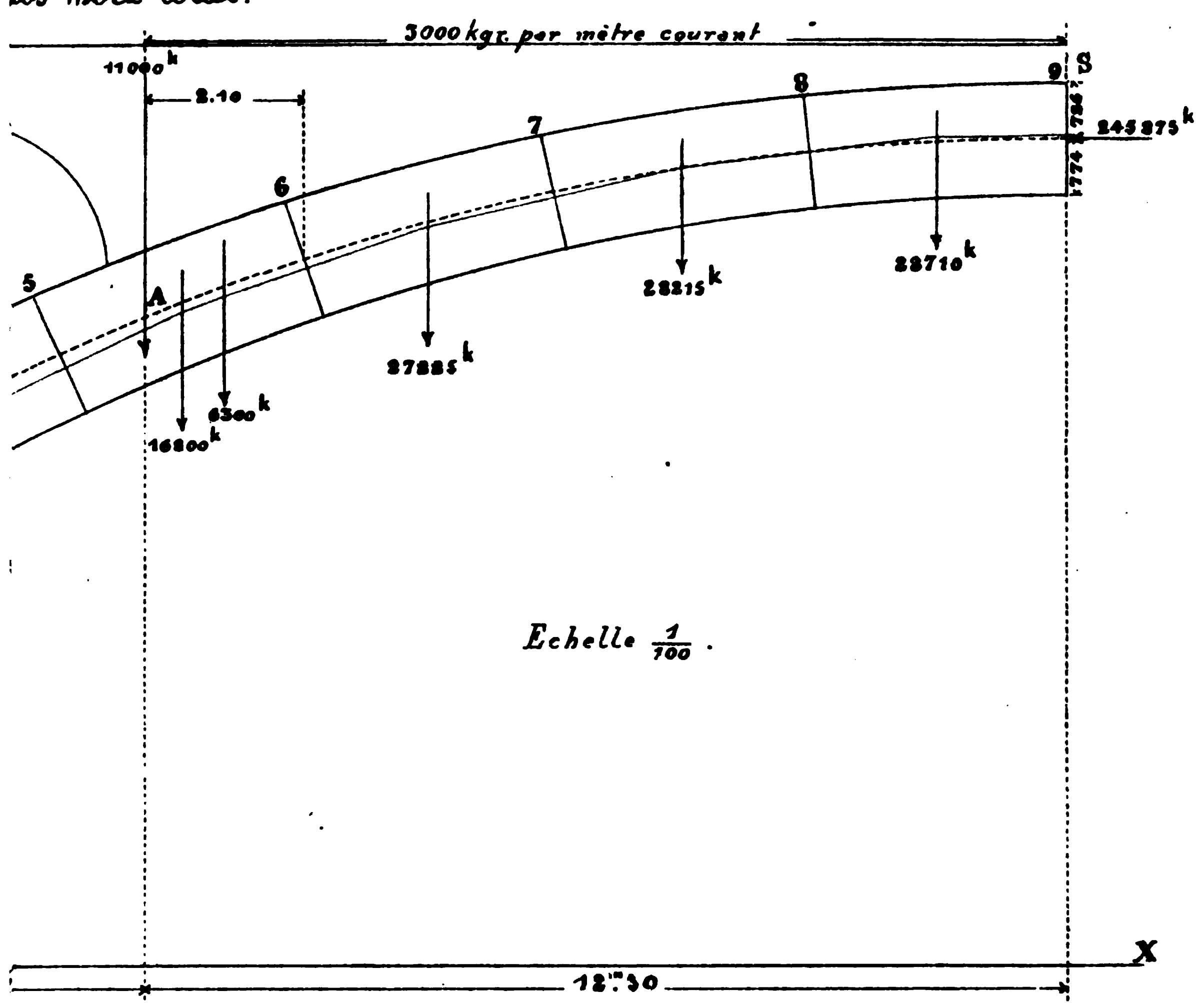


Fig.

245 870k
28710
28815
27225
16800
16275
26000
15225
14175
36000
12600

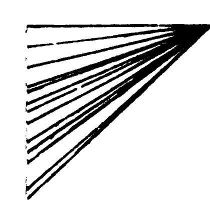
Fig. 120. PL. XIII.

...ids mort total.



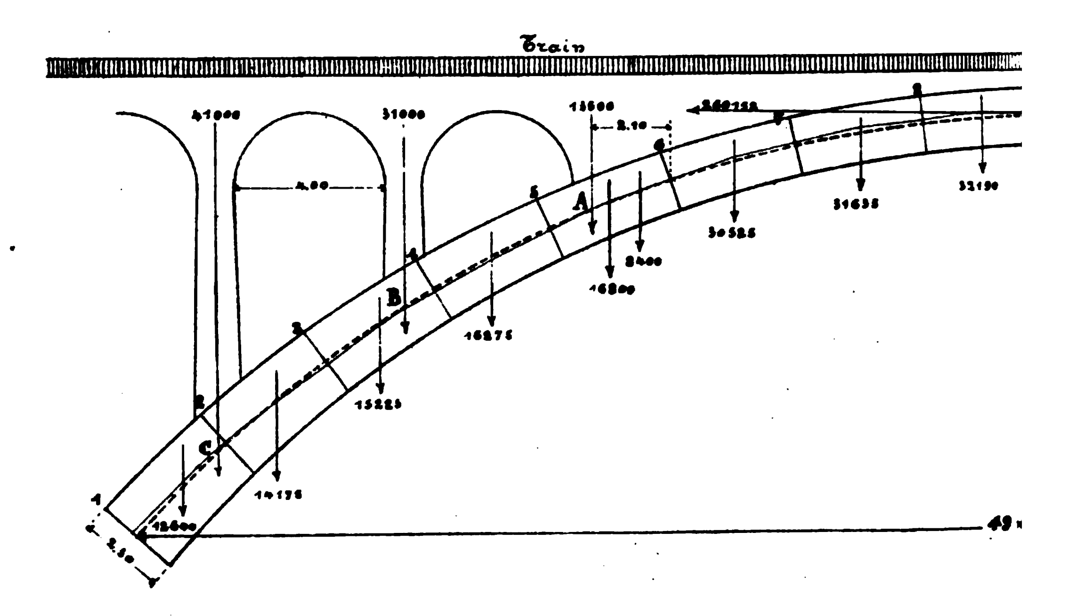
21.

Echelle des forces 1/4 m/m pour 1000 kgs.



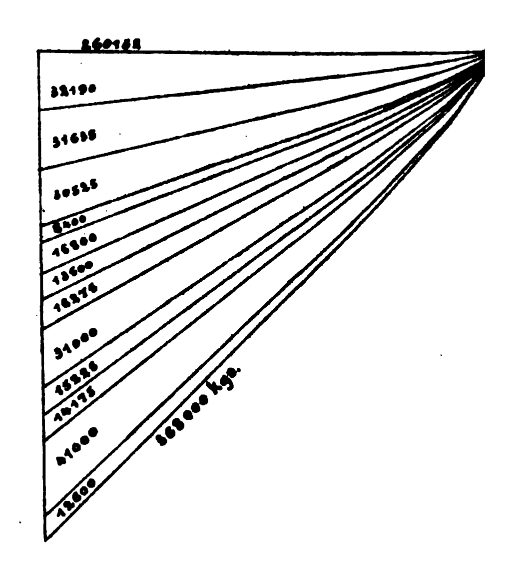
Fi

Poids mort et de



Fi

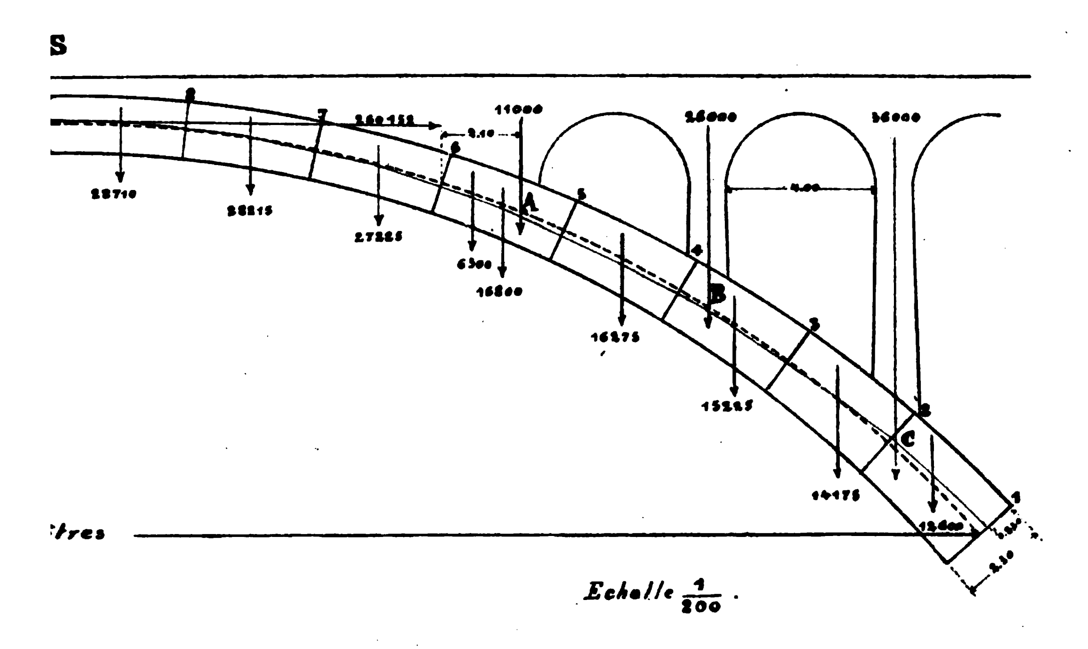
Echelle des forc



123.

…si-surcharge.

PL. XIV.



124.

1/4 m/m pour 1000 kgs.

260152
28710
28215
27285
16800
11000
16275
26000
15225
14175
36000
12600
356000 kgs.

Fig. 125.

Poids mort et demi-surcharge.

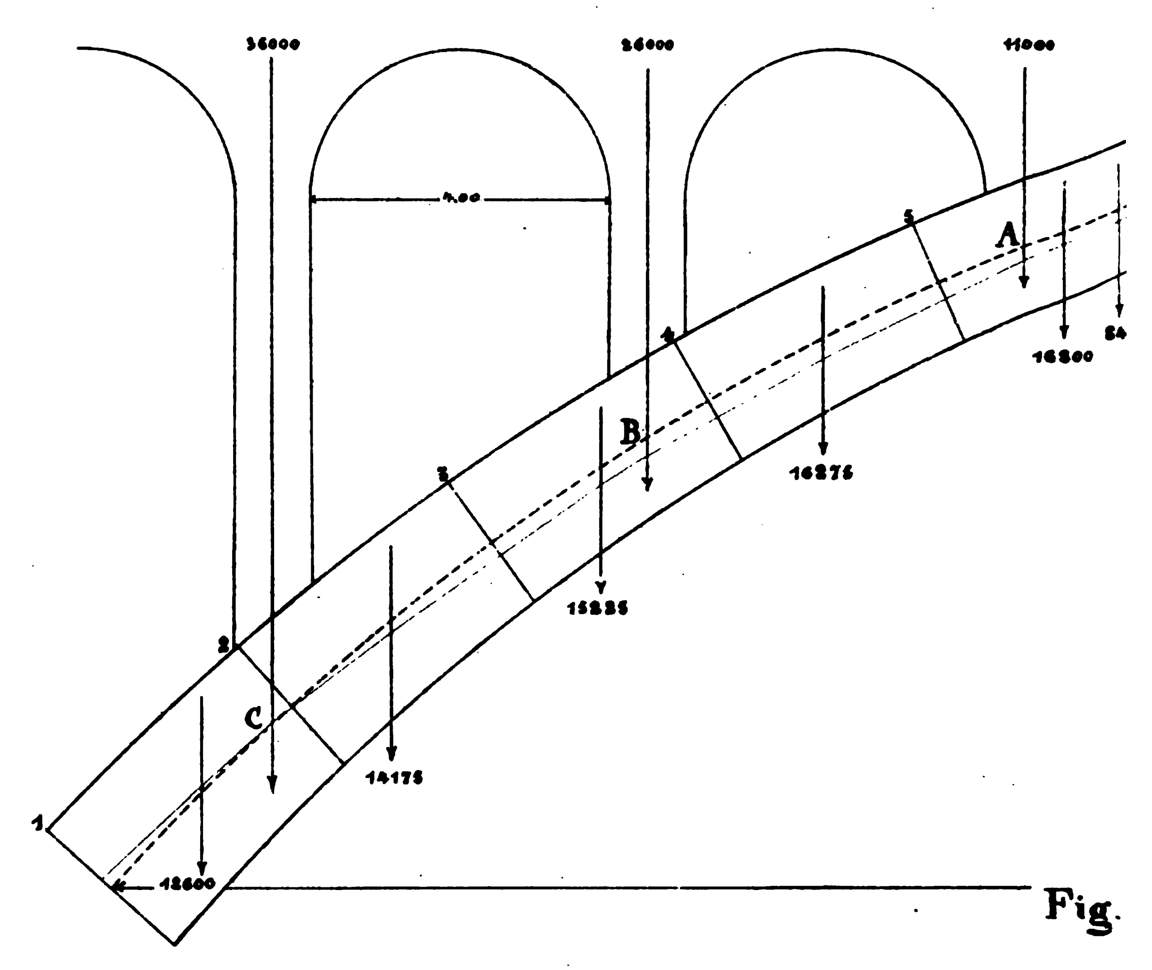
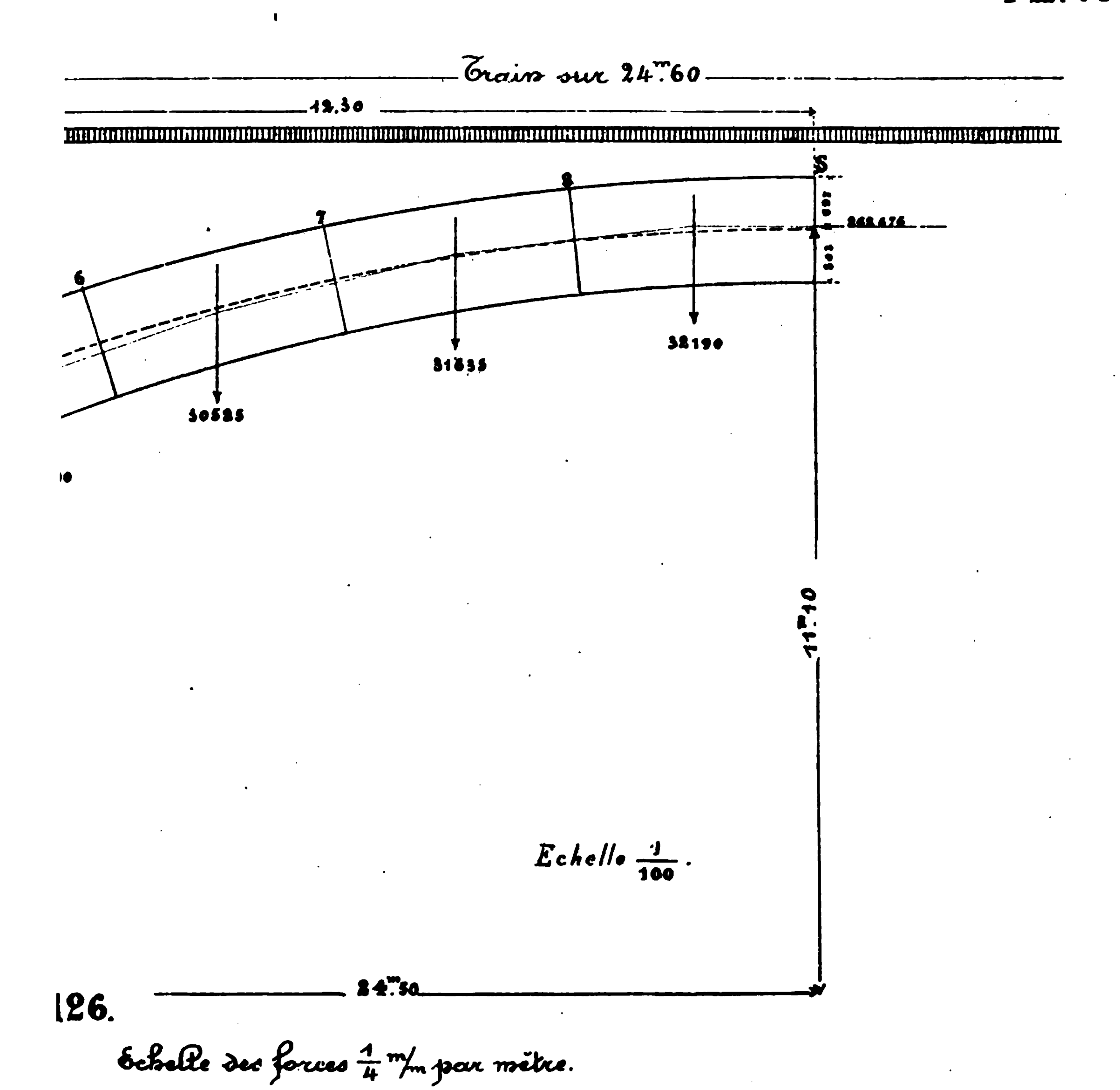


Fig.

PL. XV.



126.

Echelle des forces 1/4 m/m par mètre.

PL.XVI

Fig. 132.

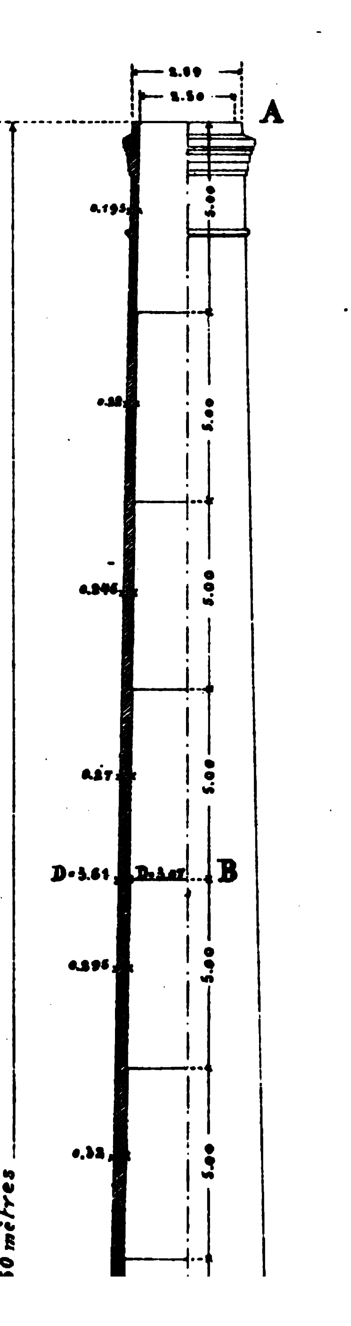
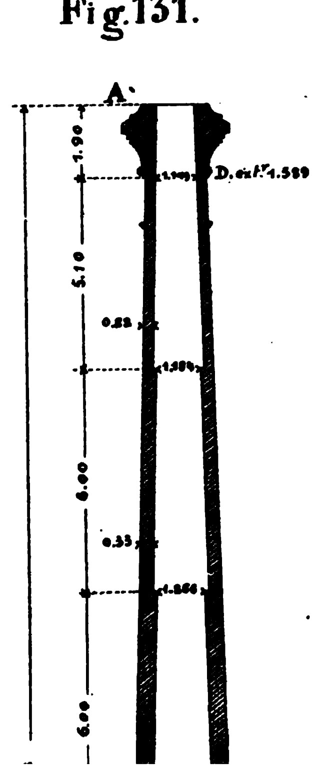
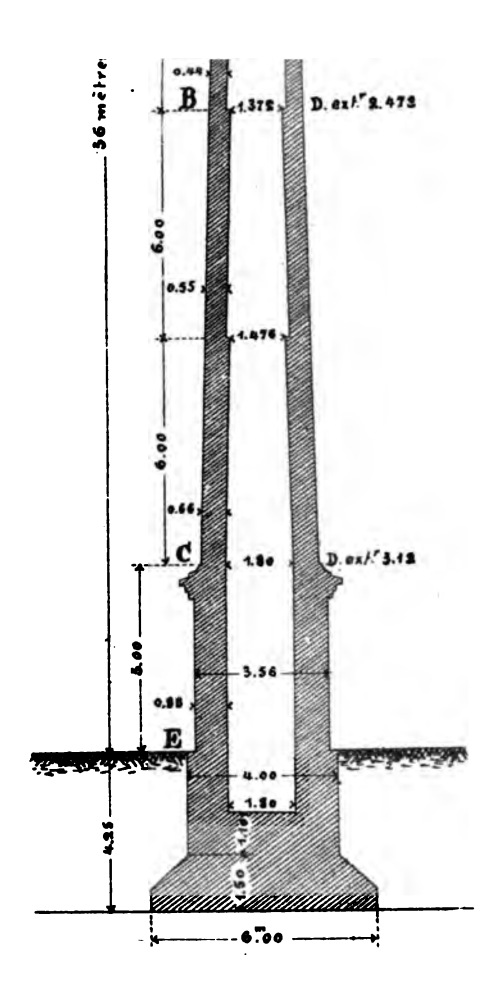
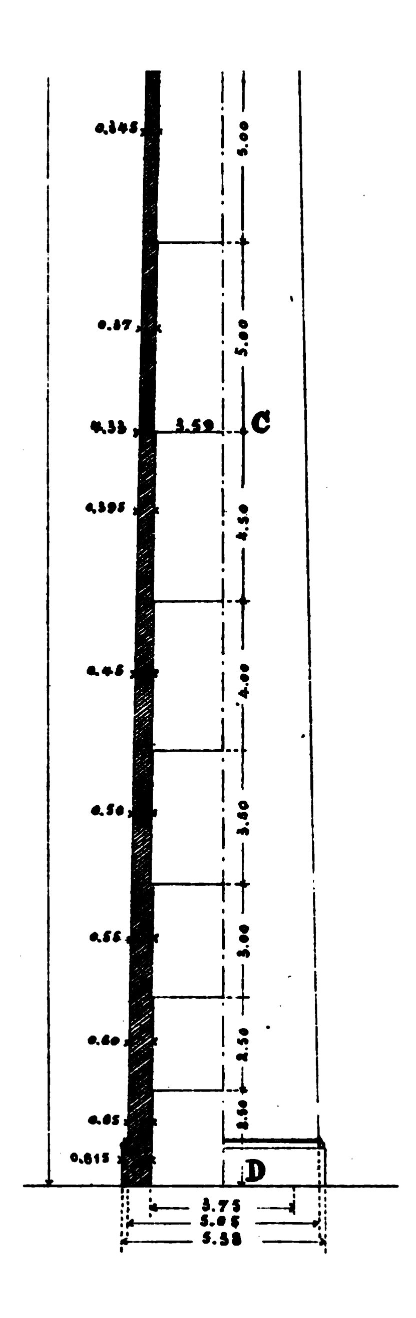
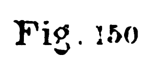


Fig. 131.




36 mètres
B
1.375
D. ext.r 2.475
6.00
0.55
1.476
6.00
0.66
C
1.80
D. ext.r 3.12
8.00
3.56
0.88
E
4.00
1.80
4.25
6.00


0.345
5.00
0.37
5.00
0.35
3.59
C
0.395
4.50
0.45
4.00
0.50
3.50
0.55
3.00
0.60
2.50
0.65
2.00
0.815
D
3.75
5.05
5.38


Fig. 150

F g.1

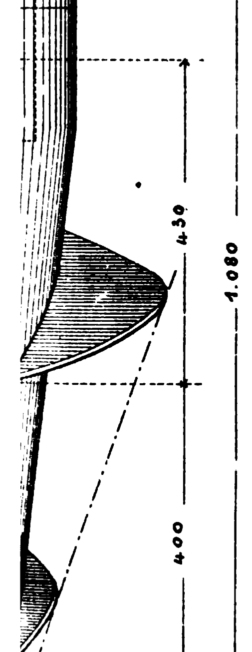
Ech. 0.1 p.m.

Fig. 153

Ech. 0.005 p.m

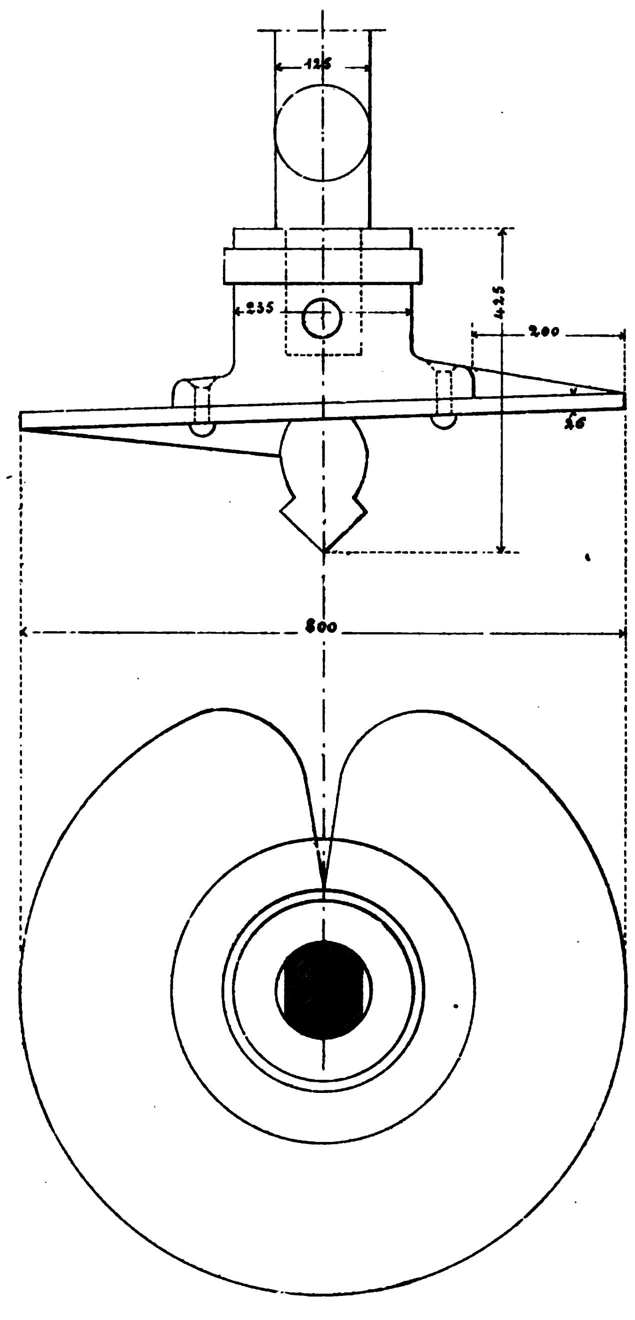
Ech. 0.

151



1 p.m.

Fig. 152



Ech. 0.01 p.m.

PL.XVIII.

